

**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

**Band:** 31 (1953)

**Heft:** 7

**Artikel:** Der Empfang kleiner amplitudenmodulierter Signale bei linearer Gleichrichtung

**Autor:** Fontanellaz, G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-876353>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

TECHNISCHE MITTEILUNGEN

BULLETIN TECHNIQUE

PTT

BOLLETTINO TECNICO

Herausgegeben von der Schweizerischen Post-, Telegraphen- und Telephonverwaltung. Publié par l'administration des postes, télégraphes et téléphones suisses. Pubblicato dall'amministrazione delle poste, dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

## Der Empfang kleiner amplitudenmodulierter Signale bei linearer Gleichrichtung

Von G. Fontanellaz, Bern

621.396.62.029.6

**Zusammenfassung.** Beim Empfang kleiner amplitudenmodulierter Signale tritt infolge der unvermeidlichen Rauschspannung eine Begrenzung der Empfindlichkeit ein. Die Zusammenhänge werden mathematisch untersucht, wobei im wesentlichen die Ableitungen von S.O. Rice und von S. Goldman benützt werden. Die Schlussformeln gestatten bei gegebenen Bedingungen die Empfindlichkeit der Empfänger auszurechnen.

### 1. Einleitung

In der Nachrichtentheorie sollte bekanntlich ein Übertragungskanal durch das Nutzsignal möglichst gleichmässig im ganzen Frequenzband ausgenutzt werden. Leider ist dies nicht immer möglich. Bei gewissen amplitudenmodulierten Radioverbindungen, wie zum Beispiel bei drahtlosen Rufsystemen, ist der zu übermittelnde Inhalt der Nachricht verhältnismässig klein. Andererseits kann aber die Hochfrequenzbandbreite im Gebiet der UKW aus technologischen Gründen nicht kleiner als ein bestimmtes Minimum gewählt werden. So stellt sich deshalb die grundsätzliche Frage, welches die Zusammenhänge beim Empfang kleiner amplitudenmodulierter Hochfrequenzsignale sind und auf was man achten muss, um noch eine einwandfreie Übertragung zu haben.

Die nötigen Beziehungen für die Berechnung von Geräuscheinflüssen hat S. Goldman [1] veröffentlicht. Er geht von der statistischen Verteilung eines Rauschsignales aus, fügt ihm dann einen Nutzträger zu und steuert damit einen linearen Gleichrichter aus. Die Ableitungen besitzen allgemeines Interesse und seien hier in aller Kürze wiedergegeben.

Um unser gewünschtes Ziel zu erreichen, modulieren wir dann den Nutzträger in der Amplitude und berechnen unter Berücksichtigung der Niederfrequenzfilter das Nutz-Störsignal-Verhältnis am Ausgang des Empfängers.

Die beiden wichtigen Resultate seien hier vorweggenommen.

**Résumé.** Lors de la réception de signaux faibles modulés en amplitude, la sensibilité est limitée par l'inévitable tension de bruit. Le présent article donne une analyse mathématique du phénomène basée principalement sur les équations de S.O. Rice et de S. Goldman. Les formules obtenues permettent, dans des conditions données, de calculer la sensibilité des récepteurs.

Bei einem grossen Nutz-Rauschsignal-Verhältnis am Eingang des Empfängers gilt ein linearer Zusammenhang.

$$\frac{I_n}{I_r} = m \frac{U_T}{\sqrt{2} U_R} \quad (33)$$

Bei einem kleinen Nutz-Rauschsignal-Verhältnis nimmt dagegen das Nutz-Rausch-Verhältnis am Ausgang des Empfängers quadratisch ab.

$$\frac{I_n}{I_r} = 1.35 \cdot m \left[ \frac{U_T}{\sqrt{2} U_R} \right]^2 \quad (32)$$

Dabei ist:

$U_T$  = Trägeramplitude des Nutzsignals

$m$  = Modulationsgrad

$U_R$  = Effektivwert des HF-Rauschsignals

$\frac{I_n}{I_r}$  = Nutz-Rauschsignal-Verhältnis am Ausgang des Empfängers

### 2. Die Umhüllende eines hochfrequenten Rauschsignals mit Nutzträger

Bei einem amplitudenmodulierten Hochfrequenzsignal ist die Umhüllende, das heisst der Verlauf der Hochfrequenzamplitude, massgebend für das demodulierte Signal. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Amplitudenverlaufs eines aus einem Rauschen und einem Nutzträger zusammengesetzten Signals wollen wir deshalb berechnen.

