Berichte

Berichte

54. Jahresversammlung des Vereins Schweizerischer Mathematiklehrer

7. Oktober 1950 in Neuenburg

Die Tagung stand, was die Vorträge anbetrifft, im Zeichen der Schwingungen. Herr Prof. R. Mercier (Lausanne) orientierte in dem von Experimenten begleiteten Hauptreferat über den Stand in der Erforschung des *Ultraschalles*. Diese Schwingungen liegen jenseits des Hörbaren; der Frequenzbereich liegt heute zwischen 15000 und 10^{10} s^{-1}. Während Spannungsfragen mit der klassischen Mechanik gelöst werden können, treten bei der Untersuchung der Ausbreitung Gesetze wie in der Elektrizitätslehre auf, da sich der Ultraschall analog einer Strahlung ausbreitet. Feinere Untersuchungen zeigen schließlich, daß mit Vorteil die Quantentheorie herangezogen wird. Dem Ultraschall haften auch korpuskulare Eigenschaften an: ähnlich den Photonen werden Phonen eingeführt, deren Energie $E = h\,\nu$ beträgt (h Plancksches Wirkungsquantum, ν Frequenz). Bei hohen Frequenzen stellt man eine Wärmewirkung des Ultraschalles fest. Die Reichweite seiner Strahlung nimmt umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz ab. Verschiedene Eigenschaften von Körpern, die einem Ultraschall unterworfen sind, hängen von dessen Frequenz ab; so nehmen Zähigkeit, Strahlung, molekulare Diffusion, Quantenaktivierung mit der Frequenz stark zu. Zur Herstellung von Ultraschall benutzt man Pfeifen oder Turbinen, die jedoch Frequenzen von höchstens 100000 s^{-1} liefern. Mit Hilfe der Piezoelektrizität und der Magnetostriktion können dagegen Schwingungen von über 10^8 s^{-1} erhalten werden. Zum Messen der Frequenzen stellt man stehende Wellen her. Der Ultraschall kann ähnlich wie elektrische Strahlung beim Radar zum Feststellen von Hindernissen benutzt werden, vorläufig in Entfernungen von 1–2 m. Ganz allgemein liefert der Ultraschall die Möglichkeit, weiter in die Theorie der Wellenlehre einzudringen.

In einem Kurzreferat sprach Rektor Dr. W. Hardmeier (Zürich) über *Konsonanz*. Es handelt sich hier nicht nur um ein physikalisches, sondern auch um ein physiologisches Problem, das deshalb nicht nur mit physikalischen Gesetzen behandelt werden kann. Konsonanz wird nur bei Instrumenten empfunden, die zahlreiche Obertöne liefern. Diese rufen das physiologische Phänomen der Konsonanz hervor. Beim Zusammenklingen von zwei oder mehreren Tönen spielt das entstehende Frequenzbild der Obertöne eine wesentliche Rolle; ist dieses in Intensität und Frequenzanordnung symmetrisch, so empfinden wir Konsonanz, ist die Anordnung unregelmäßig, so besteht der Eindruck einer Dissonanz. An einigen Frequenzbildern von Einzeltönen und Zwei- und Mehrklängen wurde die Theorie erläutert.

