

**Zeitschrift:** Ingénieurs et architectes suisses  
**Band:** 124 (1998)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Mieux comprendre les milieux granulaires  
**Autor:** Kaestli, Françoise  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-79383>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Mieux comprendre les milieux granulaires

Par Françoise Kaestli,  
rédactrice

*Les milieux granulaires occupent une place importante, tant dans la nature que dans de nombreux secteurs de l'activité humaine: en génie civil (ballast des voies ferrées, sables, ciments, bétons, routes, digues), en mécanique des roches ou dans l'industrie pharmaceutique et chimique, sans oublier tout le secteur agro-alimentaire. Ces assemblages sont composés de nombreux éléments solides, hétérogènes dans leur forme, leur taille, leur état de surface, qui interagissent sous l'effet de forces extérieures. Ces éléments sont généralement arrangés de manière désordonnée. Quant à la structure et aux propriétés de ces milieux, elles ne dépendent pas seulement des caractéristiques des grains, mais aussi de l'histoire du milieu lui-même, c'est-à-dire de l'ensemble des mouvements subis, ou des traitements appliqués. Bien que très banal, le milieu granulaire présente une variété de comportements qui le rend inclassable parmi les trois états habituels de la matière (solide, liquide et gazeux). A la chaire de recherche opérationnelle du professeur Th. Liebling, à l'EPFL, des techniques informatiques efficaces ont été développées pour mieux simuler ces milieux et en comprendre les propriétés. C'est l'objet du travail de thèse résumé ci-après [1]<sup>1</sup> qui a entre-temps donné lieu à de nouvelles recherches (adaptation de la triangulation au monde tridimensionnel) pour des applications en géologie et microbiologie.*

Le milieu granulaire n'est pas assimilable à un solide, car s'il résiste apparemment à la compression (ce n'est donc pas un gaz), il ne résiste cependant pas à l'étirement. Dans une pente trop prononcée, il se produit des avalanches à sa surface, ce qui donne à sa couche superficielle un caractère presque liquide. Or ce n'est pas un liquide puisque, au repos, sa surface n'est pas horizontale. Cette ambivalence a fait dire à certains auteurs qu'il s'agit là d'un quatrième état de la matière. Ce milieu présente diverses propriétés qui lui sont caractéristiques: on y observe des effets d'arche, de ségrégation et de convection. La compréhension de ces phénomènes est encore incomplète, mais les industriels aimeraient bien, par exemple, réaliser des bétons homogènes à partir de grains de tailles différentes, ou encore maîtriser l'écoulement de poudres stockées dans des silos. Longtemps, le comportement de ces milieux a donc été déterminé de manière purement empirique. Avec l'amélioration des capacités informatiques, une nouvelle approche est apparue à la fin des années septante: la simulation numérique. Bien que la puissance des ordina-

teurs ne permette à l'heure actuelle que la simulation d'un nombre modeste de grains (plusieurs milliers ou dizaines de milliers), nul doute que son rôle se renforcera.

L'étude présentée ici, sur les milieux granulaires secs et sans cohésion, a été réalisée au département de mathématiques de l'EPFL, dans le cadre d'un travail de thèse. Le but était de mettre en œuvre des méthodes géométriques et informatiques suffisamment puissantes pour augmenter la rapidité des simulations.

La simulation numérique est un outil qui, à partir d'un modèle, permet une analyse systématique des paramètres en jeu pour en déterminer l'influence sur le comportement du système. Elle permet aussi de multiplier les expériences, à peu de frais; ainsi, la forme, la taille des grains, leur densité, leur résistance, ont, entre autres, pu faire l'objet de nombreuses variations. Autre avantage de la simulation, il est possible, à tout moment, de connaître l'état du système (la vitesse et la direction des grains par exemple).

## La modélisation par éléments distincts

Deux approches des milieux granulaires coexistent. L'une, dite *des éléments finis*, qui considère le milieu

granulaire comme continu, ne décrit pas certains phénomènes tels que la ségrégation (mouvements différenciés d'une sorte de grains par rapport à une autre sorte, sous l'effet d'une action extérieure).

