

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 17 (1962)
Heft: 2

Artikel: Sur une propriété des nombres triangulaires
Autor: Sierpiski, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21906>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Sur une propriété des nombres triangulaires

Le but de cette note est de donner une démonstration courte et simple de la proposition qu'il existe une infinité des paires de nombres triangulaires dont la somme ainsi que la différence sont des nombres triangulaires.

Je démontrerai notamment qu'il existe une infinité de systèmes des nombres naturels x et y satisfaisants aux équations:

$$t_x + t_{2y} = t_{3y} \quad \text{et} \quad t_x - t_{2y} = t_{y-1} \quad \left(\text{où } t_n = \frac{n(n+1)}{2} \right). \quad (1)$$

On vérifie sans peine que chacune des deux équations (1) est équivalente à l'équation

$$x^2 + x = 5y^2 + y. \quad (2)$$

Il suffira donc de démontrer que l'équation (2) admet une infinité de solutions en nombres naturels x et y .

Il résulte tout de suite de l'identité

$$\begin{aligned} (161x + 360y + 116)^2 + 161x + 360y + 116 - 5(72x + 161y + 52)^2 - \\ - (72x + 161y + 52) = x^2 + x - 5y^2 - y \end{aligned}$$

que si x, y est une solution de l'équation (2) en nombres naturels x et y , les nombres $u = 161x + 360y + 116$ et $v = 72x + 161y + 52$ présentent aussi une solution de l'équation (2) en nombres naturels plus grands respectivement que x et y . Les nombres $x = 2$ et $y = 1$ donnant évidemment une solution de l'équation (2), il en résulte tout de suite que cette équation a une infinité de solutions en nombres naturels x et y . Notre assertion se trouve ainsi démontrée.

En s'appuyant sur les résultats publiés dans l'Intermédiaire des Mathématiciens 12 (1905), p. 207 par P. F. TEILHET, M. J. BROWKIN donne dans le journal Wiadomosci Matematyczne Ser. II, 2 (1957-59), p. 253-255 une méthode de trouver toutes les paires des nombres triangulaires non nuls dont la somme ainsi que la différence sont des nombres triangulaires. Il donne aussi toutes telles paires de nombres triangulaires dont l'indice est < 500 .

On a, par exemple

$$\begin{aligned} t_6 + t_5 = t_8, \quad t_6 - t_5 = t_3 \\ t_{18} + t_{14} = t_{23}, \quad t_{18} - t_{14} = t_{11}. \end{aligned}$$

Quant à l'équation (2) on peut démontrer que toutes ses solutions en entiers ≥ 0 sont contenues dans la suite infinie

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots,$$

où $x_0 = 0, y_0 = 0, x_1 = 2, y_1 = 1$ et, pour $k = 0, 1, 2, \dots$:

$$x_{k+2} = 161x_k + 360y_k + 116, \quad y_{k+2} = 72x_k + 161y_k + 52.$$

W. SIERPIŃSKI (Varsovie)