

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Band: 4 (1949)
Heft: 3

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 21.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Literaturüberschau

LOUIS LOCHER-ERNST:

Differential- und Integralrechnung im Hinblick auf ihre Anwendungen

Ein Lehr- und Übungsbuch zur Infinitesimalrechnung und zur analytischen Geometrie, 406 Figuren und über 1000 Übungen mit Ergebnissen, Tafeln, Formelsammlung, historischen Angaben, 590 Seiten, Verlag Birkhäuser, Basel 1948.

Nehmen wir Einsicht in den fast 600 Seiten starken Band, so werden wir mehr und mehr begeistert über die Art, wie der Verfasser hier das vielbeackerte Feld neu ausmißt, neu einteilt und uns auf teils neuen Wegen erschließt. Ich glaube, daß das vorliegende Buch mehr als nur eine Lücke ausfüllt, sondern daß es für viele, dank einer glücklichen Synthese von reiner und angewandter Mathematik, entstanden aus langjähriger Erfahrung, zu einem unentbehrlichen Werk werden wird, das aus der bisherigen Reihe deutlich heraustritt.

Die wesentlichen Gesichtspunkte, die den Verfasser bei seiner Arbeit leiteten und die dem ganzen Buche einen neuen Zug verleihen, sind zur Hauptsache die folgenden:

Der Verfasser vermeidet es nachdrücklich und in voller Absicht, einen grundlegenden Begriff von allem Anfang an in seiner Vollständigkeit an den Studierenden heranzutragen. Dadurch gelingt es ihm aber unbestritten, das im Anfang der Lektüre auftretende Interesse des Lesers durch das ganze Buch hindurch wach zu halten. Erst nach und nach, vielfach über mehrere Kapitel hinweg, erstehen die Begriffe, und zwar in strenger, lückenloser Folgerichtigkeit. Dabei wird stets auf allererste Anwendungen so früh wie möglich hingewiesen, der Studierende an Hand von originellen und guten Aufgaben zur Verarbeitung des Gelernten angehalten. Überhaupt bilden die über 1000 Aufgaben, die über die einzelnen Kapitel verteilt sind (mit den Lösungen), nicht nur für den Schüler und Studenten, sondern auch für den Unterrichtsgebrauch des Lehrers eine wahre Fundgrube!

Auf diese Art und Weise werden etwa die Begriffe des Grenzwertes, der Stetigkeit und Differenzierbarkeit, der Konvergenz, des Integrals u. a. erarbeitet. Wie anregend wirkt es doch, wenn in einer «Ersten Einführung des Integralbegriffs» (Abschnitt 20) sofort das Problem der Flächenberechnung als erstes vorausgeschickt wird und wenn die ersten Sätze über den Integalkalkül an Hand von trefflichen Figuren veranschaulicht werden.

Anschaulich und streng wird der bekanntlich immer wieder umstrittene Begriff des *Differentials* eingeführt. Der Verfasser spricht aus dem Herzen jedes Physikers und Ingenieurs, wenn er schreibt, daß durch die Scheu vor der Differentialschreibweise eine Kluft zwischen Mathematik und ihrer Anwendung geschaffen werde. Es muß einmal gesagt sein: mit y' oder «Ableitung» allein kommt der Praktiker nicht aus.

Als ganz besonders begrüßenswert empfindet es der Lernende, daß LOCHER in seinem Buche besonderes Gewicht auf graphische und numerische Methoden, auf Näherungsmethoden und auf die so wichtigen, wenn auch nicht immer kurzweiligen Fehlerabschätzungen legt. –

Sehr zutreffend und wiederum den geschickten Didaktiker verratend, gibt der Verfasser dem Lernenden im Vorwort die Anleitung zum Studium des Buches mit auf den Weg: Durchlesen eines Abschnittes, Herausgreifen einer schwierigen Einzelheit, nochmaliges Durchlesen, Üben, Ausdehnung der Lektüre auf alle Einzelheiten des betreffenden Abschnittes, Herstellen eines Auszuges. –

Verschiedene kleine Details im Abschnitt über die *Einführung des Integralbegriffs* gehören zum Schönsten, was mir in der Lehrbuchliteratur begegnet ist. Da muß der Studierende Freude und Interesse bekommen, wenn er so rasch und klar an die Hauptprobleme herangeführt wird, ohne sich in vorderhand unnötigen Ballast zu verlieren. Dem Begriff *Differential* wird gründlich auf den Leib gerückt, «werdende Null» und «schränkenlose Variable» helfen prächtig, das Wesen dieses Begriffes zu klären. Die «feindlichen Brüder» Δy und dy werden hier zuerst fein säuberlich getrennt und dürfen sodann doch friedlich unter einem Dache wohnen.