L'autre approche, utilisée dans cette thèse, est de nature discrète (*méthode des éléments distincts*). Chaque grain est modélisé séparément et le milieu considéré comme discontinu. Bien que plus souple, cette méthode nécessite des temps de calcul importants. Quatre étapes peuvent être distinguées dans la construction d'un logiciel utilisant une méthode discrète. D'abord, il faut décider de la géométrie des grains et choisir de travailler en deux ou en trois dimensions. Il s'agit ensuite de mettre au point un algorithme efficace permettant de détecter les contacts entre grains. Cette phase est la plus gourmande en temps de calcul et le nombre d'opérations dépend à la fois du nombre de grains et de la forme de ceux-ci. On doit aussi modéliser et programmer les lois physiques auxquelles obéiront les grains dans leurs déplacements. Enfin, il faut assurer la visualisation de la simulation proprement dite, ainsi que des résultats. Pour la représentation des déplacements et des chocs entre grains, l'auteur de la thèse s'est appuyé sur la mécanique classique (approche newtonienne), où deux écoles opèrent. *L'école des corps indéformables* considère le choc comme instantané, le contact ayant lieu en un point, et non dans une zone. Les grains sont dotés de coefficients de friction et de restitution qui seront utilisés, après l'impact, pour calculer les nouvelles vitesses en jeu. Ce modèle est idéal pour traiter des milieux peu denses et dynamiques.

Dans *l'école des corps déformables*, les contraintes mécaniques de non interpénétrabilité de chaque paire de particules sont approchées par des lois de répulsion (ressort). De plus, quand deux grains sont en contact, ils exercent l'un sur l'autre

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

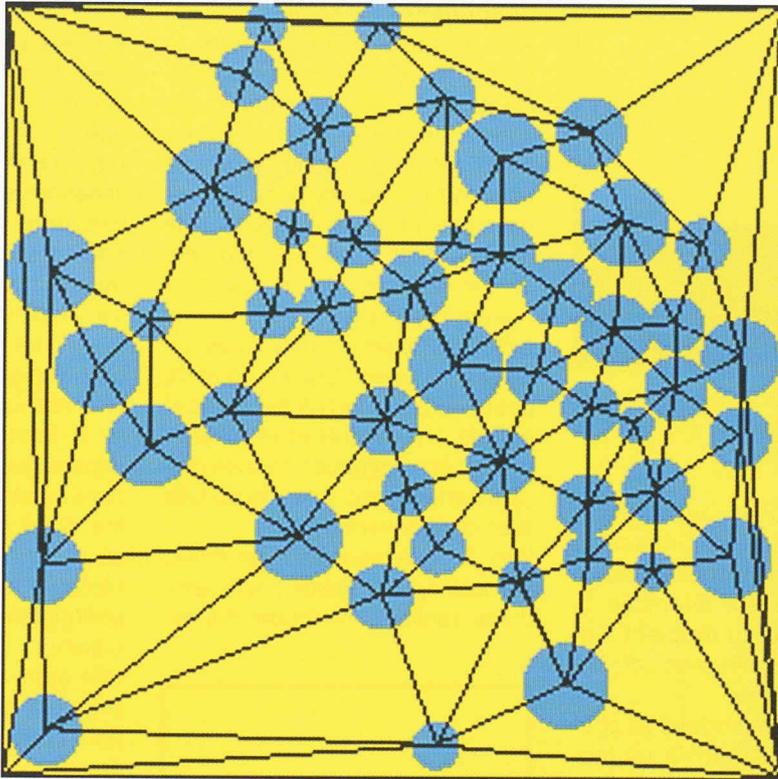


Fig. 1. – Modèle de grains en contact utilisant la triangulation pondérée de Delaunay (Illustration EPFL [3])

des forces dissipatrices (amortisseur); de cette façon, on tient compte du frottement. Les contacts ont une durée non nulle et les interactions entre les particules varient de façon continue au cours du chevauchement. Il s'agira, pour calculer l'évolution du système, d'intégrer un système d'équations différentielles du second ordre. Cette méthode s'applique bien dans un milieu suffisamment dense, quasi-statique où les grains voisins sont en contact. Les deux modélisations décrites ont toutefois le désavantage de nécessiter un nombre d'opérations extrêmement important. Durant le travail de thèse, plusieurs modèles ont été testés et validés, qui font ressortir diverses propriétés des agrégats, en concordance avec les phénomènes observés.

