

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 17 (1962)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Verstehend geben wir noch ein Beispiel für die Bestimmung von drei Unbekannten; es wurde mit einer «Curta II» in weniger als 30 min fertig gerechnet. Der Deutlichkeit halber sind überall noch die Variablen hinzugefügt, und aus dem gleichen Grunde steht in der Kellerzeile auch das Element  $b_{nm} y_n$  kursiv gedruckt, obwohl  $y_n$  null ist. Pivotelemente sind zweimal unterstrichen, Elemente der Pivotkolonne bzw. -zeile sind einfach unterstrichen.

H. SCHILT, Biel

## Ungelöste Probleme

**Nr. 44.** V. L. KLEE (Seattle, USA) ruft uns ein fesselndes, von H. BUSEMANN und C. M. PETTY<sup>1)</sup> stammendes Problem in Erinnerung, über das man beispielsweise im Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach gelegentlich diskutierte und um dessen Lösung sich auch der Unterzeichnete vergeblich bemühte. Es handelt sich um folgendes: Zwei eigentliche konzentrische Mittelpunktskörper  $A$  und  $B$  des gewöhnlichen Raumes sollen die Eigenschaft aufweisen, dass für jede durch den gemeinsamen Mittelpunkt hindurchgehende Ebene  $E$  bezüglich der Schnittbereiche die Beziehung

$$f(A \cap E) \geq f(B \cap E) \quad (a)$$

gilt, wo  $f$  den Flächeninhalt bezeichnet. Ist es auf Grund dieser Sachlage möglich, für die Volumina der beiden Körper den Schluss

$$V(A) \geq V(B) \quad (b)$$

zu ziehen? Die Voraussetzung der Konvexität ist hierbei jedenfalls wesentlich. In der Tat hat L. DANZER zwei zentralsymmetrische nichtkonvexe Körper aufgewiesen, die der Voraussetzung (a) genügen, für die aber der plausible Schluss (b) falsch ist!<sup>2)</sup>

H. HADWIGER

## Nachtrag zu Nr. 38

Von K. A. POST (The Eindhoven, Nederland) ist uns ein Nachweis für das Bestehen des linksseitigen Teils der in Frage stehenden Ungleichung

$$k + 1 \leq n(A) \leq 2^k$$

zugestellt worden, wo  $n(A)$  die kleinste Zahl von Blickpunkten im Aussenraum eines eigentlichen konvexen Körpers  $A$  des  $k$ -dimensionalen Raumes bezeichnet, die insgesamt eine vollständige Überblickung der Randfläche von  $A$  ermöglichen. Der Einsender zeigt, dass  $k$  Blickpunkte in keinem Fall ausreichen, und argumentiert wie folgt:

«Das Problem ändert sich nicht, wenn man die Blickpunkte im Unendlichen wählt, da die von einem Punkt  $p$  aus vollsichtbaren Punkte  $Q$  eine offene Menge bilden und es sich hier um endlich viele Punkte  $p_i$  handelt. Damit ein Punkt  $Q$  vollsichtbar sei aus der Richtung  $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ , soll notwendig die Ungleichung

$$p_1 b_1 + p_2 b_2 + \dots + p_k b_k > 0 \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Problems on convex bodies; Math. Scand. 4, 88–94 (1956).

<sup>2)</sup> Erst während des Druckes dieser Notiz wurde die neuere Abhandlung von H. BUSEMANN: Volumes and areas of cross-sections; Amer. math. Monthly 67, 248–250 (1960) bemerkt, die weitere Studien und überraschende Beispiele dieser Art enthält.

gelten, wobei  $p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_k x_k + q \geq 0$  der von einer Stützhyperebene von  $A$  in  $Q$  berandete Halbraum ist, der keinen inneren Punkt mit  $A$  gemeinsam hat. Es seien nun  $l \leq k$  Richtungen  $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$  ( $i = 1, \dots, l$ ) im Raum gegeben, aus denen wir die Oberfläche fotografieren wollen. Offenbar hat die Matrix  $(a_{ij})$  einen Rang  $r \leq k$ , und also hat bei passender Umordnung der Reihen das Gleichungssystem

$$\sum_{j=1}^k a_{ij} p_j = -\delta_{kr} \quad (i = 1, \dots, l) \quad (2)$$

eine Lösung  $(p_1, p_2, \dots, p_k) \neq (0, 0, \dots, 0)$ , so dass der (die) in der angegebenen Weise von  $(p_1, p_2, \dots, p_k)$  bestimmte Punkt(e)  $Q$  nicht vollsichtbar ist (sind).»

Ein Beweis des rechtsstehenden Teils der Ungleichung, wonach also  $2^k$  Blickpunkte jedenfalls ausreichen, fehlt unseres Wissens noch. H. HADWIGER

### Zum Problem Nr. 43

Mit Brief vom 7. Juni 1962 teilt uns Herr J. J. SEIDEL, Eindhoven, mit, dass das Problem Nr. 43 von Herrn J. VAN VOLLENHOVEN, Technische Hochschule Eindhoven, im Sommer 1960 für die Ellipse im negativen Sinne entschieden wurde. Herr SEIDEL hat an der Geometrie-Tagung in Oberwolfach im Oktober 1960 in einem Vortrag «Die Kongruenzordnung von Kegelschnitten» über diese Lösung berichtet. Eine Publikation liegt noch nicht vor. Die Redaktion

### Corrigendum

Comme l'a remarqué M. J. S. SELFRIDGE dans *Mathematical Reviews* 22 (1961), page 135, la démonstration (due à M. A. SCHINZEL) qui se trouve à la page 74 du vol. XV des *Elemente der Mathematik*, 1960, a une lacune. Pour la combler il suffit de supposer que  $k > P$ . En effet, alors il résulte de la formule  $(k \cdot 2^n + 1, P) > 1$  que  $k \cdot 2^n + 1$  est un nombre composé.

Il est aussi à remarquer que la démonstration de M. P. ERDÖS de son théorème 3 (cité dans la note des *Elemente*) qu'il existe une progression arithmétique croissante de nombres impairs dont aucun n'est pas de la forme  $2^k + p$ , où  $p$  est un nombre premier, démonstration qui se trouve à la page 119 de *Summa Brasiliensis Mathematicae* 1950 (vol. II) doit être complétée (d'après une remarque de M. A. SCHINZEL) par l'adjonction aux six congruences envisagées par M. ERDÖS encore de la congruence  $x \equiv 0 \pmod{31}$ . W. SIERPIŃSKI (Varsovie)

### Kleine Mitteilungen

#### Bemerkenswerte Kongruenzeigenschaften von Reziprokensummen

Aus der von GLAISHER stammenden und von L. CARLITZ in den «Elementen», Bd. 14, S. 11 als Formel (1) zitierten Beziehung ergibt sich in der Spezialisierung für  $n = 2$ , dass stets

$$\binom{2p}{p} \equiv 2 - \frac{4}{3} p^3 B_{p-3} \pmod{p^4}$$