

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung

Band: 24 (1946)

Heft: 6

Artikel: Der Knall als physikalisches und mathematisches Problem

Autor: Furrer, W. / Weber, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-873241>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

TECHNISCHE MITTEILUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON DER SCHWEIZ. TELEGRAPHEN- UND TELEPHON-VERWALTUNG

BULLETIN TECHNIQUE

PUBLIÉ PAR L'ADMINISTRATION DES TÉLÉGRAPHES ET DES TÉLÉPHONES SUISSES

BOLLETTINO TECNICO

PUBBLICATO DALL'AMMINISTRAZIONE DEI TELEGRAFI E DEI TELEFONI SVIZZERI



Inhalt — Sommaire — Sommario: Der Knall als physikalisches und mathematisches Problem. — Das Kristallitgefüge in einem Kabelbleimantel. — Die gegenseitige Beeinflussung der Rundspruch-Empfangsanlagen und deren Bekämpfung. La lutte contre l'influence mutuelle des installations radiophoniques de réception. — Statistische Erhebungen über die Radiohörer und den für den Radiobetrieb konsumierten elektrischen Strom. — Verstärkerämter. — Wann friert der Bleiakкумуляtor ein? — Betrachtungen über die Qualität des Telephonmaterials und seine Prüfung. Considérations sur la qualité du matériel téléphonique et sa vérification. — Persönliches. Personnel. — Verschiedenes. Divers. — Personalnachrichten. Personnel. Personale.

Der Knall als physikalisches und mathematisches Problem

Von W. Furrer und H. Weber, Bern

534.322.3

1. Einleitung

Es ist allgemein üblich, ein Schallereignis entweder als *Klang* oder als *Geräusch* zu bezeichnen. Der Unterschied zwischen diesen beiden Kategorien ist eindeutig: ein Klang hat ein harmonisches Linienspektrum, das heisst, er besteht aus einem Grundton und einer Anzahl von Obertönen, deren Frequenz jeweils ein ganzes Vielfaches der Grundfrequenz beträgt; ein Geräusch dagegen weist ein kontinuierliches Bandenspektrum auf, bei dem die Energie nicht mehr auf einzelne diskrete Frequenzen konzentriert, sondern über breite Frequenzgebiete kontinuierlich verteilt ist. Der Unterschied ist aus dem Oszillogramm leicht ersichtlich: während sich ein Klang durch eine deut-

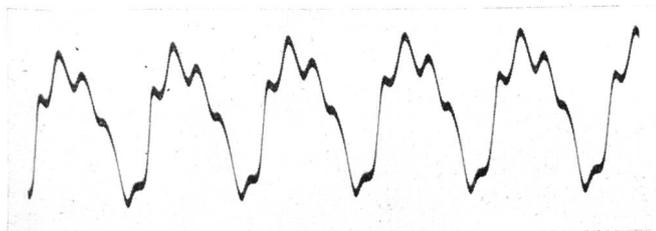


Fig. 1. Oszillogramm eines Geigenklanges

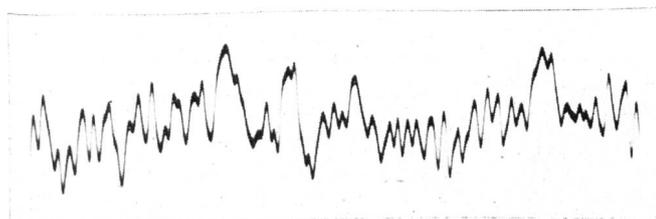


Fig. 2. Oszillogramm eines Geräusches (Automotor)

liche Periodizität auszeichnet, erscheint das Geräusch ganz regellos (Fig. 1 und 2).

Unter den vielen verschiedenartigen Geräuschen kommt nun den *Knallen* eine Sonderstellung zu; sie zeichnen sich einerseits durch ihre sehr kurze Dauer, andererseits durch ihre grosse Intensität aus. Knalle entstehen auf sehr verschiedene Weise; am häufigsten treten sie wohl als Folge von Sprengstoffexplosionen oder als Mündungsknalle von Feuerwaffen auf, aber auch jeder mit Ueberschallgeschwindigkeit bewegte Körper erzeugt einen Knall (Peitschenknall, ballistischer Geschossknall). Ferner lassen sich Knalle elektrisch erzeugen, entweder durch einen direkten Ueberschlag (Blitz!) oder indirekt durch einen elektrischen Ausgleichsvorgang (Kondensatorentladung, Kontaktvorgang usw.), der mit Hilfe eines elektroakustischen Wandlers (Lautsprecher, Telephon) hörbar wird.

Diese letztere Erzeugungsart ist jedem Telephonbenützer bekannt; die knallartigen Komponenten von Telephonstörgeräuschen sind besonders unangenehm und müssen immer wieder bekämpft werden. Dies hat uns dazu geführt, die Akustik des Knalles einmal eingehend zu bearbeiten. Es erschien dies um so gerechtfertigter, als die Literatur hierüber ausserordentlich spärlich ist. Gewöhnlich tritt ja der Knall nur als unerwünschte Nebenerscheinung auf, mit der sich bisher nur wenige Autoren befassen haben. Dabei wurde von den Knallen von Explosionen und von Mündungsknallen von Feuerwaffen ausgegangen; die Resultate dieser Messungen sind von einem von uns bereits veröffentlicht worden¹⁾.

¹⁾ W. Furrer, Schweiz. Arch. f. Wissensch. u. Techn. (1946) S. 213.

2. Messtechnik

Um die bei Mündungs- und Explosionsknallen in einer gewissen Entfernung vom Sprengherd auftretenden Drucke messen zu können, ist es in erster Linie notwendig, über ein Mikrofon zu verfügen, das auch bei relativ hohen Drucken noch linear arbeitet. Die sehr kurze Dauer solcher Vorgänge lässt ferner ein breites Frequenzspektrum erwarten, so dass das Mikrofon zudem noch über ein weites Frequenzgebiet eine unabhängige Empfindlichkeit besitzen muss. Während diese letztere Eigenschaft von jedem guten Mikrofon, das sich für Radiozwecke eignen soll, erfüllt wird, existiert kein handelsüblicher Typ, der bis zu Schalldrucken von 0,1 bis $1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ (10^5 — $10^6 \mu\text{b}$) verwendet werden kann. Das qualitativ hochwertige Kondensatormikrofon darf mit Schalldrucken bis höchstens etwa $0,0005 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ ($500 \mu\text{b}$) beaufschlagt werden; dann wird die Amplitude seiner Membran so gross, dass Durchschläge eintreten. Tauchspulenmikrophone arbeiten bis etwa $0,01 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ ($10\,000 \mu\text{b}$) einwandfrei, bei höheren Drucken ist mit nichtlinearen Verzerrungen und schliesslich mit Membranbeschädigungen zu rechnen.

Wir waren daher gezwungen, für unsere Untersuchungen zunächst ein geeignetes Mikrofon herzustellen, wobei wir uns für einen piezoelektrischen Wandler, mit Quarz als aktivem Material, entschlossen. Gegenüber dem in der Elektroakustik sehr häufig verwendeten Seignette-Salz (Kalium-Natriumtartrat) hat Quarz den Nachteil eines sehr viel kleineren piezoelektrischen Effektes; dagegen ist Quarz chemisch beständig und hat eine nur geringe Temperaturabhängigkeit. Der verhältnismässig schwache piezoelektrische Effekt des Quarzes spielt für den vorliegenden Zweck keine Rolle, da wir es ja mit grossen Drucken zu tun haben. Zudem kann das Quarzelement als Biegungsschwinger ausgebildet werden, was die Empfindlichkeit verbessert.

