Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **7 (1952)**

Heft 1

der Maturität erworbenen mathematischen Kenntnisse zur Verfügung. Da es sich dabei um gegen 30% aller Abiturienten handelt, wird die Frage ernsthaft zu prüfen sein, ob nicht alle Maturitätsschulen eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung in ihre Lehrpläne aufnehmen sollten. Weil bloß formale Kenntnisse für das Verständnis der Anwendungen auf die Physik nicht ausreichen, scheint es darüber hinaus gegeben, eine erste Einübung dieser Anwendungen in bescheidenem Umfange in der obersten Stufe des Physikunterrichtes vorzunehmen (zum Beispiel bei der Behandlung der Erscheinungen der elektromagnetischen Induktion, der Wechselstromgesetze usw.). Erfahrungsgemäß genügen bei richtiger Vorbereitung wenige Beispiele, in denen der Zusammenhang zwischen physikalischen Größen jenem zwischen einer Funktion und ihrem Differentialquotienten entspricht, und die Integration einiger einfachster physikalischer Differentialgleichungen, um eine erste Grundlage für das Verständnis zu schaffen.

Zusammenfassend geht der Wunsch des Referenten somit dahin, daß seitens der Mathematiklehrer die folgenden Fragen überprüft werden:

1. Ist die Besprechung der Elemente der Differential- und Integralrechnung sowie der Exponentialfunktion an allen Maturitätsmittelschulen durch teilweise Weglassung anderen Unterrichtsstoffes und ohne Vermehrung der Stundenzahl möglich?
2. Kann die Behandlung dieser Gebiete so weit vorverlegt werden, daß dieselben während des letzten Schulhalbjahres in bescheidenem Umfange im Physikunterricht angewendet werden können?»

Aus der regen *Diskussion* seien nur zwei Gedanken festgehalten: 1. Der Schüler stößt besonders an der Stelle auf Schwierigkeiten, wo es gilt, die physikalischen Vorgänge und Beziehungen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen (und umgekehrt). 2. Wollte die Hochschule dem Gymnasium allen Ernstes neuen Lehrstoff aufbürden, so bedeutete dies Abstriche anderswo, ja eine eigentliche Reform der Lehrpläne. Damit ist aber die *Grundfrage nach dem Unterrichtsziel* gestellt. Sie verlangt eine klare und entschiedene Antwort; denn das Problem wird nicht dadurch gelöst, daß das Gymnasium fortgesetzt Konzessionen macht und sich dann mit didaktischen Maßnahmen zu helfen sucht.

Zwei *Kurzreferate* befaßten sich mit *didaktischen Einzelfragen:* Prorektor Dr. F. MEYER (Bern) gab eine kurze Zusammenfassung dessen, was er in der «Beilage zum Jahresbericht 1950 über das Städtische Gymnasium in Bern» unter dem Titel *Zur Didaktik der Integralrechnung auf der Mittelschule* publiziert hatte. Dr. H. R. HAEGI (Zürich) zeigte, wie er sich *die Einführung der Exponentialfunktion* in zwei Stufen denkt, teilweise bezug nehmend auf Dr. F. MEYERS Aufsatz in den «Elementen der Mathematik» [*2*, 64 (1947)], dann aber auch durch Zurückgreifen auf die Definition des Logarithmus durch eine Quadratur, wie sie FELIX KLEIN in Band I seiner *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* empfohlen hat.

Über den *geschäftlichen Teil* der Jahresversammlung erscheint ein Bericht im «Gymnasium Helveticum». Immerhin sei erwähnt, daß der Verein Schweizerischer Mathematiklehrer das Jubiläum seines fünfzigjährigen Bestehens feiern durfte.

F. STEIGER, Bern.

Literaturüberschau

N. BOURBAKI: *Fonctions d'une variable réelle*

Zwei Bände, 184 und 200 Seiten, Verlag Hermann, Paris 1949 und 1951

Unter dem Namen NICOLAS BOURBAKI veröffentlicht eine Gruppe jüngerer französischer Mathematiker (HENRI CARTAN, DIEUDONNÉ u.a.m.) ein vielbändiges Werk, das sich zum Ziel setzt, die gesamte Mathematik einheitlich, präzis und möglichst einfach neu aufzubauen. Die verwendete Methode ist die axiomatische, wie überhaupt DAVID HILBERT für BOURBAKI das leuchtende Vorbild ist. Durch die Schaffung genügend allgemeiner Theorien soll das mathematische Werkzeug standardisiert werden und das neue Gebäude der Mathematik soll geordnet sein durch eine Hierarchie von Strukturen, wo unter einer Struktur ein System axiomatisierter Beziehungen zwischen beliebigen Elementen verstanden wird.

