Teilbarkeitsbedingungen für Zeittakte zur Minimierung von Zählimpuls-Überlagerungen

Autor(en): **Zobrist, Hansruedi**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri**

Band (Jahr): **57 (1979)**

Heft 12

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-875581

Teilbarkeitsbedingungen für Zeittakte zur Minimierung von Zählimpuls-Überlagerungen

Hansruedi ZOBRIST, Bern

511.21:621.373:621.395.663.2

Zusammenfassung. *Es werden minimale Teilbarkeitsbedingungen für Zeittakte untersucht, damit der in Entwicklung begriffene neue Zeittaktgeber möglichst selten möglichst wenige Zählimpulse gleichzeitig zu erzeugen hat. Zur Herleitung der Teilbarkeitsbedingungen diente interessanterweise die Restklassentheorie, ein scheinbar rein innermathematische Bedeutung besitzendes Gebiet der Algebra. Der Artikel zeigt, was bei der Änderung von Zeittakten beachtet werden muss, wenn möglichst viele Überlagerungen von Impulsen vermieden werden sollen.*

Conditions de divisibilité des cadences permettant de réduire à un minimum les chevauchements des impulsions de comptage

Résumé. *On examine les conditions minimales de divisibilité des cadences, afin que le générateur en cours de développement ne doive produire simultanément qu'un nombre minimal d'impulsions de comptage aussi peu souvent que possible. Il est intéressant de relever que les conditions de divisibilité ont été déterminées à l'aide de la théorie des classes d'éléments modulo n, un domaine qui semble très spécifique à l'algèbre. L'article montre quels critères il faut observer, si l'on veut éviter autant que possible le chevauchement des impulsions lors d'une modification des cadences.*

Condizioni di divisibilità degli impulsi ciclici al fine di ridurre la sovrapposizione degli impulsi di conteggio

Riassunto. *L'autore ha esaminato le condizioni di divisibilità minimali degli impulsi ciclici, affinché il nuovo ritmatore attualmente in sviluppo non debba generare contemporaneamente che un numero minimo di impulsi di tassazione il meno possibile. Le condizioni di divisibilità sono state dedotte dalla teoria delle classi restanti, aspetto interessante trattandosi di un ramo dell'algebra che apparentemente ha un'importanza esclusivamente matematica. L'articolo dimostra i fattori da prendere in considerazione riguardo alla modificazione degli impulsi ciclici per evitare il più possibile la sovrapposizione di impulsi.*

1 Ausgangs- und Problemlage

Die PTT-Betriebe lassen gegenwärtig einen neuen *Zeittaktgeber* zur Taxierung der inländischen Telefongespräche entwickeln. Dabei soll es möglich sein, später unter Umständen alle Gespräche nach dem heute erst für Ortsgespräche geltenden Grundsatz zu taxieren, wonach der Gesprächsbeginn des Anrufenden rein zufällig in eine Reihe von Zählimpulsen fällt, die von einem zentralen Impulsgeber rund um die Uhr in regelmässigen Abständen erzeugt werden *(Fig. 1)*. Unmittelbar nach Gesprächsbeginn erfolgt der Beginnimpuls. Er fehlt auf Figur 1, weil er für die vorliegende Untersuchung bedeutungslos ist. Deshalb wird im folgenden oft nur von Impulsen und Impulsreihen anstatt exakt von Zählimpulsen und Zählimpulsreihen gesprochen.

Die eben beschriebene Taxierungsart ist der herkömmlichen weit überlegen. Erstens ist sie genauer und gerechter, was in einem späteren Artikel über die Zeitimpulszählung für Ortsgespräche (ZIZO) noch eingehend gezeigt werden soll. Zweitens kann auf einen Untersetzer, der die Zählimpulsreihe für jede einzelne Verbindung möglichst kurz nach Gesprächsbeginn einsetzen lässt, verzichtet werden.

Die vom neuen Zeittaktgeber gesendeten Zählimpulse dauern höchstens 200 ms, und die Zeittakte der einzelnen Taxzonen müssen alle ein Vielfaches von 200 ms betragen. Falls das für Ortsgespräche geltende Taxierungsprinzip eingeführt und somit auf einen Untersetzer verzichtet wird, können die Impulsreihen beliebig gegeneinander verschoben werden. Aus technischen Gründen muss die Verschiebung jedoch 200 ms oder ein Vielfaches davon betragen.

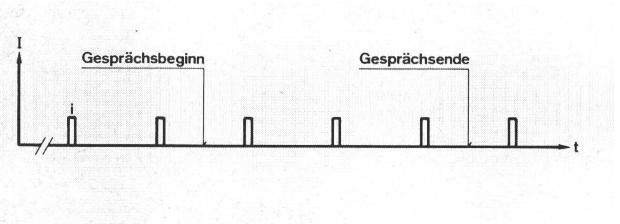

Fig. 1
Zählimpulsreihe mit zufälligem Gesprächsbeginn
I Stromstärke
t Zeit
i Zählimpuls

Da die Zeittakte verschieden lang sind, kann es vorkommen, dass zwei oder mehrere Zählimpulse zeitlich zusammentreffen, das heisst gleichzeitig erzeugt werden müssen, auch wenn die Impulsreihen nicht gleichzeitig gestartet werden. Solche *Überlagerungen* von Impulsen sind jedoch wegen der zusätzlichen Belastung der Zählbatterie und wegen möglicher Störgeräusche unerwünscht. *Das Hauptproblem der vorliegenden Untersuchung bildet deshalb die Frage, ob und wie die Impulsreihen der verschiedenen Zeittakte zeitlich untereinander verschoben werden können, damit Überlagerungen von zwei oder mehr Impulsen vermieden oder zumindest minimiert werden.*

Die Dauer von 200 ms stellt offenbar die Grundzeiteinheit des neuen Zeittaktgebers dar. Zur Vereinfachung unserer Untersuchungen ist es deshalb sinnvoll, für diese Zeiteinheit eine Abkürzung einzuführen. Es soll im folgenden gelten:

$$1 \text{ fs} = 200 \text{ ms} \quad (\text{fs} = \text{Fünftelssekunde})$$

Die Eigenschaften des neuen Zeittaktgebers können so wie folgt zusammengefasst werden:

– ein Zählimpuls dauert höchstens 1 fs
– jeder Zeittakt dauert n fs, wobei n eine natürliche Zahl ist (das heisst $n = 1, 2, 3, \ldots$)
– die Impulsreihen können gegeneinander um n fs verschoben werden

Figur 2 kennzeichnet sowohl die Eigenschaften des neuen Zeittaktgebers als auch die Ausgangslage unseres Problems. Sie zeigt die gleichzeitig beginnenden Impulsreihen zweier Zeittakte von 15 fs (t_1) und 20 fs (t_2).