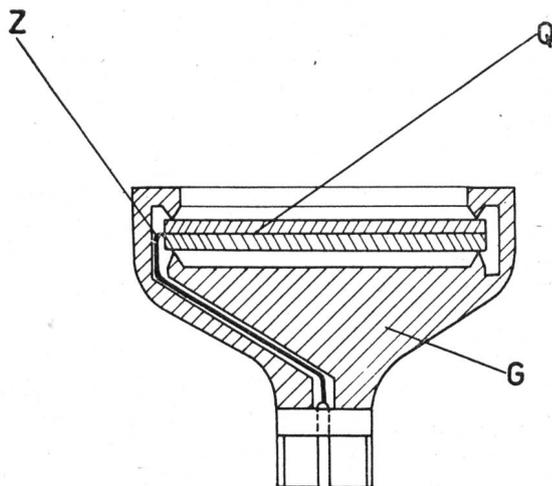


Fig. 3. Schematischer Schnitt durch das Quarzmikrophon

- Q Quarzelement (Biegungsschwinger),
- Z Zuleitung,
- G Gehäuse

Die Fig. 3 zeigt das Konstruktionsprinzip des Mikrophons²⁾. Der luftdichte Abschluss zwischen der

²⁾ Das Quarzelement verdanken wir Herrn Prof. E. Baumann, Institut für Schwachstromtechnik der Eidg. Technischen Hochschule in Zürich.

Vorder- und Rückseite des Elementes wurde mit einem nicht trocknenden Speziallack erreicht. Die Gehäuseform wurde so gewählt, dass die Resonanz des Hohlraumes vor dem Element so hoch als möglich zu liegen kam.

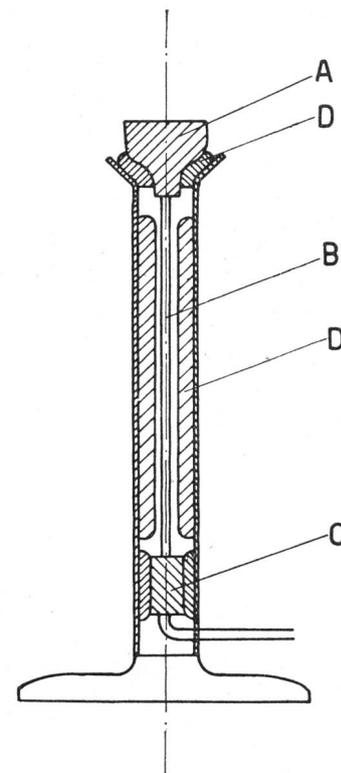


Fig. 4. Schematischer Schnitt des zusammengebauten Mikrophons

- A Mikrophon,
- D Filz oder Schwammgummi,
- B Zuleitung,
- C Vorverstärker

gang immer noch bis 50 Hz, was für unsere Zwecke völlig genügt.

Nach oben wird der Frequenzgang durch die Resonanzfrequenz des Quarzelementes begrenzt, die bei 19 kHz liegt. Die Zusatzsteife des Luftpolsters hinter dem Element spielt praktisch keine Rolle. Die absolute Empfindlichkeit des Mikrophons wurde zunächst bei den tiefen Frequenzen in der Kolbendruckkammer zu $6 \mu\text{V}/\mu\text{b}$ bestimmt.

Mit einem Messlautsprecher kann ohne Schwierigkeiten ein Schalldruck von $20 \mu\text{b}$ erzeugt werden; die damit am Mikrophon erzeugte Spannung beträgt also $120 \mu\text{V}$ und liegt somit genügend über dem Wärmerauschen. Es ist daher möglich, den Frequenzgang des Mikrophons auch im freien Schallfeld zu messen. Er liegt innerhalb $\pm 3 \text{ db}$ von 50 bis 10 000 Hz und erfüllt damit auch recht hohe Ansprüche.

Als Registriergerät kommt nur ein Kathodenstrahl-Oszillograph in Frage, wobei der „Philips“ Typ GM—3156 gewählt wurde; das auf dem Schirm der Röhre entstehende Bild wird photographiert, wobei der Kathodenstrahl *einmal* mit einer beliebig wählbaren Geschwindigkeit abgelenkt wird. Es muss dann nur noch dafür gesorgt werden, dass der Ablenkvorgang zur richtigen Zeit ausgelöst wird, das heisst kurz bevor der Schall beim Mikrophon eintrifft. Dies lässt sich nur dadurch erreichen, dass die Ablenkung durch den Vorgang selbst gesteuert wird.

Die Fig. 4 zeigt den Zusammenbau mit dem Vorverstärker, wobei vor allem auf weitestgehende Unempfindlichkeit gegenüber mechanischen Erschütterungen geachtet werden musste.

Der Vorverstärker besteht aus einer Triode mit besonders hohem Gitterableitwiderstand. Bei Verwendung einer Elektrometerröhre wäre es allerdings möglich gewesen, den Frequenzgang bis zur Frequenz 0 (Gleichdruck) auszudehnen. Praktische Gründe und Beschaffungsschwierigkeiten sprachen aber gegen die Elektrometerröhre; mit einer Kapazität des Quarzelementes inklusive Kabel von 90 pF und einem Gitterableitwiderstand von $60 \text{ M}\Omega$ reicht der Frequenz-

Da der Verschluss der Aufnahmekamera schon einige Zeit vor dem Eintreffen des Schalles geöffnet werden muss (2—3 Sekunden), ist es ferner notwendig, den Kathodenstrahl während dieser Zeit vollständig zu sperren, um eine störende Vorbelichtung des Filmes zu verhindern.

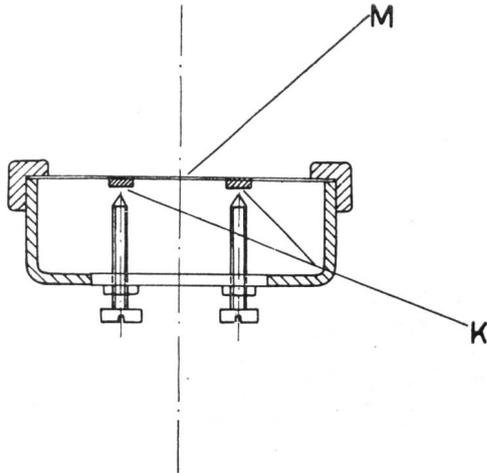


Fig. 5. Schematischer Schnitt durch den druckgesteuerten Kontakt
M Membran,
K Kontakte

Für die Auslösung des Kathodenstrahl-Oszillographen durch den Knallvorgang bestehen verschiedene Möglichkeiten. Da ganz erhebliche Druckkräfte zur Verfügung stehen, ist wohl ein druckgesteuerter Kontakt die einfachste und zuverlässigste Lösung. Die Fig. 5 zeigt schematisch den verwendeten Kontakt, der aus einer gewöhnlichen Hörerkapsel her-

gestellt ist. Bei etwas sorgfältiger Einstellung der Kontaktabstände spricht der Kontakt bei einem Druck von $0,001 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ noch mit Sicherheit an.