So richtig den Bedürfnissen des Praktikers und des Liebhabers angewandter Mathematik entsprechend, finden wir im 32. Abschnitt eine große Zahl von *Problemen der angewandten Integralrechnung*: Flächen in verschiedenen Koordinatensystemen, Volumina, Bogenlängen, Mäntel von Rotationskörpern, statische Momente, Schwerpunkt, Trägheitsmomente, Ausflußzeiten, Pfeiler gleicher Druckfestigkeit, Seilreibung usw. Dem für die Physik so bedeutenden Begriff des *Linienintegrals* wird der gebührende Platz eingeräumt. –

Besondere Sorgfalt ließ der Verfasser den praktisch ebenfalls bedeutungsvollen Abschnitten über *graphische und numerische Integration* angedeihen. Durch hervorragende Figuren unterstützt, wird der Leser mit diesen Näherungsverfahren vertraut gemacht. Ein reiches Anwendungsgebiet für die graphische Integration finden wir in vielen kinematischen Problemen der Physik angedeutet. Meisterhaft wird das Problem der *harmonischen Analyse* eingeführt und entwickelt. Hieraus spricht nicht nur Erfahrung, sondern auch eine besondere Liebe des Verfassers zum Stoff – so glaube ich wenigstens feststellen zu dürfen. Der Satz von FOURIER-DIRICHLET, dessen Inhalt ausführlich untersucht und der in vielen Beispielen angewendet wird, steht mit seinen Folgerungen im Mittelpunkt.

Das letzte Kapitel befaßt sich mit verschiedensten *ebenen Kurven*. Die Kegelschnitte und ihre besonderen Gleichungsformen führen zur Diskussion der allgemeinen Gleichung 2. Grades. Die Untersuchung der verschiedensten ebenen Kurven, wiewir sie selten so übersichtlich und vollständig antreffen, schließt sich an. Die wesentlichen Begriffe wie Tangente, Normale, Bogenelement, Asymptoten, Krümmung, Krümmungskreis, Evolute, Evolventen und Enveloppe werden eingeführt. (Den Assistenten des Verfassers sei an dieser Stelle ein besonderes Lob gespendet, sind doch unter den Zeichnungen solche, deren Ausführung und rechnerische Bereitstellung an und für sich bereits ein erkleckliches technisches und sicheres rechnerisches Können voraussetzen, so z. B. für die Cassinischen Kurven und deren Evolute.)

Ein Abschnitt über *Rollkurven und kinematische Geometrie* gibt dem Verfasser nochmals die Gelegenheit, in sehr geschickter Darstellung den Studierenden auf ein weiteres Gebiet der angewandten Mathematik hinzulenken.

In einem gedrängten Schlußabschnitt wird uns noch ein Fenster in das Gebäude der *Differentialgleichungen* geöffnet, wobei im Rahmen dieses Buches natürlich nur die einführnden Grundlagen behandelt werden können. Trotzdem erhält der Leser auf gedrängtem Raum einen klaren Begriff von der Problemstellung, und durch die ausführlich behandelten Beispiele der erzwungenen Schwingung, der Eulerschen Knicklast und der Schwingungszeit des mathematischen Pendels beliebiger Amplitude wird der Lernende auf das wichtige, fast unabsehbare Gebiet dieser Disziplin hingewiesen. –

Wertvolle Tafeln, eine konzentrierte Formelsammlung sowie gedrängte historische Notizen über 52 bedeutende Denker aus dem Gebiet der Mathematik (Verfasser: Dr. J. O. Fleckenstein) beschließen des Werk. Wir dürfen den Verfasser zu seinem neuesten Buch wirklich beglückwünschen. Es gehört unbedingt in die Hand jedes Mathematiklehrers. Dem Schüler der mathematisch-technisch orientierten Schulen, vor allem aber dem Studenten in den ersten Semestern, wird es ein starker und anregender Helfer sein. Es wird sich selbst weiter empfehlen! Bleibt noch, auch dem Verlag Birkhäuser für die beispielhafte Drucklegung und wunderschöne Ausstattung großes Lob zu spenden. Die Ausführung des oft recht komplizierten Satzes läßt uns in dieser Beziehung die früheren Standardwerke deutscher Verlagshäuser fast vergessen.

Fritz Müller, Zürich.

EMIL MÜLLER und ERWIN KRUPPA:

Lehrbuch der darstellenden Geometrie

Fünfte, ergänzte Auflage mit 375 Textabbildungen. Springer-Verlag, Wien 1948. 404 Seiten, broschiert Fr. 26.–.