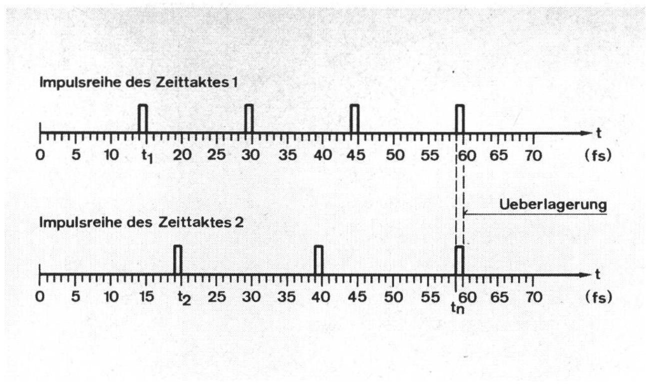

Fig. 2
Zwei Impulsreihen mit Überlagerungen
Zeittakt 1: $t_1 = 3$ s $= 15 \cdot 200$ ms $= 15$ fs
Zeittakt 2: $t_2 = 4$ s $= 20 \cdot 200$ ms $= 20$ fs

Die beiden Reihen treffen sich erstmals nach der Zeitdauer $t_n = 59$ fs und werden sich nach jedem Ablauf von 60 fs, dem *kleinsten gemeinsamen Vielfachen* (kgV) von t_1 und t_2, also nach 119, 179, 239, ... fs, erneut überlagern. Es fragt sich nun, ob eine der beiden Impulsreihen so verschoben werden kann, dass nie mehr ein Zusammentreffen von Impulsen stattfindet.

2 Vermeidung von Überlagerungen bei zwei Zeittakten

Jegliche Überlagerung von zwei Impulsen der in Figur 2 enthaltenen Zeittakte lässt sich bereits vermeiden, wenn wir die eine der beiden Impulsreihen um 1 fs vor- oder zurückverschieben. Wird nämlich beispielsweise die obere Reihe des Zeittaktes 1 um 1 fs vorverschoben, so beginnen die Zählimpulse in den Zeitpunkten 13, 28, 43, *58*, 73, 88, 103, *118*, ... fs, während die Zählimpulse von Zeittakt 2 wie bisher nach 19, 39, *59*, 79, 99, *119*, ... fs eintreffen. Betrachten wir beide Zahlenreihen etwas genauer, so können wir feststellen, dass nach einer Teilung durch 5 alle Zahlen der ersten Reihe den Rest 3 ergeben, während bei den Elementen der zweiten Reihe durchwegs ein Rest von 4 bleibt. Falls sich dies bei Fortsetzung beider Reihen nie ändert — und daran ist nicht zu zweifeln, weil die Elemente beider Reihen fortlaufend um durch 5 teilbare Zahlen (15 beziehungsweise 20) vergrössert werden —, so werden die beiden Reihen nie übereinstimmende Zahlen aufweisen. Dies bedeutet, dass es nie zu einer Überlagerung von zwei Impulsen kommen wird.

Mathematisch ausgedrückt besteht die erste Zahlenreihe aus lauter Elementen der *Restklasse 3 modulo 5* und die zweite nur aus Elementen der *Restklasse 4 modulo 5*. Der Teiler 5 wird dabei als *Modul* bezeichnet. Die vollständige Restklasse 3 modulo 5 besteht aus allen Zahlen, die nach Subtraktion von 3 durch 5 teilbar sind: ..., -12, -7, -2, 3, 8, 13, 18, ...

Die völlige Vermeidung der Überlagerungen von Impulsen der beiden Zeittakte von 15 und 20 fs ist gelungen, weil der *grösste gemeinsame Teiler* (ggT) von 15 und 20 *grösser als 1* (nämlich 5) ist. Beim Verschieben beider Reihen ist dann nur noch darauf zu achten, dass die Differenz der die Verschiebung bewirkenden Konstanten nicht gerade durch den ggT, also 5, teilbar ist.

Hiezu zwei Beispiele:
Symbolik: Die (n + k)-Reihe entsteht aus der Reihe der *Grundzahl* n, indem zu jedem Element der n-Reihe die *Konstante* k addiert wird.

1. Beispiel
$(15+2) = 2, 17, 32, 47, \ldots$
$(20+0) = 20, 40, 60, 80, \ldots$
Beide Reihen treffen sich nie, weil die Differenz beider Konstanten nicht durch 5 teilbar ist.

2. Beispiel
$(15+4) = 4, 19, \mathit{34}, 49, 64, 79, 94, 109, 124, 139, \mathit{154}, 169, \ldots$
$(20+14) = 14, \mathit{34}, 54, 74, 94, 114, 134, \mathit{154}, 174, \ldots$
Diese Zahlenreihen treffen sich periodisch, und zwar immer im Abstand ihres kgV (60), weil die Differenz beider Konstanten durch 5 teilbar ist.

Es wird uns nicht gelingen, die Achter- und Fünferreihen so gegeneinander zu verschieben, dass sie einander nie treffen. Der Grund liegt darin, dass die Zahlen 8 und 5 *teilerfremd* sind. Ein Zahlenpaar nennt man teilerfremd, wenn sein ggT = 1 ist.

Die Ergebnisse der bisherigen Betrachtungen können in einer Regel oder einem sogenannten mathematischen *Satz* wie folgt zusammengefasst werden:

Satz G: Zwei Zahlenreihen lassen sich genau dann gegeneinander so verschieben, dass sie keine gemeinsamen Elemente mehr aufweisen, wenn die Grundzahlen beider Zahlenreihen einen ggT > 1 besitzen. Die Differenz der die gegenseitige Verschiebung bewirkenden Konstanten darf jedoch nicht durch den ggT teilbar sein.

Dieser Satz lässt sich unmittelbar auf unser ursprüngliches Problem der Überlagerung von Zählimpulsen übertragen. Es müssen dazu nur einige Ausdrücke wie folgt ersetzt werden:

Gegenüberstellung K	Zahlenreihe	durch Impulsreihe
	Grundzahl	durch Zeittakt in fs
	gemeinsame Elemente	durch Überlagerungen
	Konstante	durch Zeitkonstante

Dann lautet die Übertragung des Satzes G auf unser Problem der Zeittakte:

Bedingung H: Die Impulsreihen zweier Zeittakte lassen sich genau dann gegeneinander so verschieben, dass keine Überlagerungen entstehen, wenn die in fs gemessenen Zeittakte einen ggT > 1 besitzen. Die Differenz der die gegenseitige Verschiebung bewirkenden Zeitkonstanten darf jedoch nicht durch den ggT teilbar sein.