Nach S. O. Rice [2] lässt sich ein Rauschsignal als Fourierreihe darstellen.

$$u_R = \sum_{n=1}^N U_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) = \sum_{n=1}^N U_n \cos\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot t}{T} + \varphi_n\right) \quad (1)$$

$U_n$  und auch  $\varphi_n$  sind dabei der Zufälligkeit unterworfen. Bei weissem Rauschen besitzt  $U_n$  eine Gauß'sche Normalverteilung, und  $\varphi_n$  ist ein im Bereiche von 0 bis  $2\pi$  gleichmässig verteilter Winkel. Wenn die gesamte Beobachtungszeit  $T$  genügend lang ist, so dass in der Fourierreihe eine grosse Zahl von Teilkomponenten berücksichtigt werden muss, so erhalten auch die Momentanwerte von  $U_R$  eine Gauß'sche Normalverteilung von der folgenden Form:

$$W(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot U} \cdot e^{-\frac{V^2}{2U^2}} \quad (2)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass zu irgendeiner bestimmten Zeit der Momentanwert der Rauschspannung  $U_R$  zwischen  $V$  und  $V+dV$  liegt, ist proportional dem Produkt aus der Wahrscheinlichkeitsdichte  $W(V)$  und dem Spannungsintervall  $dV$ .  $U$  ist in obiger Gleichung die mittlere Effektivspannung des Rauschsignals über die Zeit  $T$  gemessen.

Für die Berechnung der Umhüllenden ordnen wir dem hochfrequenten Rauschsignal einen fiktiven Träger mit der Kreisfrequenz des Nutzträgers  $\omega_H$  zu.

Indem man von der Fourierreihe des Rauschsignals ausgeht, lässt sich durch Umformung des Ausdruckes zeigen, dass man die Amplitude des fiktiven Trägers aus zwei Komponenten eines rechtwinkligen Koordinatensystems zusammengesetzt denken kann.

$$u_R = U_1 \cos \omega_H t + U_2 \sin \omega_H t = A_R \cos(\omega_H t + \theta) \quad (3)$$

Die beiden Komponenten  $U_1$  und  $U_2$  sind wieder Rauschspannungen. Für die mittleren Effektivwerte der Spannungen gelten die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} A_R &= \sqrt{U_1^2 + U_2^2} & U_1 &= A_R \cos \omega_H t \\ U_R &= \frac{A_R}{\sqrt{2}} & U_2 &= A_R \sin \omega_H t \end{aligned} \quad (4)$$

Der mittlere Effektivwert der Amplitude  $A_R$  ist  $\sqrt{2}$ mal grösser als der mittlere Effektivwert der hochfrequenten Rauschspannung  $U_R$ .

Entsprechend den geltenden Beziehungen für weisses Rauschen können wir die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die beiden Komponenten  $U_1$  und  $U_2$  angeben.

$$W(V_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot U_1} \cdot e^{-\frac{V_1^2}{2U_1^2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi} A_R} \cdot e^{-\frac{V_1^2}{A_R^2}} \quad (5)$$

$$W(V_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot U_2} \cdot e^{-\frac{V_2^2}{2U_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi} A_R} \cdot e^{-\frac{V_2^2}{A_R^2}} \quad (6)$$

Addieren wir nun zum Rauschsignal einen Träger mit der Kreisfrequenz  $\omega_H$  und der Amplitude  $U_T$ , so erhalten wir:

$$u_H = U_R + U_T \cos \omega_H t = (U_1 + U_T) \cos \omega_H t + U_2 \sin \omega_H t = A_H \cos(\omega_H t + \Phi) \quad (7)$$

Somit ist

$$U'_1 = U_1 + U_T \quad \text{und} \quad U'_2 = U_2. \quad (8)$$

Damit verschiebt sich aber in der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $W(V_1)$  die Spannung  $V_1$  um  $U_T$

$$W(V_1^*) = \frac{1}{\sqrt{\pi} A_R} \cdot e^{-\frac{(V_1 - U_T)^2}{A_R^2}} \quad (9)$$

$$W(V_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi} A_R} \cdot e^{-\frac{V_2^2}{A_R^2}} \quad (6)$$

Um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplitude  $A_H$  zu finden, wird zuerst durch die Multiplikation der beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $W(V_1^*)$  und  $W(V_2)$  die Wahrscheinlichkeit für den Elementarbereich  $dV_1 \cdot dV_2$  bestimmt, anschliessend die rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten zurücktransformiert und am Schluss über den ganzen Kreiswinkel integriert.