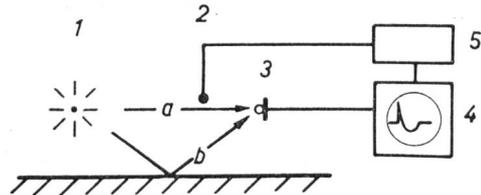
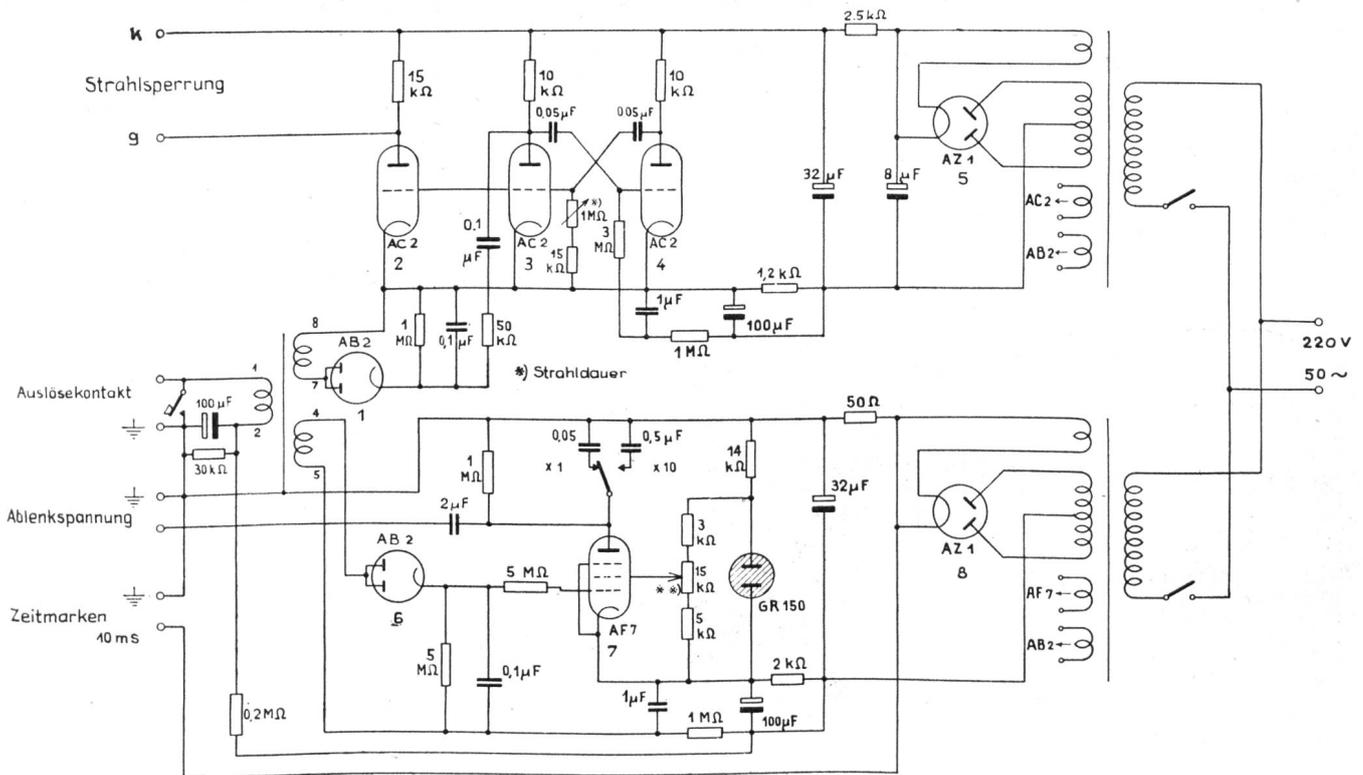


Fig. 6. Schema der Messanordnung
1 Explosionsherd oder Mündung,
2 Druckgesteuerter Kontakt,
3 Messmikrophon,
4 Kathodenstrahl-Oszillograph,
5 Steuergerät,
a direkte Druckwelle,
b Bodenreflexion

Die Fig. 6 zeigt schematisch die ganze Messanordnung: Die vom Explosionsherd oder der Mündung 1 ausgehende direkte Welle a erreicht zuerst den druckgesteuerten Kontakt 2 und eine gewisse Zeit später das Messmikrophon 3; während dieser Zeit wird durch das Steuergerät 5 die Strahlsperrung des Oszillographen 4 aufgehoben, der Kathodenstrahl an den linken Rand des Bildschirmes gebracht und es beginnt eine gleichförmige zeitliche Ablenkung nach rechts. In diesem Augenblick erreicht die Druckwelle das Messmikrophon 3 und der Druckverlauf des Vorganges erscheint auf dem Schirm der Kathodenstrahlröhre und wird photographiert.

Die Fig. 7 zeigt das Schema des Steuergerätes³⁾.

³⁾ Die Entwicklung dieses Gerätes verdanken wir Herrn H. Meister von der Abteilung Versuche und Forschung der Generaldirektion PTT.



**1) Ablenkzeit.

Fig. 7. Schema des Steuergerätes

Es ist deutlich ersichtlich, dass es zwei separate Teile enthält, wobei der eine für die Strahlsperrung und der andere für die gleichförmige zeitliche Ablenkung dient. Das Gerät arbeitet folgendermassen: Durch Entladung des Kondensators 100 μ F über den Auslösekontakt entsteht in den beiden Sekundärwicklungen des Impulsübertragers ein Spannungsschoss. Dadurch wird einerseits die Röhre 7 des Ablenkgarates, die sonst durch eine starke negative Vorspannung blockiert ist, freigegeben, der Kondensator im Anodenkreis wird auf eine linear mit der Zeit zunehmende Spannung aufgeladen. Die Ablenkschnelligkeit wird mittels der Grösse des Anodenkondensators und der Schirmgitterspannung reguliert.

Gleichzeitig wird die Schaltung des Strahlsperrteiles (*Abraham* und *Bloch*) zum Kippen gebracht, die vorher stromdurchflossenen Röhren 2 und 3 werden gesperrt und die Strahlsperrspannung wird für eine am Potentiometer 1 M Ω einstellbare Zeitdauer aufgehoben. Nach Ablauf des Vorganges kehren beide Teile in die Ruhelage zurück.

Mit der beschriebenen Messanordnung wurde nun eine grosse Anzahl von Feuerwaffen, angefangen bei der Pistole bis zur 15-cm-Kanone, sowie frei detonierende Sprengstoffe gemessen. Die Resultate dieser Messungen finden sich in der bereits zitierten Veröffentlichung⁴⁾. Es zeigte sich dabei, dass die Oszillogramme aller dieser Knalle einen identischen Verlauf aufweisen. Die Fig. 8 zeigt als typisches Beispiel den Mündungsknall einer 2-cm-Flabkanone. Der Vorgang setzt mit einem praktisch sprunghaften Druckanstieg ein, worauf ein verhältnismässig langsamer Druckabfall folgt. Nach einer bestimmten Zeit t_0 wird der Gleichgewichtszustand vorübergehend wieder erreicht, anschliessend folgt eine bedeutend längere, aber flachere Unterdruckperiode. Diesem einfachen Verlauf überlagert ist nun meist noch die Bodenreflexion; wenn der Explosionsherd sehr nahe dem Boden liegt oder der Beobachtungsort weit weg liegt, ist sie kaum noch sichtbar. Für unsere weiteren Betrachtungen lassen wir daher die Bodenreflexion weg, immerhin sei noch bemerkt, dass sie ein sehr einfaches Mittel zur Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckwelle darstellt, ebenso kann daraus der Reflexionskoeffizient des Bodens berechnet werden.