Beispiel: Zwischen den für die III. und IV. Taxzone geltenden Zeittakten von 18 und 13,8 s lassen sich Überlagerungen vermeiden. Die Takte dauern nämlich 18/0,2 = 90 fs und 13,8/0,2 = 69 fs und besitzen somit einen ggT = 3.

3 Vermeidung von Überlagerungen bei mehreren Zeittakten

Bisher wurde nur abgeklärt, unter welchen Bedingungen und wie die Überlagerungen von Impulsen *zweier* Zeittakte vermieden werden können. Da indes der Zeittaktgeber für die *sechs* Taxstufen (Orts- und Nachbarzone, Fernzonen I—IV) auch sechs verschiedene Zählimpulsreihen gleichzeitig zu generieren hat, ist damit das Problem noch nicht gelöst. Verletzen nämlich die sechs Zeittakte die Bedingung H *paarweise,* so kommt es periodisch zu zwei- bis sechsfachen Überlagerungen von Zählimpulsen. Umgekehrt entstehen überhaupt keine Überlagerungen, wenn die sechs Takte die Bedingung H paarweise erfüllen. (Der mathematische Ausdruck «paarweise» wird im folgenden noch oft gebraucht und bedeutet «für jedes mögliche Paar».) Die Erkenntnisse von Satz G sind deshalb auf mehrere Zahlenreihen zu übertragen.

Wir haben anhand eines Beispiels in Abschnitt 2 festgestellt, dass sich die Reihen 13, 28, 43, ... und 19, 39, 59, ... nie treffen können, weil ihre Elemente durchwegs einen Dreier- beziehungsweise einen Viererrest bezüglich des Teilers 5 aufweisen, also verschiedenen Restklassen modulo 5 angehören. Somit würden sich auch Reihen, die bezüglich des Moduls (Teilers) 5 den Restklassen 0, 1 oder 2 angehören, nie berühren. Da der Modul 5 auch fünf Restklassen erzeugt, werden fünf Zahlenreihen einander genau dann nie treffen, wenn sie aus verschiedenen Restklassen einer Zahl stammen, die grösser als 4 ist. Dies bedingt, dass alle fünf Zahlenreihen in ihrem ursprünglichen Zustand, also vor Addition einer Konstante, einen ggT aufweisen müssen, der durch 5 oder eine noch grössere Zahl teilbar ist.

Beispiel: Fünf Reihen, deren Grundzahlen den ggT 5 besitzen und die sich nach geeigneter Verschiebung nie treffen:

(5+0) = 5, 10, 15, 20, ...
(110+1) = 1, 111, 221, 331, ...
(20+2) = 2, 22, 42, 62, ...
(35+3) = 3, 38, 73, 108, ...
(10+4) = 4, 14, 24, 34, ...

Um zu diesen fünf Reihen weitere zu finden, die mit diesen nie zusammenfallen, muss man in der bisher angewandten Restklassentheorie einen Schritt weitergehen und die möglichen Reste der obigen Reihen zum Beispiel gegenüber dem Teiler 10 betrachten. Sie lauten wie folgt:

Reihe	Mögliche Reste modulo 10
(5+0)	0 5
(110+1)	1
(20+2)	2
(35+3)	3 8
(10+4)	4

Wir sehen, dass die Reste 6, 7 und 9 nicht vorkommen, also noch zur Konstruktion weiterer Reihen verfügbar sind. Es können somit noch drei durch 10 teilbare Reihen konstruiert werden, die sich nach Verschiebung in die Restklassen 6, 7 und 9 modulo 10 sowohl untereinander als auch mit den ersten fünf Reihen nie treffen, zum Beispiel:

(30+6) = 6, 36, 66, 96, ...
(40+17) = 17, 57, 97, 137, ...
(50+9) = 9, 59, 109, 159, ...

Mit der Konstruktion der bisherigen acht Reihen sind wir keineswegs am Ende aller Möglichkeiten angelangt. In analoger Weise kann man beim vorliegenden Zahlenbeispiel wohl noch lange weiterfahren: Die Multiplikation des bisherigen Moduls mit einer geeigneten Zahl liefert jeweils einen neuen Modul mit noch freien Restklassen. Allerdings liegen die Elemente der neuen Reihen dann gezwungenermassen immer weiter auseinander. Bezogen auf unser Problem bedeutet dies, dass weitere Zeittakte länger und länger werden müssten, damit weiterhin jegliche Überlagerung vermieden werden kann.

Dies soll durch die Fortsetzung des bisherigen Zahlenbeispiels veranschaulicht werden: Die Multiplikation des letzten Moduls (10) mit 3 ergibt den neuen Modul 30, dessen Restklassen durch die bisherigen acht Reihen wie folgt belegt werden:

Reihe	Besetzte Restklassen modulo 30
(5+0)	0 5 10 15 20 25
(110+1)	1 11 21
(20+2)	2 12 22
(35+3)	3 8 13 18 23 28
(10+4)	4 14 24
(30+6)	6 .. ..
(40+17)	7 17 27
(50+9)	9 19 29

Da noch die 30er-Reste 16 und 26 frei sind, würden beispielsweise die Reihen (60+16) und (90+26) weder unter sich noch mit den bisherigen acht Reihen zusammentreffen. Bei der Konstruktion all dieser Reihen wurde darauf geachtet, dass sie den Satz G *paarweise* erfüllen. Dieser Satz ist also von grundlegender Bedeutung für die Vermeidung von Berührungen beliebig vieler Reihen.

4 Vermeidung von Überlagerungen bei sechs Zeittakten

Da der Zeittaktgeber gegenwärtig die Impulsreihen von nur sechs Zeittakten gleichzeitig generieren muss, können wir bei unseren mathematischen Abklärungen glücklicherweise zum etwas engeren Blickwinkel von sechs Zahlenreihen zurückkehren. Wir befassen uns weiterhin nur mit Zahlen- anstatt Impulsreihen, weil wir zur Übertragung der Ergebnisse auf das Problem der Impuls-Überlagerungen zuletzt nur noch die Gegenüberstellung K (Abschnitt 2) zu berücksichtigen haben.

Sollen sich sechs Zahlenreihen nie überschneiden, also paarweise elementfremd sein, so müssen sie nach dem Bisherigen aus verschiedenen Restklassen bezüglich eines bestimmten Moduls (Teilers) stammen. Da es sich um sechs Reihen handelt, kommen als Moduln alle Zahlen, die grösser als fünf sind, in Frage. Jeder Modul erzeugt ja genau jene Anzahl Restklassen, die mit seiner Grösse identisch ist, das heisst der Modul k erzeugt k Restklassen (k = beliebige natürliche Zahl). Betrachten wir also die Moduln von sechs an aufwärts:

Modul 6: Damit die sechs Zahlenreihen verschiedenen Restklassen modulo 6 angehören können, muss die Grundzahl jeder Zahlenreihe durch 6 teilbar sein.