Das ganz ausgezeichnete «Lehrbuch der darstellenden Geometrie» von EMIL MÜLLER erschien erstmals 1908 in zwei Bänden. ERWIN KRUPPA, der Nachfolger MÜLLERS auf

der Lehrkanzel für darstellende Geometrie in Wien, arbeitete das Lehrbuch 1936 um und reduzierte den Stoff so, daß ihn ein einziger Band zu fassen vermochte. Die vorliegende fünfte Auflage ist ein photomechanischer Abdruck der vierten Auflage mit einigen Ergänzungen.

Leider verwendete EMIL MÜLLER in seinem meisterhaften Werke seinerzeit eine von der üblichen Usanz in der Geometrie abweichende Bezeichnungsweise, und, ein Kennzeichen der Geometer seiner Generation, konnte sich nicht von den «unendlich kleinen Größen» und «unendlich benachbarten Elementen» befreien. In höchst verdankenswerter Weise hat KRUPPA das Werk von diesen Schlacken gereinigt.

Wer bei uns an Hand des Lehrbuches von FLÜKIGER in die darstellende Geometrie eingeführt wurde, wird sich sehr leicht in dieses Werk einlesen.

Die Grundbegriffe, wie Teilverhältnis, Doppelverhältnis, Kollineation und Affinität, stehen im ersten Kapitel über die Abbildung ebener Figuren. Der Verfasser definiert im zweiten Kapitel auch den Differentialquotienten. Vor 50 Jahren war es üblich, einem Kompendium der Physik einen Abriß der Infinitesimalrechnung vorauszuschicken. Man hat eingesehen, daß man nicht nebenbei in diese Begriffswelt einführen kann. Keinem Ingenieur bleibt heute ein ausführlicher Lehrgang der Differential- und Integralrechnung, der analytischen und Vektorgeometrie erspart. Daher erschiene es uns richtig, in einem Lehrbuch der darstellenden Geometrie einfach die Werkzeuge des Analytikers zu verwenden. Die Vorlesungen über darstellende Geometrie von GINO LORIA (1913) haben hier längst vorgearbeitet.

Im dritten Kapitel wird die kotierte Projektion erklärt an Hand von Dachausmittlungen, Gelände- und Böschungsf lächen. Recht eingehend werden alsdann die Kurven und Kegel zweiter Ordnung behandelt.

Der zweite Teil ist dem Grund- und Aufrißverfahren gewidmet. Insbesondere werden die Torus-, Röhren-, Schrauben- und windschiefen Flächen untersucht. Als besonders wertvoll betrachten wir die einläßlichen Ausführungen über die darstellende Geometrie der Flächenkrümmung, so daß dann die Konstruktion der Tangenten in einem Doppelpunkte einer Schnittkurve zweier Flächen wirklich durchgeführt werden kann. Weggelassen wurde das etwas speziellere, aber sehr interessante Kapitel über die Lichtgleichen.

Im Gegensatz zu MÜLLER beginnt KRUPPA im dritten Teil mit der schiefen Axonometrie und läßt dann erst die normale Axonometrie folgen. Die Parallel- und Zentralperspektive werden bis zur Abbildung einer Drehfläche gefördert. Neu bearbeitet wurde das Kapitel über die geometrischen Grundbegriffe der Photogrammetrie. Recht eingehend wird gezeigt, wie ein Landkartenentwurf gewonnen wird. Mögen gelegentlich auch die Geographen dieses Kapitel studieren!

In einem Anhang wird das Einschneideverfahren von L. ECKHARDT erklärt, da offenbar der photomechanische Neudruck eine Einarbeitung in den Text nicht zuließ.

Das Buch bringt meist die ausgezeichneten Figuren von MÜLLER, allerdings muß man hier die Reduktion auf einen einzigen Band mit wesentlich kleineren, daher schwerer lesbaren Figuren bezahlen. Wir fragen uns, ob nicht auf das allerdings nur kurze Kapitel über die perspektiven Raumkollineationen und die Reliefperspektive zugunsten größerer Figuren hätte verzichtet werden können. Jedem Abschnitt sind einige trefflich ausgewählte Aufgaben beigegeben.

Wir kennen kein Lehrbuch, das bei so geringem Umfang, bei so bescheidenem Preise mit solcher Gründlichkeit in das ausgedehnte Gebiet der darstellenden Geometrie einführt. In den abertausend Einzelheiten wird immer wieder die Hand des Meisters erkennbar. Nach der Durcharbeitung dieses Lehrbuches ist der Leser wohlgerüstet zum Studium der um tiefere Erkenntnis ringenden, eine neue Entwicklung der darstellenden Geometrie einleitenden Werke von EMIL MÜLLER: «*Die lineare Abbildung*», «*Die Zyklographie*» und die «*Konstruktive Behandlung der Regelflächen*».

Der Verlag war für einen ausgezeichneten Druck und eine gute Ausstattung besorgt.
P. BUCHNER, Basel.