

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 17 (1962)  
**Heft:** 5

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

*Introduction to the Theory of Linear Differential Equations.* Von E. G. C. POOLE. VIII + 202 Seiten. \$1.65. Dover Publications, Inc. New York 1960.

Diese Einleitung in das Gebiet der gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen ist 1936 zum ersten Male erschienen und liegt jetzt als unveränderter Neudruck in der Reihe der Dover Taschenbücher vor. Sie ist geschrieben für Studierende etwa vom 4. Semester an, die schon eine Grundvorlesung über Differentialgleichungen gehört haben, und die sich näher mit diesem wichtigen Teilgebiet beschäftigen möchten.

Die ersten fünf Kapitel behandeln Eigenschaften, welche dieser weiten Klasse von Differentialgleichungen gemeinsam sind, während die letzten fünf Kapitel spezielle Differentialgleichungen, nämlich die hypergeometrische, die lineare Laplacegleichung, sowie diejenigen von LAMÉ und MATHIEU eingehender untersuchen. E. R. BRÄNDLI

*Initiation à la Théorie des Ensembles.* Par J. BREUER. Traduit et adapté de l'allemand par M. A. GLODEN. 123 pages avec 31 figures. NF 8.80. Dunod, Paris 1961.

L'ouvrage original de M. BREUER a paru en allemand sous le titre: Einführung in die Mengenlehre, aux éditions Hermann Schroedel, à Hanovre. Il s'agit d'une introduction élémentaire à la théorie des ensembles, la notion d'ensemble étant prise au sens de GEORG CANTOR comme le groupement en un tout d'objets, bien définis et discernables, de notre perception ou de notre entendement, appelés les éléments de l'ensemble. L'auteur présente d'abord les ensembles finis, puis il esquisse la théorie des ensembles infinis (dénombrables et indénombrables) et introduit la notion d'ensemble ordonné. Dix-sept pages sont consacrées aux ensembles de points et on trouve dans ce livre de brèves notices historiques et quelques considérations sur le formalisme et l'intuitionnisme. L'ouvrage est illustré de quelques exercices simples dont il donne les solutions. S. PICCARD

*Anschaunungsunterricht in Mathematischer Statistik,* Band III. Von PAUL LORENZ. VIII und 112 Seiten mit 19 Abbildungen. DM 14.—. S. Hirzel Verlag, Leipzig 1961.

Den beiden ersten Bänden (vgl. El. Math. 9, 120 (1954) und 15, 114 (1960)) folgt hier ein weiteres mit dem Untertitel «Vom Menschen» bezeichnetes Buch. Der erste Abschnitt bringt nochmals eine eigentliche Einführung in die Grundbegriffe der mathematischen Statistik (eindimensionale Verteilungen, Mittelwerte, Streuungsmasse) mit den notwendigen Erläuterungen an statistischem Material über den Menschen (daher der Untertitel). Im folgenden Abschnitt werden zweidimensionale Verteilungen und die zu ihrer Charakterisierung notwendige Mass- und Rangkorrelation eingeführt. Der nächste ist der «Factor Analysis» und der vierte und letzte der binomischen Verteilung gewidmet; eingeschoben sind die notwendigen Ausführungen über den Begriff der Wahrscheinlichkeit und das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten. Sehr sympathisch berührt das Bemühen des Verfassers, vertiefte Einsichten in den Sinn der mathematisch-statistischen Betrachtungsweise zu vermitteln und nicht bloss Rezepte, sondern wirkliche «Anschauung» zu bieten. Indessen darf man sich wohl fragen, ob seine ausgesprochen eigenwillige Darstellung mit zum Teil sehr ungebräuchlichen Formulierungen (z. B. der Additions- und Multiplikationsregeln für Wahrscheinlichkeiten) geeignet ist, Nichtmathematiker in die genannten Probleme einzuführen. R. INEICHEN

*Allgemeine Methodenlehre der Statistik,* Band II. Von JOHANN PFANZAGL. 296 Seiten mit 39 Abbildungen. DM 5.80. Sammlung Göschen, Band 747/747 a. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