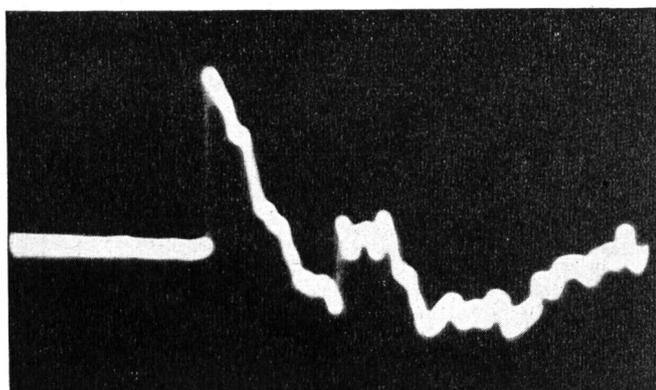


Fig. 8. Oszillogramm des Mündungskalles einer 2-cm-Flab-Kanone

4) W. Furrer, loc. cit.

Es ist klar, dass später, also nach dem Eintreffen der ersten Bodenreflexion, noch während einer verhältnismässig langen Zeit weitere Reflexionen von allen möglichen Hindernissen, wie Waldrändern, Häusern, Wolken usw. folgen werden. Für den subjektiv empfundenen Eindruck des Knalles sind die Reflexionen wichtig, so tönt zum Beispiel der Mündungsknall eines Gewehres auf einer freien, offenen Wiese oder auf dem Kamm eines Berges anders als im Wald oder in einem geschlossenen Schießstand.

Diese Reflexionen lassen sich aber nie auch nur angenähert erfassen, da bei jedem einzelnen Fall immer wieder vollständig andere Verhältnisse vorliegen. Für die Beurteilung der mechanischen Wirkungen eines Knalles sind sie aber auch nicht wichtig, da ja der erste Druckstoss immer die weitaus grösste Amplitude aufweist und somit massgebend sein wird. Wenn wir im eben zitierten Beispiel eines Gewehrknalles nicht auf den Lautstärkeindruck achten, sondern auf den charakteristischen Schmerz, wie er in der Nähe der Mündung im Ohr empfunden wird, so finden wir, dass dieser immer gleich bleibt, ob wir auf dem Gipfel eines Berges oder in einem geschlossenen Raume schiessen.

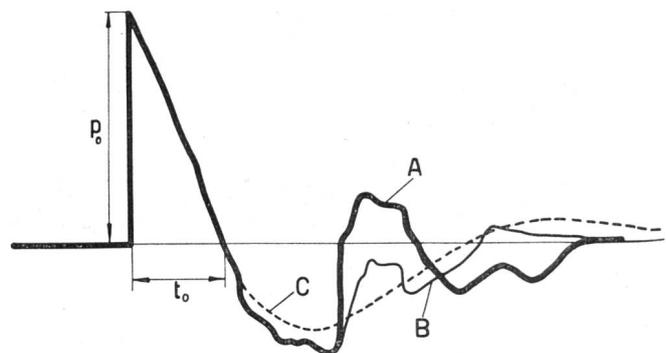


Fig. 9. Analytische Approximation des Mündungsknall-Oszillogrammes der 2-cm-Flab-Kanone

- A Oszillogramm der Fig. 8,
- B Bodenreflexion abgezogen,
- C Analytische Approximation

Für unsere weiteren Betrachtungen dürfen wir also einen Druckverlauf des Knalles annehmen, wie er ohne Reflexionen auftritt.

3. Der analytische Ausdruck für den Druckverlauf

Wir suchen einen möglichst einfachen analytischen Ausdruck für die allgemeine Form des zeitlichen Druckverlaufes eines Knalles, wobei wir als Parameter die beiden leicht aus dem Oszillogramm ablesbaren Werte p_0 (Druckspitze) und t_0 (Dauer der Druckspitze bis zum 1. Nulldurchgang) einführen wollen.

Die Fig. 9 lässt erkennen, dass die Funktion

$$p_t = \frac{p_0}{\cos \varphi} e^{-bt} \cdot \cos (\Omega t + \varphi)$$

den Druckverlauf des Oszillogrammes der Fig. 8 sehr gut approximiert, sofern die Bodenreflexion abgezogen wird.

Für die Bestimmung der Grössen φ , b und Ω stehen die folgenden Randbedingungen zur Verfügung:

1. Das zeitliche Integral des Druckes muss Null sein; das bedeutet physikalisch, dass wir einen rein elastischen Vorgang annehmen und einen Gastrans-

port ausschliessen. Diese Voraussetzung ist schon in einer Entfernung von wenigen Metern vom Sprengherd erfüllt.

Es folgt daraus:

$$\int_0^{\infty} p_t \cdot dt = \frac{p_0}{\cos \varphi} \int_0^{\infty} e^{-bt} \cdot \cos (\Omega t + \varphi) dt = 0$$

$$\int_0^{\infty} e^{-bt} \cdot \cos (\Omega t + \varphi) dt = 0$$

$$\frac{b \cos \varphi - \Omega \sin \varphi}{b^2 + \Omega^2} = 0 \tag{1}$$

daraus $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{\Omega}$ (2)

2. Für $t = t_0$ muss $p_t = 0$ sein, daher $e^{-bt_0} \cos (\Omega t_0 + \varphi) = 0$

$$(\Omega t_0 + \varphi) = \frac{\pi}{2}$$

oder $\varphi = \frac{\pi}{2} - \Omega t_0$ (3)

in (2) eingesetzt ergibt

$$\operatorname{tg} \Omega t_0 = \frac{\Omega}{b} \tag{4}$$

3. Nach dem Drucksprung, das heisst für $t = 0$, ist die Tangente der Kurve gegeben durch

$$\left(\frac{dp}{dt} \right)_{t=0} \cong - \frac{p_0}{t_0} \tag{5}$$

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{p_0}{\cos \varphi} e^{-bt} \{ b \cos (\Omega t + \varphi) + \Omega \sin (\Omega t + \varphi) \} \tag{6}$$

$$\left[\frac{dp}{dt} \right]_{t=0} = - p_0 (b + \Omega \operatorname{tg} \varphi) = - 2p_0 b \tag{7}$$

unter Berücksichtigung von (2).

Es folgt $b = \frac{1}{2t_0}$ (8)

aus (3) $\Omega = \frac{1}{t_0} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$ und b in (2) eingesetzt, führt auf die transcendente Gleichung zur Bestimmung von φ

$$\operatorname{ctg} \varphi = (\pi - 2\varphi) \tag{9}$$

φ ist unabhängig von p_0 und t_0 . Man erhält $\varphi = 23^\circ$.

Ferner ist $\Omega = \frac{1}{t_0} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$

4. Die akustische Energie

Die Intensität I einer ebenen Schallwelle ist durch den Ausdruck gegeben:

$$I = \frac{p^2}{c \rho}$$

Wie in der bereits zitierten Arbeit⁵⁾ gezeigt wurde, sind die Voraussetzungen für ebene Wellen schon in

⁵⁾ W. Furrer, loc. cit.

einer Entfernung von einigen Metern vom Sprengherd erfüllt, so dass wir berechtigt sind, den obigen Ausdruck zu verwenden.