Tatsächlich ist festzustellen, daß die vorliegenden zwei Bücher über Funktionen einer reellen Variablen durch die vorangehenden topologischen Bände so gut vorbereitet sind, daß die Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung einschließlich der Theorie der Differentialgleichungen, gültig für sehr allgemeine Vektorräume, dem Leser wie reife Früchte zufallen. Für die praktische Behandlung eines Problems, zum Beispiel der Integration, wird allerdings auf einen noch nicht erschienenen Band über numerische Methoden verwiesen. Neben der allgemeinen Theorie werden die elementaren Transzendenten und die Gammafunktion im reellen und komplexen Gebiete behandelt. Das Kapitel über die Gammafunktion zeigt besonders deutlich, wie gut das Werk geeignet ist, rasch und zuverlässig über ein bestimmtes Gebiet zu orientieren. *Willi Lüssy.*

GÜNTER PICKERT: *Einführung in die höhere Algebra*

298 Seiten, Verlag Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1951

In der ersten Hälfte dieses Buches werden zunächst die Definitionen und fundamentalen Eigenschaften einer Reihe algebraischer Strukturen gegeben, nämlich der Gruppen und gruppenähnlichen Strukturen, weiter der Ringe, Körper und Schiefkörper, ferner der Vektorräume, linearen Abbildungen und der Algebren, endlich der Verbände. Hierauf werden die nullteilerfreien, kommutativen Ringe und Polynomringe untersucht, schließlich folgt auf 35 Seiten ein Abriß der Gruppentheorie.

Die zweite Hälfte des Bandes enthüllt das zentrale Anliegen des Verfassers, eine möglichst umfassende Darstellung der Theorie der Körper und ihrer algebraischen und transzendenten Erweiterungen zu geben, die bis an die Fragen der heutigen algebraischen Forschung heranführt. Insbesondere ist das letzte Kapitel den angeordneten Moduln, Ringen und Körpern, den formal-reellen Körpern und der Bewertungstheorie gewidmet.

Das prägnant und lebendig geschriebene, wertvolle Buch von GÜNTER PICKERT ist im Verhältnis zu seinem Umfange erstaunlich reichhaltig und gibt sehr viele Anregungen, letzteres speziell auch dadurch, daß am Ende jedes der 43 Paragraphen Aufgaben gestellt werden, deren Gesamtanzahl beinahe 400 beträgt. *Max Gut.*

EMILE BOREL: *Leçons sur la théorie des fonctions*

Principes de la théorie des ensembles en vue des applications à la théorie des fonctions

4. Auflage, 295 Seiten, Gauthier-Villars, Paris 1950

Es ist nicht nötig, dieses bekannte Buch zu besprechen; es genügt, anzuzeigen, daß es in vierter Auflage erschienen ist, vermehrt um verschiedene Fußnoten und einen Nachtrag über das Auswahlaxiom und die asymptotischen Definitionen. Da die erste Auflage 1898 erschien und die späteren eine ganze Reihe von Zusätzen erhielten, ohne daß am ersten Text etwas geändert wurde, ist ein Satz am Ende des Vorwortes auf besonders eindrückliche und interessante Weise richtig: Dieses Werk stellt einen Beitrag zur Geschichte der Mathematik in der ersten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts dar. *Willi Lüssy.*

A. SOMMERFELD: *Vorlesungen über theoretische Physik*

Band IV: *Optik*, 389 Seiten mit 97 Figuren

Dieterichsche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1950

Die auf sechs Bände berechneten *Vorlesungen über theoretische Physik* von ARNOLD SOMMERFELD haben durch seinen Tod im Frühjahr 1951 einen jähen Abschluß gefunden. So liest man mit besonderer Sorgfalt den zuletzt erschienenen Band *Optik*, der sich an die *Mechanik*, die *Mechanik der deformierbaren Medien* und die *Elektrodynamik* anschließt. Es steht noch offen, ob SOMMERFELDS Schüler mit der Herausgabe der *Thermodynamik* die Brücke zu den *Differentialgleichungen* schlagen werden.