Modul 7: Dasselbe gilt analog. Die Grundzahl jeder Zahlenreihe muss durch 7 teilbar sein. Eine Restklasse bleibt so unbenützt.

Modul 8: Es kann wieder analog vorgegangen werden. Falls alle Grundzahlen durch 8 teilbar sind, ist es möglich, jede Zahlenreihe in eine andere Restklasse modulo 8 zu verschieben. Auf diese Weise bleiben jetzt aber bereits zwei Restklassen unbenützt. Dies lässt vermuten, dass vielleicht die Teilbarkeitsbedingung gelokkert werden könnte, was tatsächlich möglich ist. Wenn nämlich die Grundzahlen zweier Reihen anstatt durch 8 nur durch 4 teilbar sind, belegen beide Reihen je zwei, also zusammen vier Restklassen modulo 8. Es bleiben somit noch vier Restklassen für die übrigen vier Zahlenreihen, deren Grundzahlen durch 8 teilbar sein müssen. Beispiel: Die Reihen (4+0), (12+1), (8+2), (40+3), (16+6), (80+7) belegen alle Restklassen modulo 8, und zwar wie folgt:

Reihe	Besetzte Restklassen modulo 8
(4+0) = 4, 8, 12, 16, ...	4 0
(12+1) = 13, 25, 37, 49, ...	5 1
(8+2) = 2, 10, 18, 26, ...	2
(40+3) = 3, 43, 83, 123, ...	3
(16+6) = 6, 22, 38, 54, ...	6
(80+7) = 7, 87, 167, 247, ...	7

Modul 9: Wenn wir für die Grundzahl jeder der sechs Reihen die Teilbarkeit durch 9 verlangen, bleiben drei Restklassen unbenützt. Verlangen wir jedoch für eine Grundzahl nur die Teilbarkeit durch 3, so belegt sie drei Restklassen modulo 9 (nämlich je nach ihrer Verschiebung die Restklassen 0, 3, 6 oder 1, 4, 7 oder 2, 5, 8), wonach für die übrigen fünf Reihen noch sechs Restklassen modulo 9 zur Verfügung bleiben. Die Teilbarkeitsbedingung kann also für *eine* Grundzahl gelockert werden.

Auch bei *Modul 10* ist eine Lockerung für einzelne Grundzahlen möglich, wie dies in Teil B von Tabelle I ersichtlich ist.

Bei *Modul 11* ist keine Lockerung der Grundbedingung möglich. Alle Grundzahlen müssen durch 11 teilbar sein, fünf Restklassen bleiben unbesetzt. Wir bemerken, dass alle Moduln, die eine Primzahl sind, keine Lockerung der Teilbarkeitsbedingung zulassen.

Da die Grundzahl jeder Zahlenreihe dem Zeittakt unseres ursprünglichen Problems entspricht (siehe Gegenüberstellung K, Abschnitt 2), sollte sie wegen der *Flexibilität der Taxgestaltung* nur durch eine möglichst *kleine* Zahl teilbar sein müssen, also nur *schwache* Teilbarkeitsbedingungen zu erfüllen haben. Diese möglichst schwachen Bedingungen werden in den *Tabellen I...V* als *minimal* bezeichnet. Welche Gesetzmässigkeiten in den Tabellen I...IV herrschen, soll am Beispiel des Moduls 14 von Tabelle I gezeigt werden. Diese Zeile besteht der Reihe nach aus den Zahlen

$$14 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{5}{14} \quad 12$$

und 2. Durch Setzen passender Operationszeichen entsteht daraus die Gleichung:

$$14 \cdot \left(\frac{1}{2}+\frac{5}{14}\right)=12$$

Diese Beziehung gilt auf jeder Zeile von Teil B der Tabellen I...IV. Ferner müssen je Zeile noch folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. die Summe der Zähler (1+5) muss immer der im Titel angegebenen Anzahl Zeittakte (sechs) entsprechen

Tabelle I. Minimale Teilbarkeitsbedingungen für sechs Zeittakte (fs), falls sich deren Impulse nie überlagern dürfen

A. Besitzen die sechs Zeittakte einen ggT ≧ 6, so erfüllen sie die Teilbarkeitsbedingung			
B. Spezialfälle			
Modul	Teilbarkeitsbedingungen (die obere Zahl gibt an, wie viele Zeittakte durch die untere teilbar sein müssen)	Anzahl Restklassen belegt	Anzahl Restklassen unbenützt
(1)	(2)	(3)	(4)
8	$\frac{2}{4}\;\frac{4}{8}$	8	0
9	$\frac{1}{3}\;\frac{5}{9}$	8	1
10	$\frac{1}{2}\;\frac{5}{10}$	10	0
	$\frac{4}{5}\;\frac{2}{10}$	10	0
12	$\frac{1}{2}\;\frac{1}{6}\;\frac{4}{12}$	12	0
	$\frac{2}{3}\;\frac{4}{12}$	12	0
	$\frac{1}{3}\;\frac{3}{6}\;\frac{2}{12}$	12	0
	$\frac{3}{4}\;\frac{3}{12}$	12	0
	$\frac{2}{4}\;\frac{2}{6}\;\frac{2}{12}$	12	0
	$\frac{1}{4}\;\frac{3}{6}\;\frac{2}{12}$	11	1
14	$\frac{1}{2}\;\frac{5}{14}$	12	2
15	$\frac{2}{3}\;\frac{4}{15}$	14	1
	$\frac{4}{5}\;\frac{2}{15}$	14	1
16	$\frac{1}{2}\;\frac{1}{4}\;\frac{4}{16}$	16	0
	$\frac{1}{2}\;\frac{3}{8}\;\frac{2}{16}$	16	0
	$\frac{3}{4}\;\frac{1}{8}\;\frac{2}{16}$	16	0
18	$\frac{1}{2}\;\frac{2}{6}\;\frac{3}{18}$	18	0
	$\frac{1}{3}\;\frac{2}{6}\;\frac{3}{9}$	18	0
	$\frac{1}{3}\;\frac{3}{6}\;\frac{2}{18}$	17	1
	$\frac{2}{3}\;\frac{1}{6}\;\frac{3}{18}$	18	0

Tabelle II. Minimale Teilbarkeitsbedingungen für fünf Zeittakte (fs), falls sich deren Impulse nie überlagern dürfen