Während der erste, 1960 erschienene Band, den elementaren Methoden gewidmet ist und die Anwendungen in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften besonders berücksichtigt, gilt der vorliegende zweite Band den höhern Methoden mit besonderer Beachtung der naturwissenschaftlichen und technischen Anwendungen. Zunächst werden der Begriff

der Wahrscheinlichkeit und die elementaren zugehörigen Rechenregeln am Modell des Zufallsexperimentes eingeführt, darauf praktisch bedeutsame Typen von Verteilungen besprochen. Im weitern werden Stichprobenfunktionen, die Normalverteilung, kleine Stichproben, verteilungsunabhängige Verfahren, die  $\chi^2$ -Methode, Regression und Korrelation behandelt. In seinen Ausführungen stellt der Verfasser bewusst die Bedürfnisse des Praktikers in den Vordergrund, für mathematische Herleitungen wird deshalb oft auf die Literatur verwiesen. Zahlreiche durchgerechnete und diskutierte Beispiele erläutern die sehr klare und präzise Darstellung. So ist es dem Verfasser ausgezeichnet gelungen, dem Anfänger eine gut verständliche und übersichtliche Einführung in einem noch durchaus zu bewältigenden Umfang und zugleich dem Praktiker ein eigentliches kleines Kompendium zu bieten. Eine Sammlung der notwendigsten Tabellen und ein reichhaltiges Literaturverzeichnis beschliessen den schönen Band, der die vielen wertvollen Bände der Sammlung Göschen trefflich ergänzt.

R. INEICHEN

*Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete.* Herausgegeben von K. L. CHUNG, Stanford, R. FORTET, Paris, H. P. KÜNZI, Zürich, K. KRICKEBERG, Heidelberg, J. NEYMANN, Berkeley, A. RÉNYI, Budapest, H. RICHTER, München, L. SCHMETTERER, Wien. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1962. Band 1, Heft 1. DM 19.80.

Trotzdem die starke Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihrer Anwendungen zu einer zum Teil sehr engen Verflechtung mit andern Gebieten der Mathematik geführt hat, führt die Wahrscheinlichkeitstheorie samt ihren vielfältigen Anwendungen in vielen Beziehungen noch ein kräftiges Eigenleben. Die vorliegende Zeitschrift möchte der Pflege der Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandter Gebiete (wie etwa Unternehmensforschung, Mathematische Statistik, Informationstheorie, Oekonometrie) dienen und so eine in der Zeitschriftenliteratur bestehende Lücke schliessen helfen. Sie wird von einem internationalen Herausgeberstab betreut und in einzeln berechneten, zwanglos erscheinenden Heften herausgegeben; die Schriftleitung liegt in den Händen von L. SCHMETTERER, Wien. Das geplante hohe Niveau und die mögliche Vielseitigkeit kommen bereits in den Beiträgen des vorliegenden ersten Heftes bestens zum Ausdruck.

R. INEICHEN

*Equations différentielles opérationnelles et problèmes aux limites.* Par J. L. LIONS.

*Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*, Band 111. X et 292 pages. DM 64.-. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1961.

Les techniques nouvelles mises en œuvre en analyse ont provoqué tout un ensemble de recherches fort importantes dans la théorie des équations aux dérivées partielles, en particulier dans celle des équations du genre de celles que l'on rencontre en physique, et où les fonctions dépendent de plusieurs variables dont l'une, le temps, joue un rôle distingué; par une généralisation qui se révèle féconde, on a été amené à remplacer la considération de ces fonctions par celle de fonctions du temps à valeurs dans un espace de BANACH, ces fonctions satisfaisant à des équations différentielles par rapport au temps et opérationnelles dans le BANACH. Dans un style toujours original, M. LIONS a réuni en quelques 270 pages une information très considérable; son livre exige du lecteur une attention constante, tant en est dense le contenu, et parfois surprenante la terminologie; ainsi, il n'apparaîtra pas d'emblée en quoi les problèmes présentés au chap. II méritent le qualificatif de variationnels, puisqu'il n'y est jamais question de variation! Cela est peut-être inévitable dans un domaine en plein développement, auquel l'ouvrage de M. LIONS facilitera sans doute l'accès à de nombreux jeunes chercheurs.

CH. BLANC

*Variationsrechnung.* Von LOTHAR KOSCHMIEDER. Band I. Das freie und gebundene Extrem einfacher Grundintegrale. Zweite, neubearbeitete Auflage. 127 Seiten mit 28 Figuren. DM 3.60. Sammlung Göschen, Band 1074. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

*Mengenlehre.* Von ERICH KAMKE. Vierte, verbesserte Auflage. 194 Seiten mit 6 Figuren. DM 5.80. Sammlung Göschen, Band 999/999a. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

*Darstellende Geometrie II.* Von WOLFGANG HAACK. Körper mit krummen Begrenzungsflächen. Kotierte Projektionen. Dritte, durchgesehene Auflage. 129 Seiten mit 86 Figuren. DM 3.80. Sammlung Göschen, Band 143. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

Drei bekannte Werke liegen in neuen, aber nur wenig veränderten Auflagen vor.