Nach Ausführen der Operationen erhalten wir für die gewünschte Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Amplitude eines hochfrequenten Rauschsignals und einen Träger

$$W(V_H) = \frac{V_H}{\pi \cdot A_R^2} \cdot e^{-\frac{V_H^2 + U_T^2}{A_R^2}} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2\pi^2 U_T \cdot V_H \cos \varphi}{A_R^2}} \cdot d\varphi \quad (10)$$

Aus der Theorie der Besselfunktionen folgt:

$$W(V_H) = 2 \frac{V_H}{A_R^2} \cdot e^{-\frac{V_H^2 + U_T^2}{A_R^2}} \cdot I_0\left(2 \frac{V_H \cdot U_T}{A_R^2}\right) \quad (11)$$

$I_0$  ist dabei die abgeänderte Besselfunktion erster Art nullter Ordnung (für die Reihenentwicklung siehe Anhang).

### c) Die lineare Gleichrichtung

In diesem Abschnitt wollen wir den Ausgangsstrom eines linearen Gleichrichters berechnen, wenn die Spannung am Eingang aus einem Geräusch und einem separaten Nutzträger besteht.

Die Gleichrichtercharakteristik sei gegeben durch:

$$\begin{aligned} I &= 0 & (\text{für } V < 0) \\ I &= \alpha V & (\text{für } V > 0) \end{aligned} \quad (12)$$

Da jede Ladekapazität am Ausgang des Gleichrichters sich beim Nutz-Störsignal-Verhältnis schlecht auswirkt, muss auf eine sehr kleine Zeitkonstante geachtet werden. Der Beitrag einer Stromhalbwelle ist dann:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sin x \cdot dx = \frac{1}{\pi} \quad (13)$$

Damit wird der totale Ausgangsstrom beim erwähnten Eingangssignal (Gl. 7)

$$I_t = \frac{\alpha \cdot U_H}{\pi} = I_g + I_r \quad (14)$$

Dabei ist  $I_g$  die Gleichstrom- und  $I_r$  die Wechselstrom- oder Rauschkomponente.

Um die Gleichstromkomponente zu erhalten, müssen wir den Mittelwert von  $I_t$  berechnen.

$$I_g = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^\infty V_H \cdot W(V_H) \cdot dV_H$$

Beim Einsetzen von  $W(V_H)$  gibt es unter Berücksichtigung der Beziehungen bei den Besselfunktionen:

$$I_g = \frac{\alpha \cdot A_R}{2\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{K^2}{2}} \left[ (1+K^2) I_0\left(\frac{K^2}{2}\right) + K^2 I_1\left(\frac{K^2}{2}\right) \right] \quad (15)$$

Dabei ist  $K$  das Spannungsverhältnis  $U_T$  zu  $A_R$ ,

$$K = \frac{U_T}{A_R} \quad (16)$$

$I_0$  und  $I_1$  sind wieder die abgeänderten Besselfunktionen erster Art nullter und erster Ordnung.

Für grosse wie für kleine Werte von  $K$  können für  $I_0$  und  $I_1$  die im Anhang zusammengestellten Näherungslösungen benutzt werden. Man bekommt:

$$K = \frac{U_T}{A_R} \ll 1$$

$$I_g = \frac{\alpha \cdot A_R}{2\sqrt{\pi}} \left[ 1 + \frac{K^2}{2} + \dots \right] \quad (17)$$

$$K = \frac{U_T}{A_R} \gg 1$$

$$I_g = \frac{\alpha \cdot U_T}{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{4K^2} + \dots \left( \frac{1}{K^4} \right) \right] \quad (18)$$

Um die Rauschkomponente zu finden, quadrieren wir den totalen Ausgangsstrom. Aus der Betrachtung der Leistungen am Ausgang des Gleichrichters ergibt sich folgende Beziehung:

$$I_t^2 = (I_g + I_r)^2 = I_g^2 + I_r^2 \quad (19)$$

Da  $I_r$  nach der Definition im Mittel den Wert Null haben muss, fällt das Produkt  $I_g \cdot I_r$  weg.