A. Besitzen die fünf Zeittakte einen ggT ≧ 5, so erfüllen sie die Teilbarkeitsbedingung			
B. Spezialfälle			
Modul	Teilbarkeitsbedingungen (die obere Zahl gibt an, wie viele Zeittakte durch die untere teilbar sein müssen)	Anzahl Restklassen	
		belegt	unbenützt
(1)	(2)	(3)	(4)
6	$\frac{1}{3}\ \frac{4}{6}$	6	0
8	$\frac{1}{2}\ \frac{4}{8}$	8	0
	$\frac{3}{4}\ \frac{2}{8}$	8	0
9	$\frac{2}{3}\ \frac{3}{9}$	9	0
10	$\frac{1}{2}\ \frac{4}{10}$	9	1
12	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{3}{12}$	12	0
	$\frac{1}{2}\ \frac{2}{6}\ \frac{2}{12}$	12	0
	$\frac{2}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{2}{12}$	12	0
	$\frac{1}{3}\ \frac{4}{6}$	12	0
	$\frac{2}{4}\ \frac{3}{6}$	12	0

2. die Gesamtheit der Nenner muss einen ggT > 1 aufweisen (ggT[2;14] = 2)
3. jeder Nenner muss Teiler des Moduls sein (2 und 14 sind Teiler von 14)
4. die Anzahl belegter Restklassen (12) darf nicht grösser sein als der Modul (14)

Unter Beachtung dieser Regeln könnten die Spezialfälle der Tabelle I beliebig fortgesetzt werden. Es fragt sich allerdings, ob dabei noch wesentlich günstigere Teilbarkeitsbedingungen entdeckt würden.

Leider ist die Einhaltung dieser Regeln nur *notwendig*, nicht aber auch *hinreichend*. Dies bedeutet, dass es Zahlenbeispiele gibt, die den vier Regeln wohl entsprechen und deren Reihen sich trotzdem nicht in verschiedene Restklassen verschieben lassen. So können die sechs Reihen

$$\frac{1}{4}\ \frac{4}{6}\ \frac{1}{12}$$

nicht in verschiedene Restklassen modulo 12 verschoben werden, obschon die vier Regeln erfüllt sind; Überlagerungen können somit nicht vermieden werden. Will man also die Tabelle I fortsetzen, so müssen erstens die vier Regeln eingehalten werden und zweitens muss jedesmal noch untersucht werden, ob sich die gefundenen sechs Reihen tatsächlich in verschiedene Restklassen des entsprechenden Moduls verschieben lassen.

Es existiert allerdings eine notwendige und hinreichende Bedingung zur Vermeidung jeglicher Überlagerung. Obschon ihre Prüfung etwas aufwendig ist, darf sie wegen ihrer grundlegenden Bedeutung für spätere Untersuchungen anlässlich von Zeittaktänderungen oder gar -vermehrungen hier nicht fehlen:

$\frac{a_1}{r_1}, \dots, \frac{a_n}{r_n}$ seien n Zahlenpaare im Sinne von Spalte 2 der Tabellen I...IV.

Die Summe m aller a_i ($i = 1, \dots, n$) entspricht somit der im Titel der jeweiligen Tabelle angegebenen Anzahl Zeittakte. Diese m Zeittakte können nun *genau dann* so gegeneinander verschoben werden, dass keine Überlagerungen entstehen, wenn die n Zahlenpaare folgende Ungleichung erfüllen:

$$g - \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{a_i g}{r_i} \right] \geq 0 \qquad (5)$$

Es bedeuten: $g = \mathrm{ggT}\,(r_1, \dots, r_n)$

$$\left[x \right] = \begin{cases} x : \text{falls } x \text{ eine ganze Zahl ist} \\ \text{die nächsthöhere ganze Zahl von } x : \text{sonst} \end{cases}$$

Wichtige Einschränkung: Die Formel (5) gilt für $n > 2$ nur, falls nicht irgendein r_i Teiler eines andern ist. Gibt es indes eines oder mehrere r_i, die Teiler eines oder mehrerer r_k ($i, k = 1, \dots, n \quad i \neq k$) sind, so müssen alle solchen Paare zu neuen verknüpft werden, wobei zwei Paare zu einem einzigen verschmelzen, bis keine solchen Paare oder im ganzen nur noch zwei Paare übrigbleiben ($n = 2$). Die Verknüpfung ist unter der Voraussetzung, dass r_i ein Teiler von r_k ist, wie folgt definiert:

$$\frac{a_i}{r_i} * \frac{a_k}{r_k} = \frac{a}{r_i} \quad \text{mit } a = a_i + \left[\frac{a_k r_i}{r_k} \right] \qquad (6)$$

Falls nach vollzogenen Verknüpfungen die Bedingung (5) nicht erfüllt ist, so muss geprüft werden, ob noch andere Verknüpfungen möglich gewesen wären. Erst wenn nach Ausführung jeder solchen Möglichkeit die Bedin-

Tabelle III. Minimale Teilbarkeitsbedingungen für vier Zeittakte (fs), falls sich deren Impulse nie überlagern dürfen

A. Besitzen die vier Zeittakte einen ggT ≧ 4, so erfüllen sie die Teilbarkeitsbedingung			
B. Spezialfälle			
Modul	Teilbarkeitsbedingungen (die obere Zahl gibt an, wie viele Zeittakte durch die untere teilbar sein müssen)	Anzahl Restklassen	
		belegt	unbenützt
(1)	(2)	(3)	(4)
6	$\frac{1}{2}\ \frac{3}{6}$	6	0
	$\frac{2}{3}\ \frac{2}{6}$	6	0
8	$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{2}{8}$	8	0
9	$\frac{2}{3}\ \frac{2}{9}$	8	1
10	$\frac{1}{2}\ \frac{3}{10}$	8	2

Tabelle IV. Minimale Teilbarkeitsbedingungen für drei Zeittakte (fs), falls sich deren Impulse nie überlagern dürfen

A. Besitzen die drei Zeittakte einen ggT ≥ 3, so erfüllen sie die Teilbarkeitsbedingung			
B. Spezialfall			
Modul	Teilbarkeitsbedingungen (die obere Zahl gibt an, wie viele Zeittakte durch die untere teilbar sein müssen)	Anzahl Restklassen	
		belegt	unbenützt
(1)	(2)	(3)	(4)
4	$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{matrix}$	4	0

Tabelle V. Minimale Teilbarkeitsbedingungen für zwei Zeittakte (fs), falls sich deren Impulse nie überlagern dürfen

A. Besitzen die beiden Zeittakte einen ggT ≥ 2, so erfüllen sie die Teilbarkeitsbedingung
B. Spezialfälle: keine

gung (5) jeweils unerfüllt geblieben ist, kann geschlossen werden, dass sich Überlagerungen nicht vermeiden lassen.