In der *Variationsrechnung* von KOSCHMIEDER wird das neuere Schrifttum berücksichtigt. Die Figuren sind in verkleinertem Maßstab neu gezeichnet. Bei dieser Gelegenheit hätten die vielen Buchstaben in deutscher Schrift, die der jüngeren Generation fremd geworden ist, eliminiert werden können. Das Werk hat seine alten Vorzüge bewahrt und kann empfohlen werden. Es umfasst die folgenden Abschnitte: I. Das Wesen der Variationsrechnung. II. Das freie Extrem der einfachsten Grundintegrale bei festen Enden. III. Bewegliche Enden. IV. Gebundene Enden. Das Beispiel der Brachistochrone wird ausführlich behandelt, aber es wird unterlassen, darauf hinzuweisen, dass JAK. BERNOULLI mit der Lösung dieses Problems die Variationsrechnung inauguriert hat.

Die erste Auflage der *Mengenlehre* von KAMKE haben wir in dieser Zeitschrift<sup>1)</sup> warm empfohlen. Wer die Drucklegung nach dem Tode KAMKES überwacht hat, wird nicht angeben. Die einzelnen Kapitel heißen: I. Aus den Anfängen der Mengenlehre. II. Über beliebige Mengen und ihre Kardinalzahlen. III. Bemerkungen über die Begründung der Mengenlehre. IV. Über geordnete Mengen und ihre Ordnungstypen. V. Über wohlgeordnete Mengen und ihre Ordnungszahlen. VI. Der Wohlordnungssatz, verwandte Sätze und Folgerungen.

Die *Darstellende Geometrie II* von HAACK wurde in dieser Zeitschrift<sup>2)</sup> besprochen. Die Tatsache, dass das Werk innert 8 Jahren eine dritte Auflage erlebt, zeigt, dass es einem grossen Bedürfnis entspricht. Wir verweisen besonders auf die Ableitung elementarer Eigenschaften der Kegelschnitte aus dem Schnitt zweier kongruenter Kegel mit parallelen Achsen. Der Inhalt sei durch die Kapitelüberschriften gekennzeichnet: I. Zylinder, Kegel, Kugel. II. Durchdringung von Zylindern, Kugeln, Kegel. III. Drehflächen und Schraubflächen. IV. Kotierte Projektionen. P. BUCHNER

*Stability in Nonlinear Control Systems.* Von A.M. LETOV, übersetzt aus dem Russischen von J.G. Adashko. XIV und 316 Seiten. \$ 8.50. Princeton University Press, Princeton N. J. 1961.

Die amerikanische Regierung sucht die wissenschaftliche Tätigkeit aktiv zu fördern. Durch Beiträge aus der National Science Foundation wird unter anderem die Übersetzung bedeutender Werke russischer Wissenschaftler ermöglicht.

Der Verfasser, A.M. LETOV, ist Nobelpreisträger und Vorsitzender des russischen nationalen Komitees für Automatik. Er ist einer der math. Ingenieure am Institut für Automatik und Telemechanik in Moskau. Das Buch behandelt die Theorie nichtlinearer Kontrollsysteme. Es baut auf der Methode von LYAPUNOV auf, dem Begründer der modernen russischen Entwicklung auf dem Gebiet der Differentialgleichungen.

Jedem automatischen Kontrollsystem entspricht ein System von Differentialgleichungen der Form

$$\frac{dx_k}{dt} = X_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

wobei die Variablen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  den Zustand des Systems beschreiben. Die  $X_k$  sind Funktionen im Phasenraum der  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Eine ungestörte Bewegung ist gekennzeichnet durch eine spezielle Lösung

$$x_1 = x_1^*, \quad x_2 = x_2^*, \quad \dots, \quad x_n = x_n^*,$$

wobei diese Werte Lösungen der Gleichungen  $X_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$  sind. Durch eine Variabelntransformation  $x_k = x_k^* + y_k$  wird der Nullpunkt des Phasenraumes nach dem

<sup>1)</sup> El. Math. 11, 70 (1956).

<sup>2)</sup> El. Math. 9, 119 (1954), 13, 23 und 140 (1958).