Die Schallenergie W ist das zeitliche Integral der Intensität, also

$$W = \frac{1}{c \rho} \int_0^{\infty} p_t^2 \cdot dt$$

p_t eingesetzt und integriert ergibt:

$$W = \frac{p_0^2}{4b \rho c} \tag{10}$$

W ist die Energie pro cm^2 , so dass wir die totale akustische Energie W_t einer Explosion oder eines Mündungsknalles durch die Integration über die Kugeloberfläche erhalten. Dabei tritt die Komplikation auf, dass beim Mündungsknall die Druckamplitude p_0 stark richtungsabhängig ist, so dass wir vorerst einen Mittelwert suchen müssen. Auf diese Weise können wir den akustischen Wirkungsgrad von Explosionen und Mündungsknallen bestimmen, wobei sich beispielsweise die folgenden Werte ergeben:

| | |
|--|--------|
| Freie Explosion von Trotyl (730 kCal/kg) | 1,85 % |
| Pistole | 4 % |
| Karabiner | 0,85 % |
| 2-cm-Flab-Kanone | 1,5 % |
| 4,7-cm-Pak | 3,8 % |
| 7,5-cm-Flab-Kanone | 1,6 % |
| 10,5-cm-Kanone | 1,8 % |
| 15-cm-Kanone | 2,85 % |

5. Das Frequenzspektrum

Für die Beurteilung der Wirkung eines Knalles auf das Ohr ist es in erster Linie wichtig, die Verteilung der Schallenergie auf die einzelnen Frequenzbereiche zu kennen. Bekanntlich benötigt die Messung des Frequenzspektrums eines zeitlich veränderlichen Vorgangs um so mehr Zeit, je feiner die Analyse gewünscht wird. Die kurze Dauer eines Knalles verunmöglicht daher die direkte messtechnische Ausführung einer brauchbaren Analyse, so dass als einzige Möglichkeit die analytische Auswertung des Fourierintegrals aus dem Oszillogramm übrig bleibt.

Das Fourierintegral ist ein Spezialfall des Laplaceintegrals, in dem für den Parameter s der Wert $j\omega$

eingesetzt wird. $L(p_t) = \int_0^{\infty} e^{-st} p_t \cdot dt.$

Das Laplaceintegral von

$$p_t = \frac{p_0}{\cos \varphi} e^{-bt} \cos (\Omega t + \varphi) \quad \text{lautet}$$

$$L(p_t) = \frac{(s + b) \cos \varphi - \Omega \sin \varphi}{(s + b)^2 + \Omega^2} \cdot \frac{p_0}{\cos \varphi} \tag{11}$$

Berücksichtigt man, dass $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{\Omega}$ ist, so erhält man

$$L(p_t) = \frac{s \cdot p_0}{(s + b)^2 + \Omega^2} \tag{12}$$

Für $s = j\omega$ erhalten wir das Fourierintegral

$$F(p_t) = p_0 \cdot \frac{j\omega}{(j\omega + b)^2 + \Omega^2}$$

$$= p_0 \cdot \frac{\omega}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2 + b^2)^2 + 4b^2 \Omega^2}} \cdot e^{j\xi} \quad (13)$$

$$\text{tg } \xi = \frac{b^2 + \Omega^2 - \omega^2}{2\omega b}$$

$$F(p_t) \text{ max bei } \omega^2 = \Omega^2 + b^2$$

$$F(p_t) \text{ max} = \frac{p_0}{2b}; \quad \xi = 0$$

Für $\omega = 0$ ist das Fourierintegral ebenfalls 0, das heisst, der Vorgang enthält keine Gleichstromkomponente, was gemäss unserer Voraussetzung auch zu erwarten war. In Fig. 10 sind solche Frequenzspektren aufgezeichnet.

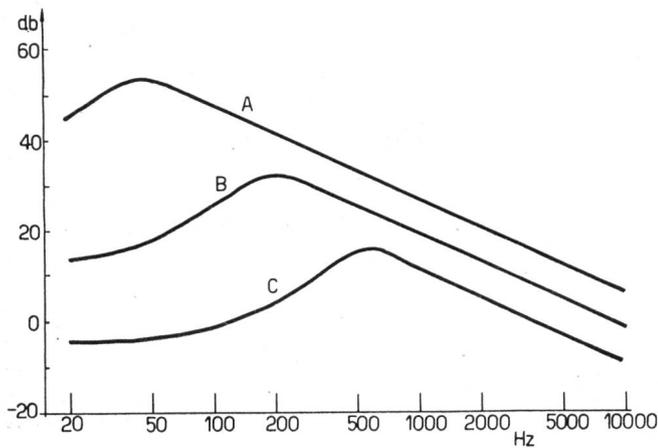


Fig. 10. Berechnete Frequenzspektren
 A 15-cm-Kanone in 10 m Entfernung,
 B 2-cm-Flab-Kanone (Oerlikon) in 2 m Entfernung,
 C Pistole in 0,8 m Entfernung,
 0 db = 1 μ b/Hz

Der Knall selbst kann als die Summe von unendlich vielen Schwingungen mit den zugeordneten Amplituden des Fourierintegrals interpretiert werden:

$$p_t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} \cdot F(p_t) \cdot d\omega \quad (14)$$

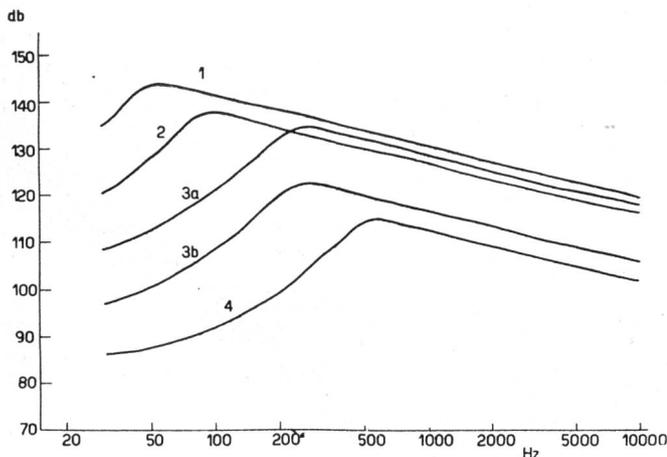


Fig. 11. Oktavanalyse ($\omega \cdot F(p_t)$)
 1 4-kg-Trotyl in 4 m Entfernung,
 2 7,5-cm-Flab-Kanone in 5 m Entfernung,
 3a 2-cm-Flab-Kanone (Oerlikon) in 0,5 m Entfernung,
 3b 2-cm-Flab-Kanone (Oerlikon) in 2 m Entfernung,
 4 Pistole in 0,8 m Entfernung,
 0 db = 2 · 10⁻⁴ μ b

Da die Sinneswahrnehmung eines Frequenzgemisches nach einer logarithmischen Verteilung auf dem Frequenzband erfolgt, ist es richtiger, das Spektrum $\omega \cdot F(p_t)$ zu betrachten (Fig. 11). Dies würde auch einer Analyse mit dem Oktavfilter entsprechen.

$$(\omega \cdot F(p_t)) \text{ max} = p_0 \frac{\Omega^2 + b^2}{2\Omega b} \quad \text{bei } \omega^2 = \frac{(\Omega^2 + b^2)^2}{\Omega^2 - b^2}$$

6. Die Wirkung eines Knalles auf ein schwingungsfähiges System

Es stellt sich sehr häufig die Frage nach der Wirkung eines Knalles auf ein Bauwerk, auf das Trommelfell des menschlichen Ohres oder allgemein auf irgend ein Hindernis. In erster Annäherung wird man das betreffende Hindernis wohl meist als ein schwingungsfähiges System mit *einem* Freiheitsgrad betrachten können und es soll im folgenden die Frage untersucht werden, wie sich ein solches System bei der Anregung durch einen Knall verhält.