Beispiel: Die letzte Zeile von Modul 12 enthält die Paare $\begin{matrix}1 & 3 & 2\\ 4 & 6 & 12\end{matrix}$. Da 4 und 6 Teiler von 12 sind und $n = 3$ ist, müssen zwei Paare nach Formel (6) zu einem neuen verknüpft werden, zum Beispiel $\frac{3}{6} * \frac{2}{12} = \frac{4}{6}$. Nun können die noch verbleibenden Paare $\frac{a_1\ a_2}{r_1\ r_2} = \frac{1\ 4}{4\ 6}$ durch die Bedingung (5) geprüft werden, die für $n = 2$ wie folgt vereinfacht werden kann:

$$a_1 \leq r_1 \left(1 - \frac{1}{g}\left[\frac{a_2 g}{r_2}\right]\right) \qquad (5')$$

Wir erhalten $1 \leq 4\left(1 - \frac{1}{2}\left[\frac{4 \cdot 2}{6}\right]\right) = 4\left(1 - \frac{1}{2} \cdot 2\right) = 0$, also $1 \leq 0$, und sehen, dass die Bedingung nicht erfüllt ist. Nun muss aber noch die andere Verknüpfungsmöglichkeit ausgeführt und danach erneut die Bedingung (5) beziehungsweise (5') geprüft werden, bevor endgültig entschieden werden kann. Nach Formel (6) wird $\frac{1}{4} * \frac{2}{12} = \frac{2}{4}$. Die verbleibenden Paare $\begin{matrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{matrix}$ genügen nun der Bedingung (5') wie folgt:

$$2 \leq 4\left(1 - \frac{1}{2}\left[\frac{3 \cdot 2}{6}\right]\right) = 4\left(1 - \frac{1}{2} \cdot 1\right) = 2, \text{ also } 2 \leq 2$$

Die Paare $\begin{matrix}1 & 3 & 2\\ 3 & 6 & 12\end{matrix}$ befinden sich demnach zu Recht auf einer Zeile von Tabelle I. Aus Formel (5) kann folgender nützlicher *Hilfssatz* hergeleitet werden: *Bleiben nach Beendigung einer Verknüpfungsvariante noch mindestens drei Paare* $\frac{a_i}{r_i}$ *übrig (also $n \geq 3$)*, deren ggT $g < 3$ *ist, so sind Überlagerungen unvermeidlich.*

Bei Beachtung dieses Hilfssatzes sieht man sofort, dass beispielsweise die drei Paare $\begin{matrix}1 & 1 & 4\\ 4 & 6 & 10\end{matrix}$ nicht in Tabelle I gehören, obschon sie die Bedingungen 1...4 erfüllen (der Modul wäre 60). Gründe:

- 4 ist weder Teiler von 6 noch von 10, und 6 ist ebenfalls nicht Teiler von 10; folglich sind keine Verknüpfungen mehr möglich
- $g = \text{ggT}(4, 6, 10) = 2 < 3$

Da künftige Zeittaktvermehrungen nicht ausgeschlossen sind, muss hier noch anhand eines Beispiels auf einen Fall hingewiesen werden, der von sieben Zeittakten an auftreten kann. Unter den sieben Zeittakten $\begin{matrix}1 & 2 & 4\\ 4 & 6 & 12\end{matrix}$ können Überlagerungen vermieden werden. Das Kriterium (5') ist aber nur erfüllt, wenn die vier durch 12 teilbaren Takte auf die übrigen *aufgeteilt* werden, und zwar drei auf die durch 4 teilbaren und einer auf die durch 6 teilbaren. Wir erhalten so nach Formel (6) die beiden Paare $\begin{matrix}2 & 3\\ 4 & 6\end{matrix}$, die der Bedingung (5') genügen.

5 Zulassung von Überlagerungen bei sechs Zeittakten

51 Zulassung von gewöhnlichen Überlagerungen

Als gewöhnliche Überlagerung bezeichnen wir die Überlagerung von zwei Zählimpulsen. Wenn es bei sechs Zeittakten nur zu gewöhnlichen Überlagerungen kommen soll, müssen sicher einmal Bedingungen zur Vermeidung jeglicher Überlagerung unter fünf Zeittakten aufgestellt werden. Es muss also eine zur Tabelle I analoge Tabelle II für fünf Zeittakte geschaffen werden. Dann werden sich die Zählimpulse jenes Zeittaktes (er heisse der sechste), der als einziger die Anforderungen von Tabelle II nicht erfüllt, periodisch mit den Impulsen der übrigen Takte überlagern, aber nur mit jenen, die zusammen mit diesem sechsten die Bedingung H (Abschnitt 2) verletzen. Solche Impulsreihen muss es indes geben, denn sonst müssten ja alle sechs Takte irgendeine Bedingung der Tabelle I erfüllen. Es gibt aber noch weitere Konstellationen, die nur zu gewöhnlichen Überlagerungen führen: Wenn sich zwei der sechs Impulsreihen nie überlagern und die übrigen vier unter sich auch nie, kann es nur zu gewöhnlichen Überlagerungen zwischen den erst- und den letztgenannten kommen. Analog verhält es sich, wenn sich je drei Impulsreihen nie überschneiden. Aus diesem Grunde müssen auch Tabellen erstellt werden, welche die 4-, 3- und 2-fache (gewöhnliche) Überlagerung behandeln (siehe dazu die Tabellen III, IV und V). Beim Aufstellen der Tabellen II...V sind die für die Tabelle I geltenden fünf Bedingungen (Abschnitt 4) sinngemäss zu berücksichtigen. Der Teil B von *Tabelle VI,* die im Abschnitt 52 noch ausführlich erklärt wird, enthält die eben besprochenen Konstellationen in der Spalte «Variante».

52 Zulassung von mehrfachen Überlagerungen

Als mehrfache Überlagerungen werden solche bezeichnet, bei denen drei oder mehr Impulse zusammentreffen. Es müssen grundsätzlich dieselben Überlegungen wie bei den gewöhnlichen Überlagerungen ange-

Tabelle VI. Übersicht der für die verschiedenen Überlagerungen zuständigen Tabellen

Fall	Variante	Tabellen	Anzahl beliebige Zeittakte
(1)	(2)	(3)	(4)
A. Keine Überlagerung zulässig	6	6(I)	0
B. Nur gewöhnliche (zweifache) Überlagerungen zulässig	5+1 4+2 3+3	5(II) 4(III) 2(V) 3(IV) 3(IV)	1 0 0
C. Höchstens dreifache Überlagerungen zulässig	4+1+1 3+2+1 2+2+2	4(III) 3(IV) 2(V) 2(V) 2(V) 2(V)	2 1 0
D. Höchstens vierfache Überlagerungen zulässig	3+1+1+1 2+2+1+1	3(IV) 2(V) 2(V)	3 2
E. Höchstens fünffache Überlagerungen zulässig	2+1+1+1+1	2(V)	4
F. Höchstens sechsfache, das heisst alle Überlagerungen zulässig	1+1+1+1+1+1	–	6

stellt werden. Die möglichen Varianten sind in den Teilen C, D, E und F der Tabelle VI aufgeführt. Zum Verständnis dieser Tabelle sei die zweite Zeile von Teil C interpretiert: Wenn innerhalb von drei Impulsreihen und innerhalb von zwei anderen keine Überlagerungen stattfinden, so kann *ein* Zeittakt beliebig gewählt werden; daher der Name der Variante 3+2+1(=6). Drei Zeittakte müssen dann zusammen eine der beiden Bedingungen von Tabelle IV und zwei andere die Bedingung von Tabelle V erfüllen (Tabellenkombination IV/V).