«Gleichgewichtspunkt» verlegt. Die resultierenden Differentialgleichungen

$$\frac{dy_k}{dt} = Y_k(y_1, y_2, \dots, y_n)$$

nennt LYAPUNOV Differentialgleichungen der gestörten Bewegung des Kontrollsystems. Die Definition der Stabilität der ungestörten Bewegung ist verwandt zu derjenigen der Stetigkeit einer Funktion. Zusätzlich wird die asymptotische Stabilität definiert, welche die weitere Forderung  $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = 0$  umfasst.

LYAPUNOV'S Theoreme erlauben ohne Integration die Stabilität eines Kontrollsystems auf Grund der Differentialgleichungen zu entscheiden. So besagt etwa das 2. Theorem, dass eine ungestörte Bewegung asymptotisch stabil ist, sofern es möglich ist, eine Funktion  $V$  von definitivem Vorzeichen zu finden, deren zeitliche Ableitung auf Grund der Differentialgleichungen ebenfalls definit, aber von entgegengesetztem Vorzeichen zu demjenigen von  $V$  ist.

Oft wird die Stabilität auf Grund von Approximationen durch in der Umgebung des Nullpunktes konvergente Potenzreihen untersucht. Die asymptotische Stabilität ist dann gleichwertig damit, dass die Realteile der Wurzeln einer gewissen charakteristischen Gleichung sämtliche negativ sind. Ein Theorem von HURWITZ liefert die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, dass ein Polynom  $n$ . Grades mit reellen Koeffizienten nur Wurzeln mit negativem Realteil besitzt. Die sog. HURWITZ-Determinanten müssen alle positiv sein.

Auf dieser sehr einleuchtenden Grundlage behandelt der Autor LETOV verschiedenartige Kontrollsysteme. Obwohl das Buch in erster Linie für den Ingenieur gedacht ist, darf die mathematische Formulierung als sehr gut bezeichnet werden. E. R. BRÄNDLI

*Decomposition of Superpositions of Distribution Functions.* Par PÁL MEDGYESSY. 227 pages. Akademiai Kiado, Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences, Budapest 1961.

Dans cet ouvrage, M. PÁL MEDGYESSY expose une méthode générale de décomposition d'une superposition de fonctions de répartition non dégénérées à une variable. Soient  $A, B^*, \Gamma, \dots$  des ensembles donnés de nombres réels et soit  $F(x)$  une fonction de répartition non dégénérée (une fonction de répartition est dégénérée s'il existe une valeur  $x = m$ , telle que  $F(x) = 0$  pour  $x < m$  et  $F(x) = 1$ , pour  $x > m$ ), dépendant d'un nombre fini de paramètres  $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \alpha \in A, \beta \in B^*, \gamma \in \Gamma, \dots$ . M. MEDGYESSY appelle famille de fonctions de répartition au sens large l'ensemble des fonctions de répartition non dégénérées obtenues en faisant varier dans  $F(x)$  les paramètres indépendamment les uns des autres, et en faisant prendre à  $\alpha$  toutes les valeurs de  $A$ , à  $\beta$  toutes celles de  $B^*$ , etc. Soient  $F_k(x)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  éléments distincts de cette famille, la fonction  $F_k(x)$  comprenant les paramètres  $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ . Soient  $p_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  constantes réelles non nulles appelées poids. La fonction  $G(x) = \sum_{k=1}^N p_k F_k(x)$  est appelée une superposition des  $F_k(x)$  qui en sont les composantes. L'auteur se pose les deux problèmes suivants:

I. Etant donnée la superposition  $G(x)$  des fonctions de répartition  $F(x)$  dont la forme analytique est connue, déterminer de façon unique les paramètres  $p_k, \alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \dots, k = 1, 2, \dots, N$ , à l'aide de  $G(x)$  seulement.

II. Trouver des méthodes approchées de décomposition de  $G(x)$  basées sur l'emploi du graphique de  $G(x)$  ( $-l \leq x \leq l$ ) seulement, pour déterminer de façon unique soit les valeurs des paramètres inconnus faisant partie de certains sous-ensembles de l'ensemble  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}, \{d_1, d_2, \dots, d_N\}, \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N\}$  soit, tout au moins, le nombre  $N$  des composantes. Le cas particulier où  $F(x)$  contient seulement deux paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  fait l'objet principal de cette monographie. Le problème traité par M. MEDGYESSY trouve des applications en statistique mathématique, dans des problèmes de physique, de biologie, etc. L'ouvrage se compose de cinq chapitres et il est suivi de 11 appendices destinés à compléter le texte, ainsi que d'une bibliographie copieuse et de divers index. S. PICCARD

*An Introduction to the Theory of Canonical Matrices.* Par H.W. TURNBULL and A.C. AITKEN. XIII et 200 pages. \$ 1.55. Dover Publications, New York 1961.