Der Mittelwert von  $I_t^2$  errechnet sich entsprechend dem Vorhergehenden.

$$I_t^2 = \int_0^\infty \left( \frac{\alpha \cdot V_H}{\pi} \right)^2 \cdot W(V_H) \cdot dV_H \quad (20)$$

Es ergibt sich

$$I_t^2 = \frac{\alpha^2}{\pi^2} (A_R^2 + U_T^2) \quad (21)$$

Der Mittelwert von  $I_r^2$  wird damit:

$$I_r^2 = \frac{\alpha^2 A_R^2}{\pi^2} (1 + K^2)$$

$$- \frac{\alpha^2 A_R^2}{4 \cdot \pi} \cdot e^{-K^2} \left[ (1+K^2) I_0\left(\frac{K^2}{2}\right) + K^2 I_1\left(\frac{K^2}{2}\right) \right]^2 \quad (22)$$

Wie die Gleichung zeigt, ist der niederfrequente Wechselstrom am Ausgang des Gleichrichters vom Verhältnis  $K$  und somit vom Nutzträger abhängig.

Für  $K \ll 1$  vereinfacht sich unter der Benützung der Näherungslösung obige Gleichung zu

$$I_r^2 = \frac{\alpha^2 A_R^2}{\pi^2} (1 + K^2) - \frac{\alpha^2 A_R^2}{4 \pi} \left[ 1 + K^2 + \frac{3}{4} K^4 + \dots \right] \quad (23)$$

Wenn ein sehr kleiner oder überhaupt kein Nutzträger vorhanden ist ( $U_T = 0$ ;  $K = 0$ ), so erhalten wir am Ausgang die folgende Wechselstromkomponente:

$$I_r^2 = \frac{4 - \pi}{4 \pi^2} \cdot \alpha^2 \cdot A_R^2$$

$$I_r = \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot U_R \quad (24)$$

Für grosse Werte von  $K$  gibt es folgende Näherungslösung:

$$I_r^2 = \frac{\alpha^2 \cdot A_R^2}{\pi^2} (1 + K^2) - \frac{\alpha^2 \cdot A_R^2}{\pi^2} \left[ \frac{1}{2} + K^2 + \dots \left( \frac{1}{K^2} \right) \right] \quad (25)$$

$$I_r^2 = \frac{\alpha^2 A_R^2}{2 \pi^2} \quad I_r = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{A_R}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot U_R \quad (26)$$

Unter der Annahme, dass der Nutzträger wesentlich grösser als das Geräuschsignal ist, wird die Geräuschkomponente am Ausgang des linearen Gleichrichters unabhängig von der Grösse des Nutzträgers.

Das Verhältnis 1:1,53 der beiden Werte von  $I_r$  ohne und mit grossem Träger ergibt die bekannte Geräuschzunahme, die in Radioempfängern beobachtet wird, wenn man auf einen Träger abstimmt.

#### d) Nutz-Stör-Verhältnis bei Amplitudenmodulation

In diesem Abschnitt wollen wir nun das Nutz-Stör-Verhältnis am Ausgang des linearen Gleichrichters berechnen, wenn der Nutzträger amplitudenmoduliert ist.

Der modulierte Nutzträger sei:

$$U_T (1 + m \sin \omega_N t) \cos \omega_H t \quad (27)$$

Da der Nutzträger sich nun im Rhythmus der Niederfrequenz ändert, ersetzen wir in den bereits abgeleiteten Gleichungen  $U_T$  durch  $U_T (1 + m \sin \omega_N t)$ .