Für die meisten Anwesenden von größtem und persönlichstem Interesse waren die Referate über die Einführung des *Vektorbegriffes* in den Lehrstoff der Mittelschule. Dr. M. Rueff (Zürich) referierte über den im Druck befindlichen Leitfaden der analytischen Geometrie, der konsequent die Vektoren benützt. Er legte die Gründe dar, welche die Lehrmittelkommission bewogen hatten, eine Fassung mit Vektoren auszuführen, statt die früher übliche Darstellung in Koordinatenform zu benutzen: besonders die räumliche Geometrie ist in dieser Fassung eleganter darzustellen, aber auch in der ebenen Geometrie lassen sich viele Zusammenhänge übersichtlicher und leichter darstellen. Der Umfang des Bandes darf nicht abschrecken, indem die fortgeschritteneren Leitfäden nicht nur den unbedingt zu behandelnden Stoff umfassen, sondern dem Lehrer eine Auswahl vorlegen. Besonders die Typen A und B werden sich nur auf einen Teil beschränken müssen, während interessierte Schüler auf gewisse Kapitel gewiesen werden können, die mit der Klasse nicht behandelt werden. Prof. P. Buchner, der Präsident der deutschschweizerischen Lehrmittelkommission, referierte über den notwendig gewordenen Neudruck des Leitfadens für Trigonometrie. Es stellt sich die Frage, ob dieser in der bisherigen Form belassen oder unter Benützung der Vektoren völlig neu geschrieben werden soll. In einer angeregten Diskussion wurden Für und Wider

der Einführung von Vektoren dargelegt. Der Physiker ist froh, wenn der Vektorbegriff möglichst früh schon in der Mathematik eingeführt wird; wennschon die Vektoren in der Mittelschule benutzt werden sollen, warum nicht auch in der Trigonometrie? Die welschschweizerischen Kollegen haben mit dem Leitfaden von PAULI und POST sehr gute Erfahrungen gemacht, wenn man auch die Einführung bis zum Auftreten der Winkelfunktionen etwas kürzer gestalten könnte. Es ist andererseits zu bedenken, daß vielerorts in der deutschen Schweiz die Trigonometrie ein Jahr früher eingeführt wird als in der welschen Schweiz und dieses Jahr im Auffassungsvermögen der Schüler eine Rolle spielt. Auch wird befürchtet, daß der Vektor als neuer Begriff dem Schüler Schwierigkeiten bieten werde und daß besonders schwache Schüler in diesem sonst leicht faßlichen Gebiet scheitern. Nach längerer Diskussion muß Prof. Dr. P. BUCHNER abschließend feststellen, daß die Meinungen geteilt sind, was der Lehrmittelkommission den Entscheid nicht erleichtert. Ein Versuch der Vektorfassung wäre erwünscht; man könnte dann feststellen, welche Form geeigneter ist. Der Verlag ist jedoch für solche Experimente nicht gern zu haben. R. NÜSCHELER, Bern.

Die Grazer Tagung für mathematischen Unterricht

25. bis 29. September 1950

Im Gebäude der Technischen Hochschule Graz fand vom 25. bis 29. September 1950 eine Tagung für mathematischen Unterricht statt. Sie war der Weiterbildung der Mittelschullehrer und der Erörterung grundlegender Fragen der Lehrplangestaltung und der Methodik des Unterrichts in der Mathematik und in der darstellenden Geometrie gewidmet. An der Tagung nahmen fast alle österreichischen Hochschulmathematiker, mehrere Landesschulinspektoren und etwa 200 Mathematikprofessoren der österreichischen Mittelschulen teil. In den 32 Vorträgen, in den Diskussionen und im geselligen Beisammensein kam ein fruchtbarer Meinungsaustausch zwischen Hochschule und Mittelschule zustande.

Zugleich veranstaltete die Lehrkanzel für darstellende Geometrie (Prof. Dr. HOHENBERG) eine Ausstellung von Zeichnungen. Sie zeigte den hohen Stand der Ausbildung, der in Graz in diesem Fach erreicht wird. Außerdem zeigte die Grazer Universitätsbuchhandlung Leuschner & Lubensky in einer reichhaltigen Ausstellung moderne mathematische Literatur. Beide Ausstellungen fanden das lebhafte Interesse aller Tagungsteilnehmer.

Eingeladen hatten zur Tagung (zugleich im Namen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft) die Professoren Dr. BAULE und Dr. HORNICH für Mathematik, Prof. Dr. HOHENBERG für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Graz, sowie im Namen der Arbeitsgemeinschaft der Mathematiker und darstellenden Geometer an Grazer Mittelschulen deren Leiter Prof. Dr. DOMORAZEK.