Les étudiants en mathématiques seront heureux de trouver dans les éditions Dover, à un prix abordable, la reproduction intégrale de l'excellent ouvrage de MM. TURNBULL et AITKEN, dont la troisième édition avait paru chez Blackie en 1932. Cet ouvrage expose les différents procédés par lesquels une matrice d'ordre fini peut être ramenée à la forme réduite. Il se compose de onze chapitres dont les deux premiers servent d'introduction et sont consacrés aux propriétés fondamentales des matrices, aux transformations élémentaires, aux formes linéaires et quadratiques. Puis les auteurs se livrent à un exposé systématique des procédés conduisant à des formes réduites de matrices au moyen de diverses transformations. Le chapitre IX est consacré à la réduction d'un faisceau de matrices. Les deux derniers chapitres traitent des applications du calcul matriciel et des formes réduites de matrices à la résolution d'équations matricielles linéaires et à divers problèmes d'algèbre, de géométrie, de mécanique, de statistique mathématique, etc. Le texte est concis et les exercices proposés ont pour but de développer et compléter les théories exposées. Des notices historiques et un index alphabétique complètent ce livre dont les auteurs ont été guidés par l'ouvrage fondamental de CULLIS: *Matrices and Determinoids*, en trois volumes parus en 1913, 1918 et 1925.

S. PICCARD

*Topologische Räume.* Von HANS-JOACHIM KOWALSKY. 271 Seiten. Fr. 40.-. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1961.

Zu den Grundlagen der Mathematik gehört heute auch die mengentheoretische Topologie. Das vorliegende Werk ist als Lehrbuch derselben konzipiert. Dementsprechend ist die Stoffauswahl begrenzt. Der Inhalt ist in folgende Kapitel gegliedert: Grundlagen. Topologische Räume. Kompaktheit und Zusammenhang. Abbildungen. Erweiterung und Kennzeichnung topologischer Räume. Metrische und uniforme Räume. Topologische Gruppen. Anwendungen.

Der Art der Darstellung liegt die Zielsetzung zugrunde, die Grundstruktur der topologischen Räume klar hervortreten zu lassen. Der Filterbegriff mit seiner verbandstheoretischen Struktur erweist sich als hervorragendes Werkzeug für knappe Formulierung und formalisierte Beweisführung. Der genannten Zielsetzung wird das Werk gerecht.

Nun erhebt sich aber die Frage, ob das Werk als Lehrbuch geeignet ist. Einem Leser, der mit der ganzen Problemstellung schon innerlich einigermaßen vertraut ist, wird es sicher gute Dienste leisten können. Wie steht es jedoch mit einem Lernenden, der noch nichts von den Begriffsbildungen der Topologie ahnt? Wird ihm das Ganze bei der Lektüre nicht bloss Formalismus oder Schemen bleiben? Die Gefahr besteht. Gerade heute, wo sich die Tendenz zeigt, Begriffe zu leeren Symbolen abzuwerten, sollte man beim Schreiben eines Lehrbuches auf diese Gefahr achten.

J. M. EBERSOLD

*Elementary Concepts of Topology.* Von PAUL ALEXANDROFF. 73 Seiten. \$ 1.00. Dover Publications, New York 1961.

Es ist erfreulich, dass die sehr empfehlenswerte, aber längst vergriffene Einführung von P. ALEXANDROFF, welche 1932 bei Springer in Berlin unter dem Titel «Einfachste Grundbegriffe der Topologie» erschienen ist, nun von ALAN E. FARLEY, Univ. of California, ins Englische übersetzt, wieder erhältlich ist.

J. M. EBERSOLD

*Topology.* An International Journal of Mathematics. Pergamon Press, Oxford.

Die Topologie nimmt heute einen beträchtlichen Teil der mathematischen Forschung in Anspruch. Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass im mathematischen Blätterwald eine neue Zeitschrift gesprosst ist, die besonders der Topologie gewidmet ist. Sie wurde gegründet von Altmeister J. H. C. WHITEHEAD, Oxford, und soll vierteljährlich erscheinen.

J. M. EBERSOLD