Wir erhalten bei kleinen Werten von  $K$  ( $U_T \ll A_R$ ) für die im Rhythmus der NF schwankende Gleichstromkomponente:

$$I_g = \frac{\alpha \cdot A_R}{2\sqrt{\pi}} \left[ 1 + \frac{K^2}{2} + \dots \right] \quad (17)$$

$$= \frac{\alpha \cdot A_R}{4\sqrt{\pi}} \left[ 2 + \left( \frac{U_T}{A_R} \right)^2 (1 + m \sin \omega_N t)^2 \right] \quad (28)$$

Die eigentliche Stromkomponente des Nutzsignals erhält man leicht durch trigonometrische Umformung.

Es ist:

$$(1 + m \sin \omega_N t)^2 = 1 + 2m \sin \omega_N t + \frac{m^2}{2} (1 - \cos 2\omega_N t) \quad (29)$$

Somit wird:

$$I_N = \frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{U_T}{A_R}\right) \cdot m \cdot U_T \sin \omega_N t \quad (30)$$

Dieses interessante Resultat zeigt deutlich, dass der gleichgerichtete Nutzstrom bei kleinen Hochfrequenzsignalen sehr stark vom Nutz-Störsignal-Verhältnis am Eingang der Empfänger abhängt.

Entsprechend erhalten wir für die Stromkomponente des Nutzsignals bei grossem Wert von K ( $U_T \gg A_R$ ) die bekannte Gleichung

$$I_N = \frac{\alpha}{\pi} m \cdot U_T \sin \omega_N t. \quad (31)$$

Vergleichen wir die Effektivwerte der beiden obigen Nutzströme mit den dazugehörigen Rauschkomponenten, so können wir das Nutz-Störsignal-Verhältnis am Ausgang des Gleichrichters in Funktion des Nutz-Störsignal-Verhältnisses am Eingang angeben.

Es wird für  $U_T \ll A_R$

$$\frac{I_N}{I_R} = \frac{\sqrt{\pi/2} m}{\sqrt{4-\pi}} \cdot \left(\frac{U_T}{A_R}\right)^2 = 1,35 m \left(\frac{U_T}{A_R}\right)^2 \quad (32)$$

und für  $U_T \gg A_R$

$$\frac{I_N}{I_R} = m \frac{U_T}{A_R} \quad (33)$$

Die Zusammenhänge für den Bereich, in dem  $U_T$  und  $A_R$  in der gleichen Grössenordnung liegen, zeigt die nachstehende Figur. Die gestrichelten Linien sind die beiden Asymptoten.

$A_R$  ist, wie bereits erwähnt wurde, der mittlere Effektivwert der Hochfrequenzamplitude des Rauschsignals. Der eigentliche Effektivwert des hochfrequenten Rauschsignals  $U_R$  ist somit  $\sqrt{2}$  mal kleiner.  $U_T$  ist die Amplitude des Nutzträgers;  $m$  der Modulationsgrad.

Aus Gl. (32) geht eindeutig hervor, dass bei einer hochfrequenten Nutzspannung, die kleiner als das hochfrequente Rauschsignal ist, der Nutzeffekt des Gleichrichters entsprechend dem quadratischen Zusammenhang sehr klein wird. Diese Begrenzung erschwert den Empfang kleiner amplitudenmodulierter Signale.

Es gibt eine Möglichkeit, diesen Nachteil mit Hilfe einer Tastung zu umgehen. Wenn die Nachricht mit amplitudenmodulierten Impulsen übertragen wird, kann man während der Übermittlungszeit den Sender übertasten und damit für diesen Moment am Empfängereingang das Nutz-Störsignal-Verhältnis günstiger gestalten. Aus der Theorie der Zeitmultiplex-