Zu Beginn der Tagung begrüßte Prof. Dr. PENDL, der Rektor der Technischen Hochschule Graz, die Teilnehmer und Gäste der Tagung. Er unterstrich die Bedeutung eines gediegenen Schulunterrichts für die Erziehung des technischen Nachwuchses. Anschließend sprach Prof. Dr. HOHENBERG, der zusammen mit Prof. Dr. DOMORAZEK die Hauptlast der Organisation getragen hatte, über den Sinn und die Bedeutung der Tagung und über deren Programm. Dann richteten der Landesschulinspektor von Steiermark, Prof. THALLER, und in Vertretung des Landeshauptmanns von Steiermark Hofrat Dr. COUDENHOVE sowie Prof. Dr. DOMORAZEK herzliche Begrüßungsworte an die Teilnehmer. Zwei Vorträge allgemeinen Inhalts, gehalten von den Professoren Dr. BAULE und Dr. HORNICH, bildeten den Schluß der Eröffnungssitzung.

Der weitere Verlauf der Tagung ist aus dem unten folgenden Programm zu ersehen. Ausführliche Referate über einzelne Vorträge sollen in den «Elementen» noch erscheinen. Ein Tag war ganz der Geodäsie gewidmet, da sie im Universitätsstudium der Lehramtsanwärter leider keinen Platz findet. Prof. Dr. HUBENY (Technische Hochschule Graz) und Obervermessungsrat Dipl.-Ing. APPEL machten die Zuhörer mit wichtigen Problemen der heutigen Geodäsie bekannt.

Die Tagung fand in richtiger Würdigung ihrer Bedeutung tatkräftige Unterstützung bei allen amtlichen Stellen. Vor allem hatte das Bundesministerium für Unterricht in großzügiger Weise eine Subvention gewährt, durch die die Teilnahme an der Tagung für den einzelnen überhaupt erst wirtschaftlich tragbar geworden ist.

Bei einem Theaterbesuch waren die Teilnehmer Gäste des Landeshauptmanns von Steiermark und des Bürgermeisters der Stadt Graz. Am Freitag fand in bester Stimmung ein Abschiedsabend statt. Am Samstag wurde die in der Nähe von Graz gelegene Lurgrotte, eine berühmte Tropfsteinhöhle, besucht.

Die Grazer Tagung ist nach allgemeinem Urteil ein voller Erfolg geworden und wird allen Teilnehmern in bester Erinnerung bleiben. F. Hohenberg, Graz.

Vortragsprogramm

B. Baule: *Über die Stellung der Mathematik in einem neuen Weltbild.* H. Hornich: *Mathematik und Allgemeinbildung.* F. Prowaznik: *Der Mathematikunterricht in der Unterstufe.* L. Vietoris: *Identität und Gleichheit.* K. Prachar: *Anschauliche Sätze der elementaren Zahlentheorie.* J. F. Lewandowski: *Ein algebraischer Satz und seine Verwendung im Unterricht.* W. Wunderlich: *Über den unterrichtlichen Wert nichtdekadischer Zahlensysteme.* A. Beranek: *Zur Methodik des Mathematikunterrichtes.* E. Weinmeister: *Zur Lehrplangestaltung für Mathematik.* W. Fucyman: *Die Behandlung des Logarithmus auf Grund vereinfachter Bürgischer Progreßtabulen.* E. Waage: *Logarithmenbücher.* R. Festa: *Entbehrliche Kapitel der Schulmathematik und Verwendung der dadurch frei gewordenen Zeit.* A. Koch: *Pädagogische Betrachtungen über den Unterricht der darstellenden Geometrie.* F. Hohenberg: *Vorschläge zur Förderung des geometrischen Unterrichts.* W. Wunderlich: *Dreidimensionale graphische Fahrpläne.* F. Wrtilek: *Konstruktive Behandlung der Kegelschnitte mittels kotierter Projektion.* H. Tomenendal: *Querverbindungen zwischen Mathematik und darstellender Geometrie in der 7. und 8. Klasse.* K. Hubeny: *Vorträge und Demonstrationen aus dem Gebiet der Geodäsie.* P. Funk: *Die griechische Mathematik und Archimedes.* E. Kruppa: *Aus der Geschichte des Parallelenaxioms.* H. R. Müller: *Winkeldreiteilung und Würfelverdoppelung im Mittelschulunterricht.* E. Kruppa: *Hinweise auf die Geometrie des komplexen Raumes im Mittelschulunterricht.* F. Hohenberg: *Die elementaren Brennpunktseigenschaften der Kegelschnitte im komplexen Gebiet.* R. Bereis: *Zur Diskussion eines Kegelschnittes in allgemeiner Lage.* E. Hlawka: *Zwei Kapitel aus der Schulgeometrie.* R. Festa: *Der vierdimensionale Raum im Schulunterricht.* J. Radon: *Grenzwert und Stetigkeit.* N. Hofreiter: *Berechnung von bestimmten Integralen.* F. Prowaznik: *Methodik der Infinitesimalrechnung in der Mittelschule.* L. Schmetterer: *Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Schule.* A. Koch: *Mathematische Statistik als Lehrstoff an Mittelschulen.* W. Flick: *Soll man in der Mittelschule Vektoren und Determinanten einführen?* N. Heinrich: *Zur Problematik der Relativbewegung.*