Niemand wird von SOMMERFELD eine knappe, didaktische Einführung in ein Fachgebiet erwarten: so ist auch die Optik wiederum die für den Fortgeschrittenen so genußreiche Synthese eleganter Beweise (er führt von Anfang an komplexe Wellen ein), unerwarteter Ausführungen über Einzelgegenstände (zum Beispiel die Linsenvergütung, dem Phasenkontrastverfahren) und plötzlicher Auseinandersetzungen mit Grundfragen, wie beispielsweise derjenigen nach der Natur des weißen Lichtes.

In der Lehrbuchliteratur ganz neu dürfte insbesondere die vektorielle Erweiterung des Huygensschen Prinzips, das Cerenkow-Elektron und die Beugungstheorie von YOUNG-RUBINOWICZ sein. Sonst entspricht der Inhalt demjenigen der klassischen Werke über Wellenoptik, wobei man aber immer wieder bewundern muß, wie leicht SOMMERFELD die Quantenerscheinungen als Ausblicke einzuschieben weiß.

Besonders hinzuweisen ist noch auf die ausgezeichnete Diskussion von Phasen-, Gruppen- und Signalgeschwindigkeit sowie auf die Theorie der Beugung an einem sehr engen Spalt im Ergänzungskapitel.

Man kann nur aufs tiefste bedauern, daß SOMMERFELD, diesem individuellsten und universellsten Exponenten der modernen Physik (die ja großenteils sein Werk ist), die Feder aus der Hand gerissen wurde. *W. Poppelbaum.*

HEINRICH DÖRRIE: *Ebene und sphärische Trigonometrie*

518 Seiten, Verlag Oldenbourg, München 1950

An Umfang und im Inhalt ist das vorliegende Buch am ehesten mit dem geschätzten *Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie* von E. HAMMER vergleichbar, jedoch enthält es nicht wie dieses numerisch durchgerechnete Beispiele. Damit aber wird unklar, an welchen Leserkreis sich dieses neue Werk wendet, denn der Anfänger bedarf dieser Beispiele, und es ist ihm mit den 265 Aufgaben ohne Lösungen allein nicht gedient.

Der Verfasser sucht seine Entwicklungen elementar zu gestalten und «die zum Verständnis der zahlreich vorkommenden Reihenentwicklungen notwendigen analytischen Vorkenntnisse in hinreichender Ausführlichkeit» zu vermitteln. Wer ernstlich Trigonometrie braucht, kommt um das Studium der Analysis nicht herum. Auch dieses Werk zeigt, daß Analysis sich nicht nebenbei vermitteln läßt. Seite 108 wird mit unendlich kleinen Größen gezeigt, was klar und kurz mit der schon Seite 96 angegebenen Reihenentwicklung bewiesen werden kann. Seite 230 wird eine Veranschaulichung des Dedekindschen Schnittsatzes als Beweis bezeichnet.

Wir befürchten, daß der Leser in der großen Stoffmenge sich nicht leicht zurechtfindet, weil die Akzente fehlen, es sei denn, so anfechtbare wie «Der Kosinussatz ist der wichtigste Satz der ganzen Trigonometrie», oder «der bequemste Zugang zur Eulerschen Zahl e führt über CAUCHYS Satz vom arithmetischen und geometrischen Mittel», oder «die Ungleichung $e^x > 1 + x$ ist die Grundeigenschaft der Exponentialfunktion».

Seite 2 erfahren wir, daß «man den Winkel auch als Weg auffassen kann», und Seite 6 versteht man unter dem Sinus «die Ordinate des Winkelendpunktes», so daß wir in beiden Fällen auf die Dimension Zentimeter geführt werden. Originell wird der «Viereckssinussatz» formuliert: «Das Produkt der Sinus der links stehenden Winkel ist gleich dem Produkt der Sinus der rechts stehenden Winkel.»

Der Autor überrascht uns mit einer Fülle von sprachlichen Neuschöpfungen: «Betraglich, Positivzahl, Ganzzahl, Gaußzahl, Echtbruch, Sinusbruch, Cauchybruch, Kreisbinom, quasireziproke Werte, Paritätssatz, der Halbierer, das Mobil, kozentralare Strahlen, at x ($=$ arc tg x), 1 twe $= 57{,}29578°$.»

Bei der sphärischen Trigonometrie vermissen wir die bequemen graphischen Methoden. Die Tradition der Geographen und Astronomen, zum Ärger der Geometer falsche Figuren zu bringen, wird getreulich fortgesetzt (Seite 414).