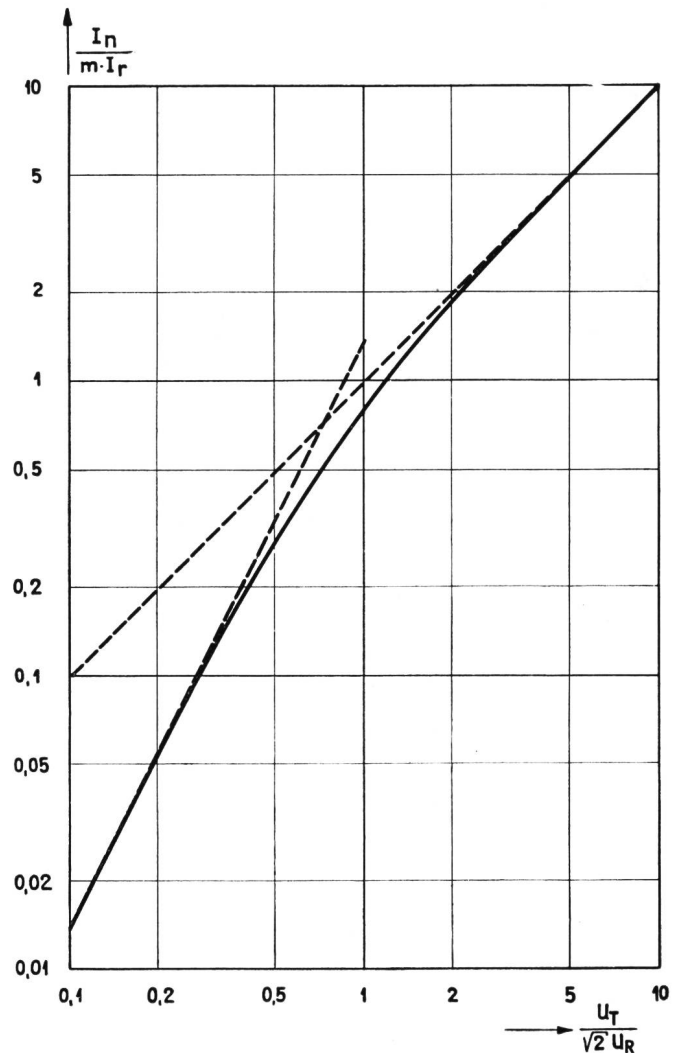


Fig. 1. Beziehung zwischen Hochfrequenz- und Niederfrequenz-Rauschabstand bei Amplitudenmodulation

systeme ist bekannt, dass der Rauschabstand einer Übermittlung mit amplitudenmodulierten Impulsen gleich gross ist wie der Rauschabstand bei kontinuierlicher Übertragung mit gewöhnlicher Amplitudenmodulation. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die mittlere Sendeenergie in beiden Fällen dieselbe bleibt, dass das Nutzsignal auch bei kontinuierlicher Übertragung stets grösser als das Rauschsignal gewählt wird und dass der Empfänger im Falle des Impulsbetriebes nur während der Übertragungszeit geöffnet wird.

Wie leicht einzusehen ist, verschiebt sich bei der Tastung im Moment der Gleichrichtung der Arbeitspunkt in der Gleichrichterkurve (s. Figur) nach oben. Wird die Amplitude des Impulses grösser als das vorhandene Geräuschsignal gemacht, so kann nach dem oben Gesagten die Linearität der Gl. (33) beibehalten werden. Für diesen Fall ist dann für  $U_T$  die Amplitude einzusetzen, die einem Dauersignal mit gleicher mittlerer Leistung entsprechen würde.  $A_R$  wäre wieder der mittlere Effektivwert der HF-Amplitude des Rauschsignals und  $m$  der Modulationsgrad. Der Vorteil des getasteten Systems wird leider durch seinen

grösseren technischen Aufwand weitgehend wieder kompensiert. Als Nachteil ist auch der geforderte Synchronismus des Empfängers zu bewerten.

Wenn nur einzelne diskrete Frequenzen übermittelt werden müssen, wie dies zum Beispiel bei einem selektiven Autorufsystem der Fall ist, kann das Nutz-Stör-Verhältnis auch durch Filter wesentlich verbessert werden.

Für die meisten Fälle können wir annehmen, dass das hochfrequente Rauschsignal gleichmässig über das ganze Frequenzband verteilt und die totale Rauschenergie damit proportional der Bandbreite ist. Rühren die Störspannungen am Eingang des Empfängers vom Wärmerauschen her, so können wir schreiben:

$$U_R^2 = \frac{A_R^2}{2} = 4 k T \cdot R \cdot N_o \cdot f_{HF} \quad (34)$$

$k$  = Boltzmannsche Konstante  $1,37 \cdot 10^{-23}$  Joule/Grad  
 $T$  = Absolute Temperatur  
 $f_{HF}$  = HF-Bandbreite  
 $N_o$  = Rauschfaktor des Empfängers  
 $R$  = Widerstand

Sehr angenähert können wir eine gleichmässige Verteilung auch für das niederfrequente Rauschsignal am Ausgang des Gleichrichters annehmen. Der im früheren Abschnitt berechnete Rauschstrom bezieht sich dann auf eine niederfrequente Bandbreite, die gleich der halben Hochfrequenzbandbreite ist.