Über die Stellung der Mathematik in einem neuen Weltbild

Bei einer Tagung, die sich mit dem mathematischen Unterricht befaßt, scheint es mir gut, auch darüber nachzudenken, wie es kommt, daß die Mathematik so wenig Freunde besitzt. Die meisten Menschen ahnen gar nicht, in welch hohem Maße unsere ganze Vorstellungswelt durch die Entwicklungen in der Mathematik mitbestimmt wird. Mathematische Begriffsbildungen und mathematische Denkmethoden liegen allen Modellen von der Welt zugrunde, die in den letzten Jahrhunderten von der Wissenschaft gebaut und von der Menschheit übernommen wurden. Die Mathematik spielt bei diesem Prozeß nicht nur die Rolle einer Hilfswissenschaft; die letzten Jahrzehnte haben vielmehr höchst eindrucksvoll gezeigt, daß auch die *reine Mathematik*, als selbständige und unabhängige Wissenschaft, ohne Bezugnahme auf naturwissenschaftliche Probleme gepflegt und entwickelt, in hohem Maße in der Lage ist, der *Naturerkenntnis* zu dienen. Die Mathematik durchzieht wie ein *geistiges Gerüst* alle Naturwissenschaften, und je mehr man sich bei der Erforschung der Zusammenhänge in der Natur auf dieses Gerüst stützt, um so mehr wachsen alle Teilgebiete der Naturwissenschaften zu einem einheitlichen großen Ganzen zusammen. Man denke nur an die Physik und an die Chemie! Die *mathematischen Gesetze*, die unsere Welt zusammenhalten und ihren Ablauf regeln, müssen als ebenso *real* und existent angesehen werden wie die materiellen Dinge, die wir mit unseren Sinnen unmittelbar wahrnehmen können. Als vor mehr als hundert Jahren die *Riemannsche Geometrie* entwickelt wurde, hätte es gewiß keiner der daran beteiligten Mathematiker für möglich gehalten, daß diese so unwirklich erscheinende Theorie einmal die Grundlage für ein allumfassendes *physikalisches* Weltbild werden würde. Und ebensowenig haben die Begründer der *Matrizenrechnung* oder der *Eigenwerttheorie* der partiellen Differentialgleichungen ahnen können, daß diese rein mathematischen Theorien einmal Aufschluß geben würden über die Vorgänge im Innern der Atome.