#### Une fonction de voisinage inédite

La grande nouveauté de la recherche effectuée à l'EPFL réside

dans l'utilisation d'une fonction de voisinage inédite qui permet de détecter à la fois les voisins de chaque grain et les collisions (points d'impacts et moments précis des chocs). On utilise une triangulation, dite *triangulation de Delaunay pondérée*, que l'on va faire évoluer au cours du temps par des opérations locales (donc très rapides). On relie entre eux les centres de disques voisins, les arêtes de la triangulation étant utilisées pour détecter les chocs entre grains: il y a choc lorsque la longueur de l'arête reliant deux disques est égale à la somme des deux rayons. Cette fonction de voisinage, plus efficace que toutes les autres connues, mais plus difficile à manier, permet de détecter les collisions très rapidement.

Lorsque les grains bougent, trois types d'événements peuvent se produire: le flip d'une arête (échange des diagonales d'un quadrilatère convexe) (fig. 1), la

collision entre deux disques ou le rebond d'un disque contre une paroi. Le cœur du programme de simulation est l'échéancier: c'est une sorte de calendrier qui sert à connaître le prochain événement et l'échéance (date) de celui-ci. Trois paramètres y sont stockés: échéance, objet, type d'événement. L'objet est soit une arête, soit un disque.

Pour le calcul informatique, une structure de données a été définie qui permet de représenter les arêtes et de se déplacer dans la triangulation. Le logiciel, développé en Pascal, a été implémenté sur des stations Silicon Graphics Indigo dotées d'un processeur cadencé à 100 MHz.

#### Convection et ségrégation dans un milieu granulaire: l'effet «noix du Brésil»

Plusieurs expériences ont ensuite été simulées. La première a consisté à faire vibrer une boîte dans laquelle se trouvent des disques, afin de visualiser les mouvements engendrés. On sait que lorsque l'on soumet un milieu granulaire à des oscillations verticales, il s'y produit des mouvements plus ou moins circulaires, rappelant les mouvements de convection apparaissant dans un liquide que l'on fait chauffer, accompagnés d'une séparation des grains, de sorte que les plus grosses particules remontent à la surface. Ces deux phénomènes, la ségrégation et la convection sont liés. Le premier est aussi appelé «noix du Brésil» parce que ces fruits, de quelques centimètres de diamètre, chargés en vrac dans des camions, en même temps que des fruits plus petits, se retrouvent au sommet du chargement après leur transport bien secoué sur les routes brésiliennes. On peut évoquer plusieurs mécanismes pour expliquer cet effet. Dans la phase ascendante d'un mouvement, les grains se dégagent les uns des autres lorsque l'accélération verticale est plus forte que la pesanteur. Les plus

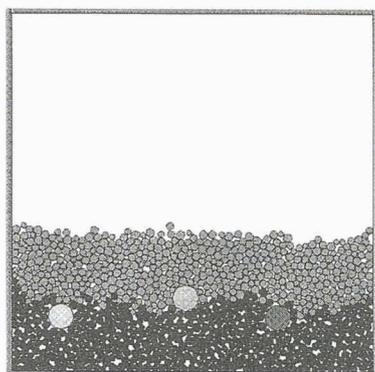


Fig. 2. – Evolution d'un agrégat de grains (simulés par des disques) sous l'effet de vibrations verticales.

petits éléments se fauillent plus facilement entre les interstices ainsi créés et auront tendance à remplir, lors de leur retombée, la partie inférieure du récipient. Ensuite, les phénomènes de convection entrent en jeu.