Der Rauschstrom am Ausgang des Filters wird:

$$I_{rF}^2 = I_r^2 \frac{2 f_{NF}}{f_{HF}} \quad (35)$$

$f_{NF}$  = Bandbreite des NF-Filters

Bei kleinen HF-Signalen wird damit das Nutz-Stör-Verhältnis angenähert.

$$\frac{I_n}{I_{rF}} \approx \frac{1,35 m}{\sqrt{2 f_{HF} \cdot f_{NF}}} \cdot \frac{\left(\frac{U_T}{\sqrt{2}}\right)^2}{4 k T R N_o} \quad (36)$$

Dieses wichtige Resultat zeigt deutlich, dass beim Empfang kleiner amplitudenmodulierter HF-Signale auf folgendes geachtet werden muss:

Kleiner Rauschfaktor  
 Kleine HF-Bandbreite  
 Kleine NF-Bandbreite

In Formel (36) ist  $N_o$  der ursprüngliche Rauschfaktor des Empfängers bei  $U_T > U_R$ .

Grundsätzlich könnte man hier bei kleinen HF-Signalen die Begrenzung auch mit einer Erhöhung des Rauschfaktors angeben. Bei Amplitudenmodulation ist der Rauschfaktor allgemein als Quotient aus Nutz-Rauschleistungs-Verhältnis am Eingang des Empfängers (ohne Empfängerrauschen) zu Nutz-Rauschleistungs-Verhältnis am Ausgang des Empfängers (mit Empfängerrauschen) definiert. Für die kleinen HF-Signale erhalten wir demnach ( $U_T < U_R$ )

$$N' = \frac{(m U_T)^2}{\left(\frac{I_n}{I_{rF}}\right)^2} = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot 2 \cdot f_{NF}}{1,83 \left(\frac{U_T}{\sqrt{2}}\right)^2} \cdot N_o$$

$N'$  nimmt für kleine  $U_T$  sehr stark zu.

Unter den folgenden Annahmen:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_T}{\sqrt{2}} = 0,1 \mu V \\ R = 50 \text{ Ohm} \\ N = 6 \\ f_{HF} = 20 \text{ kHz} \\ f_{NF} = 10 \text{ Hz} \end{array} \right\} \quad m = 100\% \quad U_R = 0,4 \mu V$$

wird das Verhältnis  $I_n/I_{rF} = 4,4$ .

Mit scharfen Niederfrequenzfiltern lassen sich also ohne weiteres sehr empfindliche Rufempfänger bauen.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Gleichrichter eine sehr kurze Zeitkonstante besitzen müssen. Spitzenwertgleichrichter weisen bedeutend schlechtere Nutz-Stör-Verhältnisse auf.

### Anhang

Einige Binomische Reihen der Besselfunktionen:

$$I_n(x) = \frac{J_n(jx)}{j^n} \quad j = \sqrt{-1}$$

Reihen, die gut konvergieren bei kleinen Werten von  $x$ :

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{x^4}{2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 3} - \dots \right)$$

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots$$

$$I_1(x) = \frac{x}{2} \left( 1 + \frac{x^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{x^4}{2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \right)$$

$I(x)$  Reihen, die gut konvergieren bei grossen Werten von  $x$ :

$$I_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left( 1 + \frac{1}{8x} + \frac{3^2}{2! (8x)^2} + \dots \right)$$

$$I_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left( 1 - \frac{3}{8x} - \frac{3,5}{2! (8x)^2} + \dots \right)$$

### Bibliographie

- [1] S. Goldman. Frequency Analysis, Modulation and Noise. New York, 1948.
- [2] S.O. Rice. Mathematical Analysis of Random Noise. Bell Syst. Techn. J. **23** (1944), 282...332; **24** (1945), 46...158.
- [3] W. R. Bennett. Response of a Linear Rectifier to Signal and Noise. J. Acoust. Soc. Am. **15** (1944), 164...172. Siehe auch Bell Syst. Techn. J. **23** (1944), 97...113.