Unter der Voraussetzung, dass sich das schwingungsfähige System zur Zeit $t = 0$ in Ruhe befindet, lässt sich die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2r \dot{x} + k^2 x = C \cdot p(t) \quad (15)$$

in einfacher Weise mit Hilfe der Laplacetransformation nach der Bildfunktion $L[x(t)]$ auflösen:

$$L[x(t)] = C \cdot \frac{L[p(t)]}{s^2 + 2rs + k^2} \quad (16)$$

Die Laplacetransformierte von $p(t)$ lässt sich folgendermassen darstellen:

$$L[p(t)] = \frac{Z(s)}{g(s)} \quad (17)$$

also
$$L[x(t)] = C \cdot \frac{Z(s)}{g(s) \cdot f(s)} \quad (18)$$

wobei nun $f(s) = s^2 + 2rs + k^2$ eine quadratische Form von s ist. Nach (12) vom vorhergehenden Abschnitt ist die Bildfunktion des Knalles:

$$L[p(t)] = p_0 \frac{s}{(s + b)^2 + \Omega^2} \quad \text{also}$$

$$Z(s) = s \cdot p_0 \quad g(s) = (s + b)^2 + \Omega^2$$

Um $x(t)$ zu finden, wird die Partialbruchzerlegung angewandt und dann gliedweise in die Originalfunktion umgewandelt⁶⁾.

$$x(t) = C \cdot \sum_{\nu=1}^n \frac{Z(s_\nu) \cdot e^{s_\nu t}}{[g(s) \cdot f(s)]'_{s=s_\nu}} \quad (19)$$

s_ν sind die Lösungen der Gleichung
$$g(s) \cdot f(s) = 0 \quad (19a)$$

In unserm Falle sind es also vier Lösungen: s_1, s_2 von $g(s)$ und s_3, s_4 von $f(s)$.

1. Fall.

$$\left. \begin{aligned} s_{1,2} &= -b \pm j\Omega \\ s_{3,4} &= -r \pm j\theta \end{aligned} \right\} \quad (19b)$$

wobei $\theta = \sqrt{k^2 - r^2}$ die Eigenfrequenz für den *nicht kritisch gedämpften* Schwingungskreis bedeutet.

⁶⁾ Doetsch, Laplace Transformation.

Für die Lösung soll hinsichtlich der Störfunktion (Knall) der allgemeine Ansatz

$$p_t = \frac{p_0}{\cos \varphi} \cdot e^{-bt} \cos(\Omega t + \varphi) \quad (20)$$

zugrundegelegt werden. Die Schlussformeln erhalten damit einen allgemeineren Charakter.

Die Laplacetransformierte von (20) lautet:

$$L(p_t) = \frac{p_0}{\cos \varphi} \frac{(s+b) \cos \varphi - \Omega \sin \varphi}{(s+b)^2 + \Omega^2} \quad (21)$$

Es bedeuten somit

$$\begin{aligned} Z(s) &= (s+b) \cos \varphi - \Omega \sin \varphi \\ f(s) &= (s+r)^2 + \theta^2 \\ g(s) &= (s+b)^2 + \Omega^2 \end{aligned} \quad (21a)$$

Die Durchführung der Vorschrift (19) mit diesen Funktionen führt auf die Zeitfunktion der gesuchten Grösse

$$X(t) = \frac{C p_0}{\cos \varphi} \cdot \left\{ e^{-bt} \frac{\text{Jm}(Z(s_1) \cdot \overline{f(s_1)}) \cos \Omega t + \text{Re}(Z(s_1) \cdot \overline{f(s_1)}) \sin \Omega t}{\Omega [\text{Re}^2(f(s_1)) + \text{Jm}^2(f(s_1))]} + \right. \\ \left. + e^{-rt} \frac{\text{Jm}(Z(s_3) \cdot \overline{g(s_3)}) \cos \theta t + \text{Re}(Z(s_3) \cdot \overline{g(s_3)}) \sin \theta t}{\theta [\text{Re}^2(g(s_3)) + \text{Jm}^2(g(s_3))]} \right\} \quad (22)$$

stets vorausgesetzt, dass die Lösungen $s_2 = s_1$, $s_4 = \overline{s_3}$ paarweise konjugiert komplex sind.

Die Lösungen $s_1 \dots s_4$ in ihrer expliziten Form (19b) in (22) eingesetzt ergibt

$$x(t) = \frac{C p_0}{\cos \varphi} \left\{ \frac{e^{-bt} \sin(\Omega t + \varphi + \varepsilon) - e^{-rt} [\sin(\varphi + \varepsilon) \cos \theta t + \left(\frac{r-b}{\theta} \sin(\varphi + \varepsilon) + \frac{\Omega}{\theta} \cos(\varphi + \varepsilon)\right) \sin \theta t]}{\sqrt{[(r-b)^2 + \theta^2 - \Omega^2]^2 + 4\Omega^2(r-b)^2}} \right\} \quad (23)$$

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{(r-b)^2 + \theta^2 - \Omega^2}{2\Omega(r-b)}$$

In ähnlicher Weise findet man die Lösung für die beiden andern Fälle.

2. Fall.

Für den aperiodisch gedämpften Schwingungskreis erhält man folgenden zeitlichen Vorgang

$$x(t) = \frac{C p_0}{\cos \varphi} \left\{ \frac{e^{-bt} \sin(\Omega t + \varphi + \varepsilon)}{\sqrt{[(r-b)^2 - \theta^2 - \Omega^2]^2 + 4\Omega^2(r-b)^2}} + \frac{[(b+\theta-r) \cos \varphi - \Omega \sin \varphi] e^{-(r-\theta)t}}{2\theta[(b+\theta-r)^2 + \Omega^2]} - \frac{[(b-\theta-r) \cos \varphi - \Omega \sin \varphi] e^{-(r+\theta)t}}{2\theta[(b-\theta-r)^2 + \Omega^2]} \right\} \quad (24)$$

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{(r-b)^2 - \theta^2 - \Omega^2}{2\Omega(r-b)}$$

wobei in $f(s) = (s+r)^2 - \theta^2$, $s_{3,4} = -r \pm \theta$ zwei reelle Lösungen bedeuten.