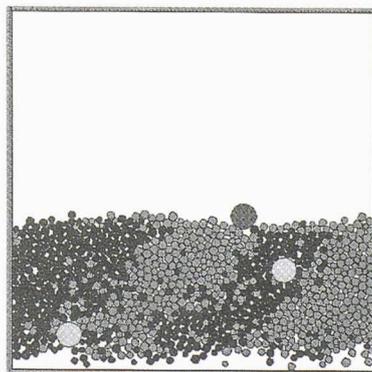
On a essayé de reproduire ce phénomène en se basant sur un modèle où les grains sont modélisés par des *disques indéformables*. De nombreuses simulations ont ainsi été réalisées en variant les paramètres comme le frottement, la grosseur des grains, l'amplitude et la fréquence de la vibration (fig. 2). Bien que (ou peut-être parce que) l'on travaille dans un espace à deux dimensions, la simulation met bien en évidence les phénomènes de convection et de ségrégation, et elle fournit une base pour comprendre à fond ces deux mouvements pour autant que des recherches complémentaires soient effectuées. La *méthode des éléments distincts* permet de retrouver les circulations de grains observées dans la réalité et grâce à l'utilisation de la *triangulation de Delaunay pondérée*, des gains en temps de calcul importants ont pu être obtenus. Un obstacle à un emploi plus large de ce modèle réside toutefois dans les structures de données, assez complexes pour rebuter des non-informaticiens. Quant à la représentation des grains par des disques, elle s'avère très commode et facilite la détermination des contacts.

### L'expérience du sablier

Afin d'étudier l'influence de la forme des grains sur le comportement du milieu, le modèle du grain a été affiné et le disque remplacé par un polygone. Avec une telle forme, les contacts deviennent plus difficiles à prévoir. Une nouvelle triangulation a donc été définie en appliquant des contraintes modifiées.

Différents types de polygones (allongés, convexes, concaves, grands, petits, plus ou moins denses) ont ensuite été générés et les phénomènes de ségrégation trouvés précédemment ont été reproduits avec ces données (fig. 3).

Puis, l'écoulement dans un milieu granulaire, bien illustré par l'exemple du sablier, a été étudié. Rappeler



Les gros grains ont tendance à se retrouver sur le haut (effet de convection et ségrégation)

lons que dans l'antiquité c'est la clepsydre, ou horloge à eau, qui servait à la mesure du temps et que le sablier l'a remplacée au Moyen Âge. Or, lorsqu'on laisse couler un filet d'eau par un petit orifice, son débit dépend de la quantité d'eau restant au-dessus de l'ouverture, phénomène qui ne se retrouve pas avec le sablier, où le débit reste pratiquement constant, jusqu'à ce que le récipient supérieur soit vide. Une première explication fait valoir le frottement contre les parois, qui s'oppose à la transmission des forces gravitationnelles. De plus, la transmission des forces en milieu granulaire

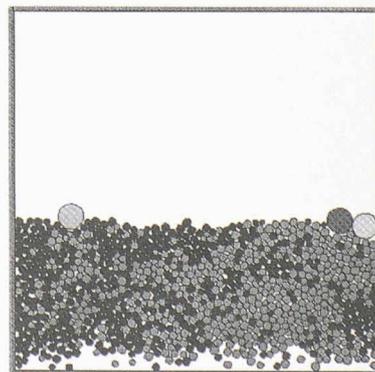
n'est pas isotrope (identique dans toutes les directions) mais constituée d'un réseau complexe de contraintes. Afin de tester la validité du modèle construit, différents paramètres ont fait l'objet de variations successives: angle d'ouverture du sablier, forme et matériau composant les grains, largeur du col, application d'une vibration sur la paroi, les temps d'écoulement des grains étant calculés dans chaque cas (fig. 4).

Plusieurs constatations en ressortent: la vitesse d'écoulement ne dépend pas du nombre de grains dans le sablier, comme dans la réalité. Dans certains cas, des arches se sont formées, qui créent des blocages temporaires ou définitifs, phénomène typique au milieu granulaire.

Une autre particularité de ces milieux est qu'ils doivent se dilater pour pouvoir se déformer. C'est au grand mécanicien Osborne Reynolds que l'on doit ce concept simple. Ainsi, dans le cas d'un écoulement dans un silo ou dans un sablier, on pourrait croire qu'en exerçant une pression sur la surface libre, on accélérerait le passage à travers l'orifice, ce qui est le cas pour un fluide. Au contraire, pour les poudres, un confinement trop serré peut arrêter l'écoulement.