Die Ausstattung ist gut, und der Leser wird manches vergessene Theorem wiederfinden. *P. Buchner.*

G. BOULIGAND: *L'accès aux principes de la géométrie euclidienne*

87 Seiten, Librairie Vuibert, Paris 1951

Es mag den schweizerischen Lehrer besonders interessieren, daß dieses Büchlein ausdrücklich für Schüler der drittletzten Klasse einer französischen Mittelschule geschrieben ist. In sorgfältigem Aufbau, illustriert durch zahlreiche Beispiele, wird eine Einführung in die Axiomatik der Ebene geboten, wobei nach dem Vorbild von WEYL (Raum, Zeit, Materie) als Grundbegriffe der Punkt und der freie Vektor (Translation) gewählt werden. Die Gruppe der linearen Transformationen wird studiert und zur affinen Geometrie entwickelt, dann führt die Untergruppe der starren Bewegungen zu metrischen Sätzen. Zum Vergleich und zur Vertiefung wird am Schluß das Hilbertsche Axiomensystem besprochen. *Willi Lüssy.*

K. SCHÜTTE und B. L. VAN DER WAERDEN:

Auf welcher Kugel haben 5, 6, 7, 8 *oder* 9 *Punkte mit Mindestabstand Eins Platz?*

Math. Annalen, *123*, 96–124 (1951)

Die Arbeit behandelt folgende interessante Frage: Wieviel Punkte kann man auf einer Kugel vom Durchmesser $2r$ so verteilen, daß sie sich nicht «stören», das heißt, daß der geradlinige Abstand von je zwei Punkten mindestens 1 cm beträgt. Bei gegebener Punktezahl n sei umgekehrt $M(n)$ der Durchmesser der kleinsten Kugel, auf der die Punkte, ohne sich zu stören, Platz haben. Für $n \leqq 6$ hat man folgende Werte: $M(2) = 1$, $M(3) = (2\sqrt{3})/3$, $M(4) = (\sqrt{6})/2$, $M(5) = M(6) = \sqrt{2}$. Haben also auf einer Kugel 5 Punkte, ohne sich zu stören, Platz, so haben auch 6 Punkte Platz, und zwar liegen sie in den Eckpunkten des einbeschriebenen Oktaeders. Der hübsche Beweis für diesen schon von FEJES TÓTH bemerkten Sachverhalt sei hier mitgeteilt: Man verbinde drei der fünf sich nicht störenden Punkte durch kleinste Großkreisbogen. Im entstehenden sphärischen Dreieck mit den Seiten a, b, c gilt der Kosinussatz $\cos c - \cos a \cos b = \sin a \sin b \cos\gamma$. Wäre nun $2r \leqq \sqrt{2}$, so wäre die Sehne, die zu einem Großkreisbogen mit dem Zentriwinkel 90° gehört, kleiner als Eins. Da die Sehnen aller drei Bogen a, b, c mindestens die Länge Eins haben, müßten alle drei Seiten größer als 90° sein, und ihre Kosinus wären negativ. Da dann beide Seiten im Kosinussatz negativ sein müssen, muß γ stumpf sein. Somit wären dann alle Winkel aller sphärischen Dreiecke, die sich aus je drei der fünf Punkte bilden lassen, stumpf. Das ist aber unmöglich. Verbinden wir nämlich einen der fünf Punkte mit den vier andern durch Großkreisbogen, so sind die vier entstehenden Winkel alle stumpf, und ihre Summe ist größer als 360°. Wir haben also $2r = \sqrt{2}$, und dann stören sich die 6 Eckpunkte des einbeschriebenen regulären Oktaeders nicht.

Für die Werte $n > 6$ wird das Problem verwickelter. Es kann aber leicht bewiesen werden, daß $M(n)$ für jedes natürliche n existiert. Die Verfasser erhalten hier $M(7) = 1{,}591..$, $M(8) = 1{,}645..$, $M(9) = \sqrt{3}$. Für $n = 12$ besteht die Minimalkugel aus der Umkugel des regelmäßigen Ikosaeders mit der Kantenlänge Eins, so daß $M(12) = 1{,}902..$ ist. Die Untersuchungsmethode besteht darin, daß man die Punktepaare, deren Abstände genau Eins sind, durch kleinste Großkreisbogen verbindet. Auf diese Weise entsteht ein Graph, dessen einzelne Strecken sich nicht überschneiden. Nach Ableitung allgemeiner Eigenschaften des Graphen der Minimalfigur kann diese in einzelnen Fällen gefunden und daraus der Radius der Minimalkugel berechnet werden. Die Hauptschwierigkeit besteht im Nachweis, daß die Radien wirklich minimal sind. So wird für $n = 10$, 11, 13, 14, 15, 16, 24 und 32 die vermutliche Minimalfigur angegeben, doch steht der Beweis der Minimaleigenschaft noch aus.