3. Fall.

Kritisch gedämpft $f(s) = (s+r)^2$, $s_{3,4} = -r$, zwei zusammenfallende Lösungen.

$$x(t) = \frac{C p_0}{\cos \varphi} \left\{ \frac{e^{-bt} \sin(\Omega t + \varphi + \varepsilon)}{(r-b)^2 + \Omega^2} - e^{-rt} \left[\frac{[(r-b)^2 - \Omega^2] \cos \varphi + 2\Omega(r-b) \sin \varphi}{[(r-b)^2 + \Omega^2]^2} + t \cdot \frac{(r-b) \cos \varphi + \Omega \sin \varphi}{(r-b)^2 + \Omega^2} \right] \right\} \quad (25)$$

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{(r-b)^2 - \Omega^2}{2\Omega(r-b)}$$

Die Funktionen 23, 24 und 25 enthalten alle Spezialfälle, wie zum Beispiel den Einschwingvorgang einer erzwungenen Schwingung, bei der in der Störfunktion das exponentiell abklingende Glied fehlt, also $b = 0$.

1. Anwendung. Wirkung des Knalles auf das Mittelohr.

Aus der Klinik des akustischen Traumas ist bekannt⁷⁾, dass ein Mündungsknall eine Wirkung auf

das Ohr hat, die wesentlich verschieden ist von derjenigen einer Explosion mit gleichgrosser Druckspitze p_0 . Mit den vorstehenden Ansätzen werden daher die folgenden beiden Fälle untersucht:

A: Mündungsknall einer 2-cm-Flab-Kanone,
 $b = 550 \text{ s}^{-1}$, $\Omega = 1300 \text{ s}^{-1}$;

B: Explosion von 1 kg Trotyl,
 $b = 175 \text{ s}^{-1}$, $\Omega = 410 \text{ s}^{-1}$.

In erster Annäherung kann das Mittelohr als schwingungsfähiges, gedämpftes System betrachtet werden, mit den folgenden Eigenschaften:

⁷⁾ L. Rüedi und W. Furrer, Schweiz. Med. Wochenschr. 76 (1946) S. 843.

$$r = 6900 \text{ s}^{-1}, \theta = 6282 \text{ s}^{-18}$$

Mit diesen Zahlenwerten ergeben sich dann die in der Fig. 12 dargestellten Amplituden a des Mittel-

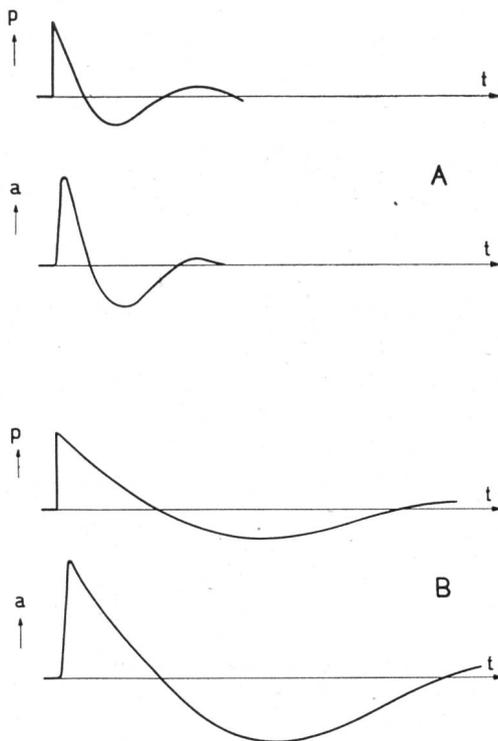


Fig. 12. Berechnete Amplituden a des Mittelohres, hervorgerufen durch einen Knall (Fall A) und eine Explosion (Fall B)

ohres, wobei ersichtlich ist, dass die Explosion (Fall B) ein erheblich grösseres a erzeugt, als der Mündungsknall (Fall A), trotzdem die Druckspitzen p_0 in beiden Fällen gleich gross sind.

2. Anwendung.

Eine sehr wirksame Möglichkeit, das Ohr gegen alle Arten von übermässiger, schädlicher Schalleinwirkung zu schützen, besteht darin, es mit einer Schale abzudecken, die mit feinen Löchern versehen ist. Auf diese Weise entsteht ein Helmholtz-Resonator, der so dimensioniert werden muss, dass seine Resonanzfrequenz in der Gegend von 1000 Hz liegt und seine Dämpfung nahezu den kritischen (aperiodischen) Wert erreicht ($r/2m = \omega_0$).

Eine Beschreibung, sowie klinische und experimentelle Untersuchungen eines solchen Ohrschutzes sind bereits veröffentlicht worden⁸⁾.

Die Differentialgleichung für den Druck im Innern des Ohrschutzes (im Aussenohr) lautet

$$\ddot{p}_2 + \frac{R}{m} \dot{p}_2 + \frac{\lambda}{m} p_2 = \frac{\lambda}{m} p_1(t) \quad (26)$$

wobei R die Reibung, m die Luftmasse in den Löchern, λ die Steifigkeit des Luftraumes im Schallschutz und $p_1(t)$ den zeitlichen Verlauf des Knalles bedeuten.

⁸⁾ G. Békésy, Akust. Zeitschr. I (1936) S. 20.

⁹⁾ L. Rüedi und W. Furrer loc. cit.

Es ist also $r = \frac{R}{2m}$, $k^2 = \frac{\lambda}{m}$ und $C = \frac{\lambda}{m}$
 für $k^2 > r^2$ gilt die Formel (23) $\theta = \sqrt{k^2 - r^2}$
 für $k^2 < r^2$ gilt die Formel (24) $\theta = \sqrt{r^2 - k^2}$

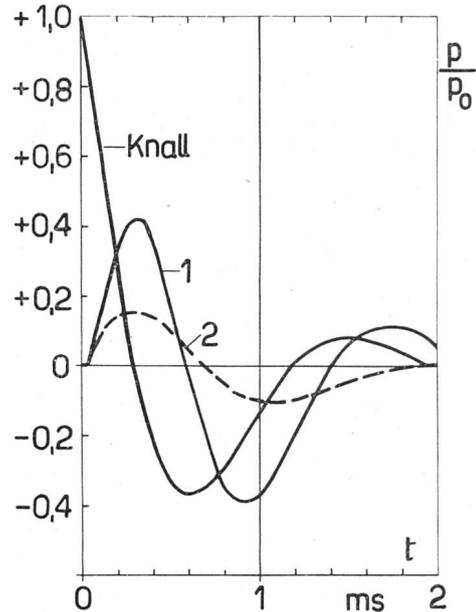


Fig. 13. Dämpfung eines Knalles durch einen Resonator (Ohrschutz)

- 1 Resonatordämpfung berechnet,
- 2 Resonatordämpfung viermal grösser

In der Fig. 13 ist neben dem Oszillogramm des Knalles der sich rechnerisch ergebende Druckverlauf im Aussenohr für zwei verschiedene Werte von R dargestellt. Die kleinere Reibungszahl wurde aus der quasistationären Frequenzabhängigkeit des Ohrschutzes bei normalen Schalldrücken ermittelt zu $r = 3800 \text{ s}^{-1}$, ferner ist $\frac{\lambda}{m} = 4 \cdot 10^7 \text{ s}^{-2}$.

Die Dämpfung des Knalles durch den Ohrschutz ist in Wirklichkeit erheblich grösser, wie aus den Oszillogrammen der Fig. 14 und 15 hervorgeht. Diesen entspricht eher die berechnete Kurve 2 der Fig. 13 mit einer viermal grösseren Dämpfungszahl $r = 15550 \text{ s}^{-1}$.