Interpretation der nächsten Zeile von Teil C der Tabelle VI: Je zwei von sechs Zeittakten müssen zusammen der Bedingung von Tabelle V genügen. Frei wählbar ist keiner.

6 Maximale Überlagerung von Zeittakten

Bei sechs Zeittakten entsteht dann die maximale sechsfache Überlagerung von Zählimpulsen, wenn alle sechs Impulsreihen unverschoben im selben Zeitpunkt beginnen. So wird nach Ablauf des kgV aller sechs Takte und jedem Vielfachen davon eine sechsfache Überlagerung auftreten. Es kommt aber auch dann und in gleichen Abständen zur maximalen Überlagerung, wenn alle sechs Zeittakte paarweise teilerfremd sind. In diesem Falle gibt es nach der Bedingung H (Abschnitt 2) keine Verschiebung, die irgendeine Überlagerung aufheben könnte. All dies gilt sinngemäss auch für weniger oder mehr als sechs Zeittakte.

7 Überlagerungen bei den gegenwärtigen Zeittakten

Anhand der Tabellen I...VI kann nun festgestellt werden, welche Überlagerungen bei den gegenwärtigen Zeittakten trotz Verschiebung einzelner Impulsreihen auftreten. Dazu werden die Zeittakte in fs umgewandelt und anschliessend deren Teiler festgestellt. Vorerst muss noch der Zeittakt von 22,5 s auf 22,6 s aufgerundet werden; sonst würde er den Anforderungen des neuen Taktgebers nicht entsprechen, weil er nicht durch 200 ms teilbar wäre. Die Teiler sind in *Tabelle VII,* Spalte 3, aufgeführt. Die Konsultation der Tabellen zeigt nun, dass fünf Zeittakte dem Spezialfall des Moduls 6 von Tabelle II entsprechen: Einer ist durch 3 (69 fs) und vier sind durch 6 teilbar. Auf Tabelle VI sehen wir nun, dass so die Variante 5+1 von Fall B bereits erfüllt ist, und dürfen daraus folgern, dass es nach geeigneten Verschiebungen glücklicherweise nur zu gewöhnlichen Überlagerungen kommen wird. Sie treten zwischen dem Zeittakt von 113 fs (22,6 s) einerseits und den fünf übrigen anderseits auf, weil diese mit jenem teilerfremd sind.

8 Mehrfache Reihen, minimale Taktlänge

Der neue Taktgeber hat die einzelnen Zeittakte in Mehrfachreihen auszusenden, deren Anzahl in Spalte 8 von Tabelle VII enthalten ist. Zur Taxierung der Ortsgespräche müssen 32 Impulsreihen der Grundzahl 1800 (fs) gesendet werden, während für die übrigen Gesprächszonen je acht Impulsreihen genügen. Damit die Bedingungen der Tabellen I...V für alle Impulsreihen ein und desselben Zeittaktes gelten, darf dieser eine bestimmte Länge nicht unterschreiten, die sehr einfach berechnet werden kann: *Die minimale Taktlänge entspricht dem Produkt von Mindestteilbarkeit (Tab. I...V) und Anzahl Impulsreihen.* Also:

$$\boxed{\text{Mindesttaktlänge} = \text{Mindestteilbarkeit mal Reihenzahl}} \quad (7)$$

Tabelle VII. Optimale Verschiebung der gegenwärtigen Zeittakte

Gegenwärtige Zeittakte (s)	(fs)	Primzahlzerlegung bezüglich fs	Vorkommender Teiler (s)	(fs)	Verschiebung um (fs)	Besetzte Restklasse modulo 6	Anzahl Reihen	Minimale Taktlänge (s)	(fs)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
360	1800	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	1,2	6	1 modulo 6	1	32	38,4	192
60	300	$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	1,2	6	2 modulo 6	2	8	9,6	48
36	180	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	1,2	6	4 modulo 6	4	8	9,6	48
22,6 (22,5)	113	$1 \cdot 113$	0,2	1	0 modulo 1	alle	8	1,6	8
18	90	$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	1,2	6	5 modulo 6	5	8	9,6	48
13,8	69	$3 \cdot 23$	0,6	3	0 modulo 3	0 3	8	4,8	24

Soll beispielsweise der Zeittakt eines Ferngesprächs mindestens durch 6 teilbar sein, so darf er nicht weniger als 48 fs dauern. Die verschiedenen Mindestdauern sind in den Spalten 9 und 10 von Tabelle VII aufgeführt.

9 Optimale Startzeitpunkte

In der Spalte 6 von Tabelle VII ist ersichtlich, um wie viele Zeiteinheiten eine Impulsreihe gegenüber einem zu definierenden Zeitpunkt Null verspätet beginnen muss, damit nur gewöhnliche Überlagerungen vorkommen. Die entsprechenden optimalen Startzeitpunkte sind in *Tabelle VIII* enthalten. Beispiel: Die 5. Zeile dieser Tabelle enthält gemäss der gleichen Zeile von Tabelle VII, Spalte 6, lauter Zahlen, die der Restklasse 5 modulo 6 angehören, also einen Fünferrest bezüglich des Teilers 6 ergeben. Zugleich sieht man, dass die Formel (7) von Abschnitt 8 stimmt: Der Zeittakt muss mindestens 48 fs dauern, damit genügend Zahlen aus der Restklasse 5 modulo 6 als Startzeitpunkte vorhanden sind. Da jedoch der Zeittakt 90 fs dauert, kommen alle Vertreter der Restklasse 5 modulo 6 zwischen 0 und 89 als Startzeitpunkte in Frage. Es wäre demnach auch folgende, etwas gleichmässiger über den ganzen zulässigen Bereich verteilte Startreihenfolge möglich: 5, 17, 29, 41, 53, 65, 77, 89.