Für die höheren Werte von n muß man sich jedenfalls mit einer Abschätzung $M(n) \geqq f(n)$ begnügen. Eine solche ergibt sich sofort aus der Ungleichung von FEJES TÓTH:

$$\left(\frac{\delta}{r}\right)^2 \leqq 4 - \operatorname{cosec}^2 \frac{n}{n-2} \cdot \frac{\pi}{6},$$

wo δ der kürzeste Abstand zweier Punkte des auf der Kugelfläche liegenden Punktsystems ist, also hier $\delta = 1$. Diese Formel wird von den Verfassern noch etwas verschärft. Sie kann auch in der Form $F \geqq 2\,(n-2)\,\Delta$ geschrieben werden, wo Δ den Flächeninhalt des gleichseitigen sphärischen Dreiecks mit «Sehne 1» auf der Kugel mit der Oberfläche F bedeutet. Da man die Kugeloberfläche nur für $n = 3$, 4, 6 und 12 in $2\,(n-2)$ gleichseitige sphärische Dreiecke einteilen kann, gilt das Gleichheitszeichen nur in diesen Fällen. *E. Trost.*

HEINRICH DÖRRIE: *Kubische und biquadratische Gleichungen*

260 Seiten mit 19 Abbildungen, Leibniz-Verlag (bisher R.-Oldenbourg-Verlag), München 1948

Der hochbetagte Verfasser, der schon mehrere mathematische Bücher geschrieben hat und von dem ein neues umfangreiches Werk über Funktionentheorie bereits wieder angekündigt ist, bringt in dem hier anzuzeigenden Buche nicht, wie in dem oben besprochenen Lehrbuch, *Ebene und sphärische Trigonometrie*, ein abgeschlossenes Gebiet der Schulmathematik zur Darstellung. Dadurch ist die Antwort auf die Vorfrage, an wen sich der Verfasser wendet, sofort klar: Es ist eine vor allem für Mathematiklehrer anregende, viele Gebiete berührende Sammlung von interessanten Beispielen kubischer und biquadratischer Gleichungen, wobei auch deren Theorie ausführlich entwickelt wird.

Der erste Teil bringt in zwei Abschnitten die Theorie der kubischen (44 Seiten) und der biquadratischen Gleichungen (39 Seiten). Der zweite Teil enthält im ersten Abschnitt eine Reihe verschiedenster mathematischer Anwendungen (48 Seiten), im zweiten Abschnitt physikalische Aufgaben (20 Seiten); die nächsten Abschnitte geben eine ausführliche Darstellung des Achsenproblems der zentrischen Flächen zweiten Grades (25 Seiten), ferner der vom Verfasser mit Lamé-Gleichung benannten kubischen Gleichung, die bei der Bestimmung der Schnittpunkte zweier Kegelschnitte auftritt (18 Seiten) und weiterer Anwendungen der kubischen Gleichungen auf die Geometrie der Kurven dritter Ordnung (22 Seiten, Sätze von NEWTON, COTES, MACLAURIN, CARNOT und HESSE, Bestimmung der Wendepunkte). Im dritten Teil werden einige diophantische kubische und biquadratische Gleichungen vorgeführt (20 Seiten). Der 22 Seiten zählende Anhang bringt einige Hilfssätze aus der Algebra.

Es ist schade, daß der durch das Thema nahegelegte Anschluß an die Elemente der Galoisschen Theorie nicht ausführlicher miteinbezogen wurde. Im übrigen findet man eine Fülle von interessanten Einzelheiten. In der Sammlung von zum Teil wenig mehr beachteten Sätzen, von einschlägigen Anwendungen und in der Darstellung allgemeiner Gesetze am ausgewählten Stoff erkennt man die bereits wohlbekannte und manchem Leser zusagende Darstellungsweise des Verfassers. *L. Locher-Ernst.*