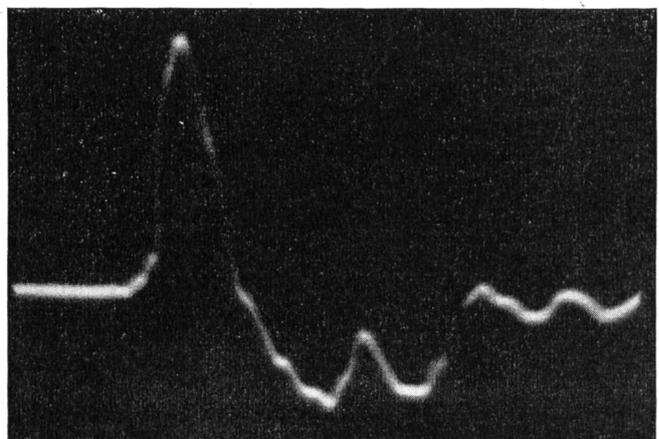


Fig. 14. Oszillogramm eines Pistolknalles ohne Ohrschutz

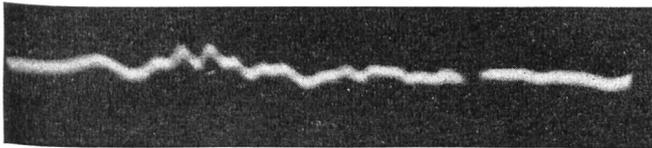


Fig. 15. Oszillogramm eines Pistolenknalles mit Ohrschutz

Offenbar vergrössert sich die Reibung R bei grosser räumlicher oder zeitlicher Druckänderung in starkem Masse. Man müsste also in der Differentialgleichung

(26) an Stelle von R etwa $R \cdot [1 + h(\dot{p}_2)]$ setzen, wobei $h(\dot{p}_2)$ eine mit \dot{p}_2 rasch wachsende Funktion bedeutet.

Ferner sind die Abmessungen des Ohrschutzes im Vergleich zu den Schallwellenlängen nicht vernachlässigbar klein, so dass die Betrachtungsweise als einfacher Resonator nur eine grobe Annäherung darstellt. Immerhin bietet die vorstehende Behandlung die Möglichkeit einer theoretischen Betrachtung der Vorgänge und der Vergleich mit den gemessenen Oszillogrammen bestätigt, dass dabei mindestens qualitativ eine gute Annäherung erreicht wurde.

Das Kristallitgefüge in einem Kabelbleimantel

Von H. Künzler, Bern

621.315.221

Einleitung

Es ist bekanntlich äusserst schwierig, einwandfreie Schliffbilder von Blei herzustellen, weil beim Schleifen dieses Metalles immer störende Kratzer in der zu polierenden Fläche entstehen. Selbst die feinsten Schleifpulver, vermengt mit Mineralöl, ritzen noch das Metall. Dies ist nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, dass gar ein sehr weicher Haarpinsel auf einer glatten Bleifläche Kratzer zu erzeugen vermag, wenn man mit ihm darüber fährt.

Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, versuchten wir, die Gefügebilder des Bleies auf anderem Wege zu erhalten. Dabei machten wir uns eine Entdeckung von P. Jacquet¹⁾ zunutze, nach welcher es möglich ist, verschiedene Metalle elektrolytisch zu polieren.

Die Methode

Für unsere Zwecke benützten wir als Elektrolyten folgende Mischung:

700 cm³ Eisessig,
300 cm³ Perchlorsäure (1,61).

Das zu polierende Bleistück wurde als Anode geschaltet, während als Kathode ein Aluminiumblech von etwa 30—40 cm² Fläche diente. Es ist zweckmässig, diese 10—20 mal grösser zu wählen als die Anode. Der Elektrodenabstand betrug bei unseren Versuchen 3—4 cm.

Wir elektrolysierten in Abänderung des Verfahrens von Jacquet mit 0,5 A/cm², wobei für die Berechnung der Stromstärke nur die der Kathode, das heisst die zu polierende Fläche des Bleistückes berücksichtigt wurde. Die Badtemperatur hielten wir stets zwischen 20° C und 30° C.

Das Bleistück wurde zunächst etwa 3 Minuten in den Elektrolyten eingetaucht und erst hernach der Strom eingeschaltet. Wir elektrolysierten 2 Minuten lang unter gleichzeitiger starker Umrührung der Badflüssigkeit. Dabei bildete sich auf dem Bleistück ein grauschwarzer, sehr dünner Ueberzug, der sich in den meisten Fällen leicht mit Wasser abspritzen liess.

Die so behandelte Bleiprobe war jetzt glatt, aber noch nicht hochglänzend. Wo dies nicht vollständig zutraf, wiederholten wir den eben beschriebenen Prozess noch einmal.

Um den Hochglanz zu bekommen, schalteten wir das Bleistück nochmals als Anode und elektrolysierten erneut im gleichen Bade mit derselben Stromstärke, jedoch ohne zu rühren. Dabei wuchs von den Rändern der zu polierenden Fläche her eine graue Schicht gegen das Innere hin, was nach einiger Uebung gut beobachtet werden konnte. Sobald dieser Ueberzug die ganze Bleifläche überdeckte, was bei Metallflächen von 2,5—3 cm² Grösse etwa 25 bis 31 Sekunden dauerte, wurde der Strom unterbrochen, die Anode herausgenommen und der graue Ueberzug wieder mit destilliertem Wasser weggespült. Das Bleistück war jetzt auf der der Anode zugekehrten Seite hochglänzend. «Glänzten» wir länger als 25 bis 31 Sekunden, so verschwand der Hochglanz wieder; die polierte Fläche wurde wieder matt.

Das elektrolytisch polierte Metallstück wurde nochmals mit destilliertem Wasser abgespült, mit Alkohol übergossen und im Wasserstoffstrom getrocknet.

Die auf diese Weise vorbehandelten Bleistücke tauchten wir während 20—30 Minuten in die sogenannte Vilella-Aetzflüssigkeit für Blei, deren Zusammensetzung wir dem Aetzheft von A. Schrader²⁾ entnahmen:

16 cm³ HNO₃ 1 : 40,
16 cm³ Eisessig,
68 cm³ Glycerin.

Durch diese Behandlung wurde das Gefüge des Bleies sichtbar.

Leider liefen die polierten Bleiflächen an der Luft verhältnismässig rasch an, wobei zunächst verschiedene Anlauffarben entstanden, die dann allmählich in dunkelgrau übergingen. Wir mussten uns daher mit der mikroskopischen Untersuchung der Präparate beeilen. Es gelang, diesen Vorgang des Anlaufens etwas zu verzögern, indem wir das Metallstück mit einer dünnen Schicht von Zaponlack überzogen, welche den Luftzutritt zum Blei verminderte.

Das Gefüge in einem Bleikabelmantel

Wir wandten die beschriebene Poliermethode an, um das Gefüge in einem Bleikabelmantel zu untersuchen. Dabei gingen wir so vor:

Der Bleimantel eines 20 × 2 adrigen Bezirkskabels, hergestellt im Jahre 1940, mit einer Manteldicke von 2,2 mm, wurde der Länge nach aufgeschnitten, flachgedrückt und in Stücke von 2 × 4 cm zerlegt. An drei

¹⁾ Jacquet P.: C. R. 201 (1935) 1473; Rev. Mét. Mém. 37 (1940) 210, 244.

²⁾ Schrader A.: Aetzheft, 3. Aufl. Gebr. Bornträger, Berlin 1941.