Auf der Basis der natürlichen Zahlen hat sich zuerst ein allgemeines Zahlensystem entwickelt, aus diesem das System der Operationen und Funktionen, und so entstand im Laufe der Zeit das filigrane Wunderwerk unserer heutigen Mathematik, in dem sich die ganze Natur widerspiegelt und das richtigere Auskünfte über die Vorgänge in der Natur zu geben vermag, als es das in den letzten drei Jahrhunderten auf Grund anschaulicher Vorstellungen gezeichnete Weltbild der klassischen Physik zu tun imstande war. Der *Physiker kommender Generationen* wird darum mehr in *mathematischen Begriffen* und Symbolen denken als in den *Bildern der klassischen Physik*. Die wunderbare Harmonie, die zwischen der Mathematik und den Vorgängen in der Natur besteht, sollte der Mathematiklehrer bei jeder Gelegenheit, wo sie sichtbar wird, entsprechend beleuchten und hervorheben. Es wird dann die Mathematik dem Schüler nicht mehr als eine Erfindung sadistischer Schulmeister erscheinen, sondern als das, was sie wirklich ist, als das geistige Gerüst der Welt, in der wir leben und denken, und daher als die *Königin der Wissenschaften*.

B. BAULE, Graz.

Mathematik und Allgemeinbildung

Immer wieder kann man in den Anfangsvorlesungen die Beobachtung machen, daß den Hörern die Grundregeln eines logischen Denkens vielfach nicht geläufig sind. So wird zum Beispiel Voraussetzung und Behauptung vertauscht, also ein Beweis, den man in der einen Richtung geführt hat, ohne weiteres auch umgekehrt als Beweis der Voraussetzung aus der Behauptung genommen; der Unterschied zwischen «notwendig» und «hinreichend» wird eben nicht erfaßt und muß erst durch drastische Beispiele erläutert werden, die Worte «weil» und «so daß» werden verwechselt usw. Wie sehr dieser Mangel an logischem Denken sich überhaupt im täglichen Leben und auch bei den «Gebildeten» zeigt und auswirkt, läßt sich fast täglich in der Zeitung, in Reden und besonders bei der Propaganda deutlich feststellen.

Hier sollte nun die Schule, in erster Linie unsere Mittelschule, eingreifen, und hier dürfte gerade der Unterricht in Mathematik berufen sein, diesem Übel zu steuern. Man lehre die Schüler die Beweise mitzudenken, einfache Beweise selbst zu erarbeiten und scheue nicht davor zurück, einen falschen Beweis nochmals durchdenken zu lassen, um den Fehler zu finden. Gerade die Geometrie bietet mit ihren Konstruktionen und Beweisen viele Möglichkeiten hiezu. In der Mathematik ist meist nicht der Satz das Wesentliche, sondern der Beweis. Die mathematischen Sätze werden zudem nach dem Verlassen der Mittelschule meist rasch wieder vergessen, und wenn der Schüler nicht mathematisch, das heißt richtig zu denken und zu beweisen gelernt hat, so hat er dann überhaupt alles, was er in der Mathematik gelernt hat, vergessen.

Zur allgemeinen Bildung gehören keine Formeln (sehen wir etwa von den einfachsten, wie dem Satz des PYTHAGORAS, ab), sondern neben der Methode nur die grundlegenden *Begriffe* der Mathematik. Neben den Begriffen der ganzen, der rationalen und der irrationalen Zahlen gehören dazu die Begriffe Zahlenfolge und Reihe, Konvergenz von Folgen und Reihen, der Limes und der Häufungspunkt einer Folge. Wir haben ferner den Begriff der Funktion, der graphischen Darstellung einer Funktion, einer Abbildung und Zuordnung; den Begriff einer stetigen und einer differenzierbaren Funktion und den eines Integrals. Funktionen wie die Exponential- und Logarithmusfunktion und die Winkelfunktionen treten in den verschiedensten Wissensgebieten auf und sollten nicht mehr nur dunkle Erinnerungen an mißlungene Schularbeiten hervorrufen.