### Absorption d'un choc par un milieu granulaire

Pour simuler l'absorption d'énergie par un milieu granulaire lors d'un choc, on a recouru, cette fois, au *modèle des grains déforma-*



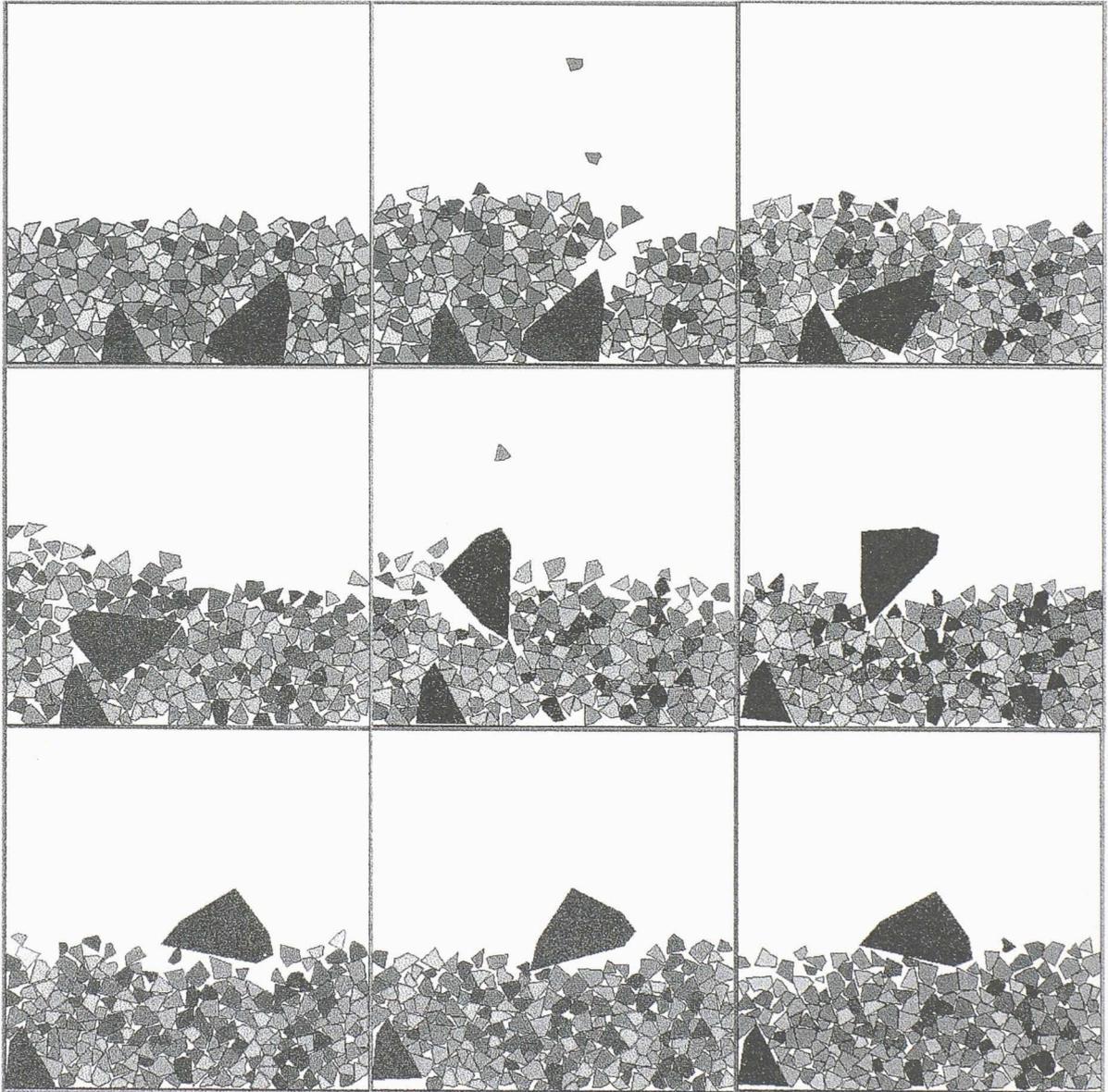


Fig. 3. – Evolution d'un agrégat de grains simulés par des polygones (instantanés pris toutes les secondes)