Tabelle VIII. Startzeitpunkte

Zeittakt (fs)	Frist, nach der die einzelnen Impulsserien gestartet werden müssen (fs)
1800	1 7 13 19 25 31 37 43 49 55 61 67 73 79 85 91 97 103 109 115 121 127 133 139 145 151 157 163 169 175 181 187
300	2 8 14 20 26 32 38 44
180	4 10 16 22 28 34 40 46
113	0 1 2 3 4 5 6 7
90	5 11 17 23 29 35 41 47
69	0 3 6 9 12 15 18 21

10 Häufigkeit der Überlagerungen

Kommen nur gewöhnliche Überlagerungen vor, so ist es sehr einfach, deren Häufigkeit zu bestimmen. Wie wir bereits auf Figur 2 und später öfters feststellten, befinden sich zwei oder mehr Reihen im Abstand ihres kgV immer wieder in derselben Konstellation gegenüber einander. Somit beginnt bei sechs Zeittakten nach Erreichen ihres kgV alles wieder von vorne. Die Überlagerungen zweier einzelner Impulsreihen treten während dieser Zeitspanne so oft auf, als ihr kgV im gesamten kgV enthalten ist. Hierzu ein Beispiel: Das kgV von 3, 7 und 9 beträgt $a = 63$. Das kgV von 3 und 7 beträgt $b = 21$. Die Zahlen der 3er- und 7er-Reihe treffen sich bis zur Zahl 63 genau $a/b = 3$mal (Treffpunkte: 21, 42, 63). Sie treffen sich zwischen 1 und 63 im Abstand ihres kgV auch dann genau dreimal, wenn sie beliebig gegeneinander verschoben werden. Der Grund dafür ist, dass 3 und 7 teilerfremd sind und somit ihr $ggT = 1$ ist (siehe dazu Satz G, Abschnitt 2).

Das kgV aller sechs Zeittakte kann aus Tabelle VII, Spalte 3, bestimmt werden. Es beträgt $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 113 \cdot 23 = 4\,678\,200$ fs. Bis zum Erreichen dieser Zahl überlagern sich die Impulsreihen der Takte 1800 und 113 fs nach obiger Regel $4\,678\,200/(1800 \cdot 113) = 23$mal. Da aber der längere Zeittakt 32, der kürzere 8 Impulsreihen erzeugt, gibt es insgesamt $23 \cdot 32 \cdot 8 = 5888$ Überlagerungen. Diese Zahl befindet sich auf der ersten Zeile von *Tabelle IX*. Die übrigen Häufigkeiten werden auf dieselbe Art errechnet.

Tabelle IX. Häufigkeiten der Überlagerungen

Zeittakt (fs) / (s)	1800 / 360	300 / 60	180 / 36	113 / 22,6	90 / 18	69 / 13,8	Häufigkeit
An der Überlagerung beteiligte Takte: ×	×			×			5 888
		×		×			8 832
			×	×			14 720
				×	×		29 440
				×		×	38 400
Anzahl Überlagerungen während 4 678 200 fs = 935 640 s							97 280
Mittlerer Abstand zwischen zwei Überlagerungen: 9,62 s							

11 Verschiebung einzelner Zählimpulse

Bei etwas gleichmässigerer Verteilung der Startzeitpunkte eines Zeittaktes auf den ganzen zulässigen Bereich, wie es am Ende des Abschnittes 9 für den Takt von 90 fs gezeigt wurde, könnten die gemäss Tabelle IX vorkommenden Überlagerungen wohl noch alle eliminiert werden, indem einer der beiden an der Überlagerung beteiligten Impulse um eine oder mehrere fs verschoben würde. Eine solche Massnahme drängt sich aber aus technischer Sicht erst etwa von einer dreifachen Überlagerung an auf. Dazu müsste jedoch im Zeittaktgeber ein Programm eingebaut werden, das vorausberechnet, wann mehrfache Überlagerungen vorkommen werden, und abklärt, welcher oder welche der beteiligten Impulse um wieviel verschoben werden müssten. Eine solche ursprünglich vorgesehene Elektronik würde aber den Taktgeber wesentlich verteuern. Sie ist nun glücklicherweise überflüssig, da die mathematischen Überlegungen gezeigt haben, wie mehrfache Überlagerungen durch Verschiebung ganzer Impulsreihen noch auf lange Sicht vermieden werden können.

12 Zusammenfassung und Schlussbetrachtungen

Um minimale Überlagerungen zu erzielen, ist es unerlässlich, *vor jeder Zeittaktänderung die Tabellen I...VI zu konsultieren*. Dabei genügt es, bei den Spezialfällen (B) nur die Spalte 2 der jeweiligen Tabelle zu betrachten. Die in Abschnitt 5 beschriebene Tabelle VI zeigt, welche der Tabellen I...V berücksichtigt werden müssen, falls keine, nur gewöhnliche, höchstens dreifache usw. Überlagerungen auftreten dürfen.

Je kürzer die Zeittakte werden, um so schwieriger werden die Teilbarkeitsbedingungen einzuhalten sein. Sie sind jedoch bei der Duldung gewöhnlicher Überlagerungen bereits derart schwach, dass der neue Zeittaktgeber wohl noch während Jahrzehnten nicht im Sinne von Abschnitt 11 ausgebaut werden muss. Auch wenn die Zeittakte einmal nur halb so lang sein werden wie heute, wird es noch genug Möglichkeiten geben, um mehrfache Überlagerungen zu vermeiden. Falls der gegenwärtige Zeittakt von 22,5 s auf 22,8 s (114 fs) abgeändert würde, könnte sogar jegliche Überlagerung vermieden werden. Gemäss Teil A von Tabelle VI wäre eine Bedingung von Tabelle I, nämlich die dritte Zeile von Modul 12 erfüllt, indem folgende Zeittakte zur Verfügung stünden:

- einer, der durch 0,6 beziehungsweise 3 teilbar ist (13,8 s beziehungsweise 69 fs)
- drei, die durch 1,2 beziehungsweise 6 teilbar sind (36, 22,8 und 18 s beziehungsweise 180, 114 und 90 fs)
- zwei, die durch 2,4 beziehungsweise 12 teilbar sind (360 und 60 s beziehungsweise 1800 und 300 fs)

Dieses Beispiel zeigt, dass es mittelfristig sogar möglich sein sollte, alle Überlagerungen zu umgehen.

Die nächste Nummer bringt unter anderem
Vous pourrez lire dans le prochain numéro

1/80

K. Hilty	Messtechnik zur Bestimmung des Phasenrauschspektrums Technique de mesure permettant de déterminer le spectre du bruit de phase
R. Remund	Transportanlagen im Fernmeldezentrum Zürich-Herdern
W. Rys, B. Schmocker	Einsatz von Spezialfahrzeugen bei den Fernmeldediensten
Ch. Bärfuss	English part: Experiments on Data Broadcasting in a Television Channel

---