Betrachten wir die hier als Beispiele aufgezählten Begriffe, so sind diese eigentlich so einfach, daß wir sie jedem Mann auf der Straße sollten erklären können; es kommt nur darauf an, daß wir uns bemühen, den leichtesten Zugang zum Verständnis zu finden.

Wenn wir die Mathematik lebendig machen im Denken, in den Anwendungen und Beispielen, wenn wir ihre Begriffe aufzeigen, die man ja überall wiederfindet, dann wird die Mathematik für den Schüler nicht mehr eine Last, sondern eine Selbstverständlichkeit. H. HORNICH, Graz.

Weitere Vortragsreferate folgen im nächsten Heft.

Literaturüberschau

W. SIERPIŃSKI: *Leçons sur les nombres transfinis*

240 p., Gauthier-Villars, Paris 1950

Es handelt sich nur um einen unveränderten Neudruck des bereits 1928 erschienenen Lehrbuches der abstrakten Mengenlehre. Trotzdem seien ihm hier einige Worte gewidmet. Kurz: Ein Meisterwerk in klarer, präziser Sprache, im Aufbau sorgfältig ausgewogen, mit knappgefaßten Hinweisen auf verschiedene Auffassungen. Wer sich gründlich orientieren will über die Begriffsbildung der transfiniten Zahlen und über deren Arithmetik, wird hier eine mustergültige Darstellung vorfinden.

Der erste, den Kardinalzahlen gewidmete Teil behandelt allgemeine Eigenschaften der Mengen und ihre Mächtigkeit, abzählbare Mengen, Mengen von der Mächtigkeit des Kontinuums, Vergleichbarkeit der Kardinalzahlen (das Problem der Trichotomie) und zum Schluß das Auswahlaxiom und seine Anwendungen. Der zweite Teil über die Ordnungszahlen bringt die Hauptsätze über Ordnungstypen, über wohlgeordnete Mengen, ziemlich weitgehend die Arithmetik der Ordnungszahlen, die Alephs, den Satz von ZERMELO, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann, und dessen weitgehende Konsequenzen.

Charakteristisch für das ganze Lehrbuch ist der Umstand, daß sorgfältig auseinandergehalten wird, was man ohne das Auswahlaxiom erreichen kann und welche Folgen dessen Anerkennung nach sich zieht. Es wird bewiesen, daß die Trichotomie, das Auswahlaxiom und der Satz von ZERMELO äquivalent sind. Selbstverständlich werden auch verschiedene Aspekte des Kontinuumproblems dargestellt.

Die Arithmetik der transfiniten Zahlen, diese außerordentliche Schöpfung CANTORS, hat außer in der Körpertheorie meines Wissens bisher – im Gegensatz zur allgemeinen Mengenlehre – noch kaum zu Anwendungen geführt. Die Neuauflage der meisterhaften Darstellung von SIERPIŃSKI wird vielleicht jüngere Mathematiker veranlassen, in dieser Richtung nachzudenken. Man kann von dem vor 1928 geschriebenen Buche nicht erwarten, daß die Ergebnisse FINSLERS zur Grundlegung der Mengenlehre Berücksichtigung fanden. Wir erwarten immer noch eine Darstellung, in der die umfassenden Erkenntnisse, wie sie zum Beispiel SIERPIŃSKIS Buch bietet, mit der von FINSLER erreichten Tiefe der Begründung der Elemente (Begriff der Menge, Wesen des Auswahlprinzips[1]) u. a.) vereinigt werden. *L. Locher-Ernst.*

HEINZ SCHILT: *L'électricité*

Editions du Griffon, Neuenburg 1950

Unter der Leitung von Prof. ANDRÉ MERCIER von der Universität Bern erscheint ein Abriß der allgemeinen Physik (*Précis de Physique générale*) in fünf Bänden. Der

---

[1]) Siehe zum Beispiel P. FINSLER: *A propos de la discussion sur les fondements des mathématiques*, Abhandlung im Bericht: *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques*, publiés par F. GONSETH (Leemann & Cie., Zürich 1941).