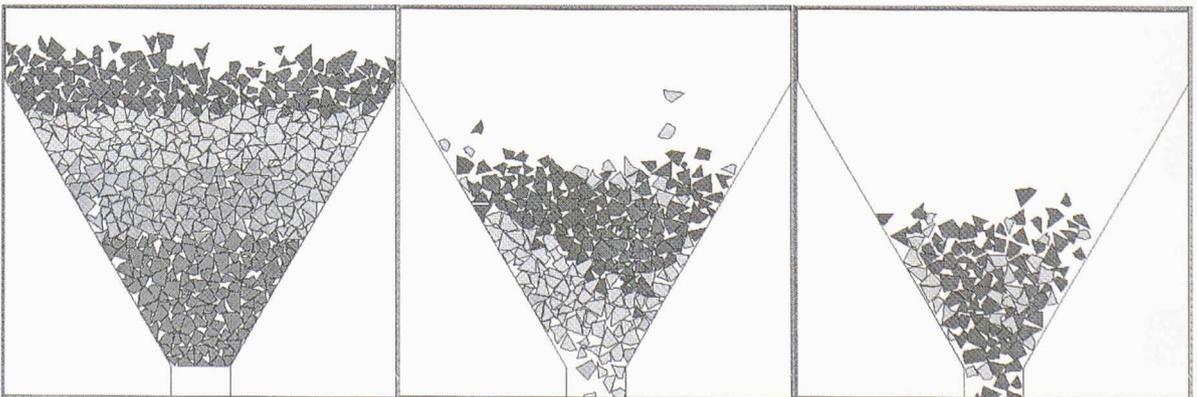


Fig. 4. – Ecoulement des grains dans un sablier, avec vibrations

bles. La simulation a été vérifiée grâce à une expérience menée au Laboratoire de mécanique des roches de l'EPFL, avec de vrais poids de 100 kg lâchés de diverses hauteurs, ce qui a permis de confronter les résultats calculés avec la réalité (fig. 5 et 6).

Le modèle de Cundall [2] en deux dimensions a été choisi, parce que plus simple et fréquemment utilisé. De plus, il est facilement extensible à trois dimensions. Dans ce modèle, chaque grain est simulé par un disque, représenté par son rayon, sa masse, son moment d'inertie et ses propriétés de contact. Les déformations de chaque grain sont supposées petites en comparaison de leur taille. Le modèle de Cundall remplace la déformation du grain par un léger chevauchement. Les contacts entre les grains sont modélisés par des ressorts et des amortisseurs normaux et tangentiels existant à chaque contact, avec une limite de friction sur la force de cisaillement tangentielle maximale. L'élasticité du ressort et les valeurs d'amortissements visqueux sont considérées comme constantes. Lors d'un contact entre deux éléments, le ressort et l'amortisseur sont activés. Une fois que les forces normales et de cisaillement ont été déterminées pour tous les points de contact, on peut introduire le mouvement des grains (deuxième loi de Newton).

L'intérêt pratique de tels tests est de contribuer à la conception de galeries de protection contre les chutes de pierres, en approfondissant les connaissances actuelles sur les capacités d'amortissement des matériaux meubles. Avec l'école des corps déformables, on parvient à visualiser les forces entre les grains (fig. 7). On y voit clairement apparaître des arches, c'est-à-dire des chemins de force qui contournent certains grains. Alors que les pressions se répartissent harmonieusement dans le milieu amorphe, il apparaît nettement que dans les milieux structu-

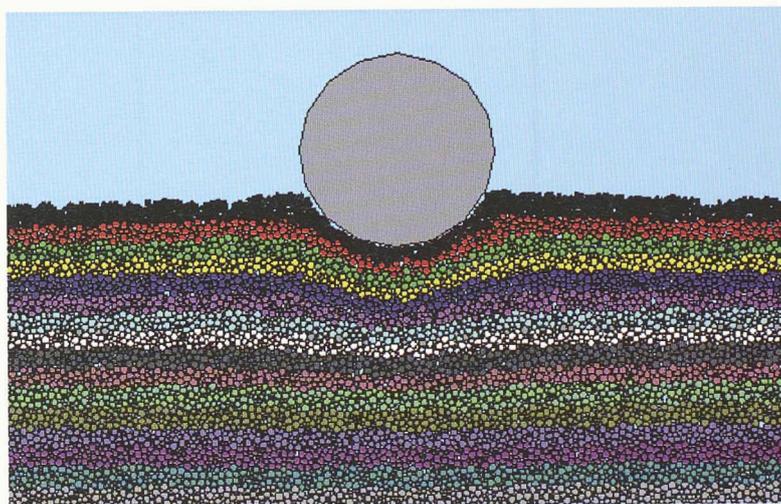


Fig. 5. – Chute d'un bloc simulée

(Illustration EPFL [3])

rés, les pressions se propagent selon des directions préférentielles. La triangulation de Delaunay pondérée convient au modèle des disques déformables. Grâce à elle, on obtient une complexité de calcul presque linéaire par rapport au nombre de disques introduits dans le modèle. Les modèles de corps déformables sont plus faciles à programmer que ceux de l'école des corps indéformables car il n'y a pas besoin d'ordonner les chocs dans le temps. Cela étant, ce modèle, bien que relativement classique et répandu, est délicat à manier, car beaucoup de paramètres entrent en jeu, qui sont difficiles à fixer et il n'existe aucune table de conversion connue entre les paramètres physiques, tels que, par exemple, le coefficient d'élasticité et les constantes des ressorts modélisant les contacts.

#### Utilisation d'un ordinateur parallèle

Comme le montre la thèse présentée, la modélisation par éléments distincts permet de réaliser des simulations impressionnantes, mais elle est malheureusement très gourmande en calculs, quand bien même l'utilisation d'une triangulation permet d'améliorer les performances des programmes. Pour augmenter encore la vitesse d'exécution, il n'y a que deux possibilités : utiliser un ordinateur plus puissant ou paralléliser le programme, c'est-à-dire répartir le travail sur plusieurs unités de calcul (les processeurs). Soulignons d'emblée qu'il ne suffit pas de lancer un programme séquentiel sur un ordinateur parallèle pour obtenir de bons résultats. Il est nécessaire de « penser parallèle » en écrivant le programme.

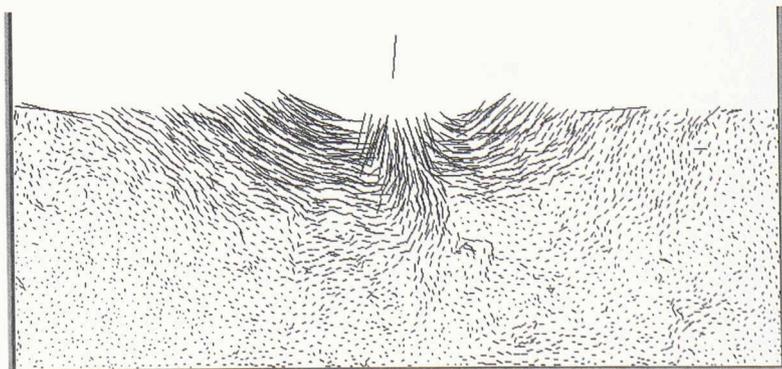


Fig. 6. – Déplacements des grains du remblai

Les différences conceptuelles entre les modèles newtoniens des écoles des corps déformables et indéformables (et notamment le fait que l'on ne doit pas, dans le premier cas, calculer les temps exacts des chocs) ont été mises en évidence ci-dessus. C'est pourquoi, « paralléliser » efficacement un modèle de l'école des corps indéformables relève du tour de force, alors que cette opération est relativement aisée pour un modèle de corps déformables, principalement parce qu'il n'y a pas trop de problèmes de synchronisation. La parallélisation du programme est en effet facilitée, car on n'a pas à répartir un échéancier, facteur de perte important.

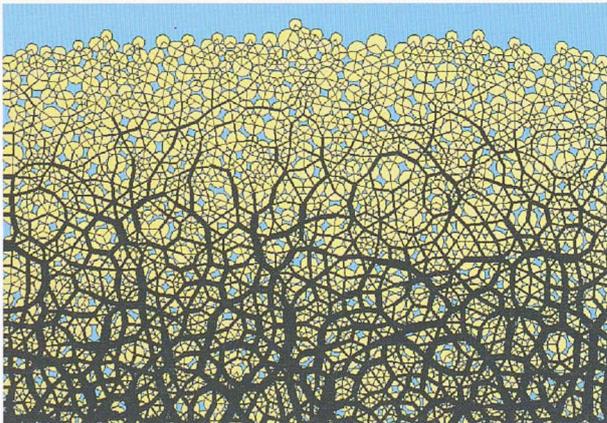


Fig. 7. – Forces de contact dans un milieu granulaire (modèle des grains déformables) (Illustration EPFL [3])

De plus, il faut adapter le programme aux caractéristiques de la machine afin d'en tirer le meilleur profit. L'EPFL dispose d'un *Cray T3D*. Conçu pour que les communications entre les processeurs soient très rapides, ce superordinateur est composé de 256 PE (*Processing Elements*) connectés sur un tore 3D. Chaque PE consiste en un processeur *DEC Alpha* à 150 MHz et une mémoire de 64 Mégabytes, fournissant ainsi une puissance globale estimée à 38 gigaflops et une mémoire totale de 16 gigabytes. Plusieurs utilisateurs peuvent occuper en même temps différents sous-ensembles disjoints de PE sans que cela ait une in-

fluence sur les temps de calcul. Par contre, un PE ne peut traiter qu'un seul programme à la fois. Ainsi, un système de files d'attente gère les accès au *T3D*, ce qui a pour conséquence qu'il faut parfois attendre que des PE se libèrent avant que notre programme ne commence son exécution. Une application tournant sur le *T3D* reçoit un sous-ensemble (une partition) de PE, mais elle n'a pas de contrôle sur la géométrie de ce sous-ensemble, ce qui veut dire qu'on ne peut pas choisir explicitement l'emplacement des PE, mais seulement leur nombre. Heureusement, la géométrie de la partition n'a pratiquement aucune influence sur les temps de communication.

L'inconvénient principal de cette façon de faire est qu'elle n'est pas directement portable sur d'autres machines parallèles, chacune ayant ses spécificités propres, avec lesquelles il faut jouer pour en tirer le meilleur parti.

Au vu de la comparaison avec des simulations menées dans d'autres centres de recherche, le parallélisme semble être la voie la plus prometteuse pour la simulation de milieux granulaires par une méthode d'éléments distincts, quelle que soit la fonction de voisinage choisie. Il reste cependant beaucoup de travail à accomplir pour réaliser un programme général. En l'occurrence, la simulation décrite ci-dessus d'un milieu quasi statique, confiné dans une cuve rectangulaire, représente une situation très avantageuse. Un programme parallèle efficace serait plus difficile à obtenir si l'on voulait simuler, par exemple, l'écoulement de disques dans un sablier. En effet, comme ce milieu évolue rapidement, il faudrait redistribuer la charge de travail fréquemment. Dans le cas de l'école des corps indéformables, on pourrait sans doute utiliser d'autres méthodes qui sortent du cadre de la thèse présentée.

En résumé, le parallélisme pourrait bien être le véritable détonateur

de la méthode des éléments distincts, puisque le nombre de grains peut facilement s'élever à plusieurs dizaines de milliers, alors que les temps de calcul demeurent raisonnables. La combinaison de fonctions de voisinage efficaces et du parallélisme permettra sans doute aux méthodes d'éléments distincts de supplanter celles des éléments finis. La thèse de Didier Müller pourra servir de référence aux programmes futurs, qui se soucieront d'évaluer la vitesse de calcul de telle ou telle simulation car, pour la première fois, les temps de calculs obtenus ont été soigneusement indiqués.

La simulation numérique des milieux granulaires apportera beaucoup à la compréhension de phénomènes caractéristiques comme la ségrégation, la convection, les effets d'arche, et il est certain qu'elle facilitera les applications industrielles ou de génie civil utilisant cet état de la matière.

### Remerciements

Que Didier Müller, dont la prose à largement inspiré notre texte, trouve ici nos sincères remerciements.

### Bibliographie

- [1] D. MÜLLER, « Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts », Thèse EPFL N° 1545, 1996
- [2] CUNDALL P.A., STRACK O.D.L.: « A discrete numerical model for granular assemblies », *Géotechnique* 29, 1979, N° 1, pp. 47-65
- [3] FERREZ J.-A., MÜLLER D., LIEBLING TH., « Parallel Implementation of a Distinct Element Method for Granular Media Simulation on the T3D », *EPFL Supercomputing Revue*, N° 8, 1996.
- [4] TELLEY H., LIEBLING TH., MOCELIN A.: « The Laguerre Model of grain growth in two dimensions », *Phil. Mag. B*, 1996, vol. 73.