

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 21 (1966)
Heft: 2

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

4. Bestimme die Länge der Kreisevolvente

$$\begin{cases} x = r (\cos t + t \sin t) \\ y = r (\sin t - t \cos t) \end{cases}$$

- a) Zeige: Wickelt man den Bogen $2r$ ab, so ist auch die Länge der Evolvente gleich $2r$.
 b) Ein voller Umlauf der Spirale soll beendet sein, wenn die Kurve die positive x -Achse schneidet. Berechne die Länge des ersten Umlaufs.
 ► $s = r t^2/2$. Zur Bestimmung der oberen Grenze t ist die Gleichung $t = \tan t$ ($2\pi < t < 3\pi$) zu lösen.

$$t = 7,7253, \quad s = r \cdot 29,840.$$

5. Eine Kette der Länge $2s = 36,00$ m ist an zwei gleich hohen Punkten aufgehängt. Der Durchhang beträgt $d = 16,00$ m. Berechne die Spannweite a .

- Für $y = h \cos(x/h)$ ergibt sich

$$h = \frac{s^2 - d^2}{2d} = 2,125, \quad a = \frac{s^2 - d^2}{d} \operatorname{Ar} \sin \frac{2sd}{s^2 - d^2} = 12,04 \text{ m}.$$

Literaturüberschau

Geometrical Probability. Von M. G. KENDALL und P. A. P. MORAN. 125 Seiten, 17 Figuren, 186 Titel des Schriftenverzeichnisses. sFr. 19.60. Charles Griffin + Co, London 1963.

Wie die Verfasser im Vorwort treffend vermerken, sind in den vielen Werken, die in den letzten Dezennien über Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik geschrieben worden sind, die Probleme der geometrischen Wahrscheinlichkeiten wenig berücksichtigt worden. Die immer mehr anwachsende Bedeutung, die den beiden genannten Disziplinen zuerkannt werden musste, wirkte sich im Fachschrifttum fast lediglich auf die Darstellung der arithmetischen und analytischen Methoden verpflichteten wahrscheinlichkeitstheoretischen und statistischen Sachbereiche aus. Im Hinblick darauf, dass sich etwa bei den Forschungsarbeiten in den Naturwissenschaften, in der Medizin und in vielen andern wissenschaftlichen, technischen und industriellen Gebieten stets auch Fragen geometrisch statistischer Art stellen, ist eine zusammenfassende Darlegung der zuständigen Bearbeitungsmethoden und eine Zusammenstellung gelöster Probleme von grosser Nützlichkeit. Seit R. DELTHEIL (1926) die Schrift «Probabilités géométriques» herausgab, erschien kaum mehr eine Monographie vergleichbarer Bedeutung über dieses Sachgebiet. Zwar ermöglichte die von M. W. CROFTON (1869), W. BLASCHKE (1935), L. A. SANTALÓ (1940) und vielen andern Autoren in zahllosen Abhandlungen gefestigte Bindung zwischen Integralgeometrie und der Lehre von den geometrischen Wahrscheinlichkeiten eine reiche Ernte von allgemeinen Methoden und speziellen Einzelresultaten, wobei das erstmals explizite von G. PÓLYA (1917) formulierte Invarianzprinzip (Äquivalenz «geometrischer Ereignisse» bezüglich einer passenden Bewegungsgruppe) grundlegende Bedeutung erlangte, doch blieben diese Noten in den verschiedensten Fachzeitschriften verstreut. So sind die meisten Ergebnisse, die etwa einem Atomphysiker, Makromolekularchemiker oder auch beispielsweise einem Strahlungsbiologen bei der Bearbeitung geeigneter geometrisch interpretierter Zufallsprozesse dienlich sein könnten, unbekannt oder schwer erreichbar. – Hier erfüllt das vorliegende Bändchen, das übersichtlich gegliedert, ansprechend verfasst und drucktechnisch sehr suggestiv wirkt, einen äusserst nutzbringenden Auftrag. Aber auch abgesehen von der Anwendbarkeit stellt der verarbeitete Stoff in seiner aus der Gegenüberstellung von Geometrie und Wahrscheinlichkeitstheorie resultierenden Eigenart und Vielfalt, auch vom rein mathematischen Standpunkt aus betrachtet, ein originelles und anziehendes Werk dar. – Die Verfasser erreichen das gesteckte Ziel dadurch, dass sie den Leser durch eine Reihe kurzer Studien und Einzelprobleme hindurchführen, die dort, wo es möglich ist, in einen allgemein erörterten Rahmen hineingestellt werden [Integralgeometrische

Ansätze; Axiomatik von A. RENYI (1955); poissonverteilte Ereignisse; stochastische Prozesse; Test von A. N. KOLMOGOROFF (1933)]. Von den älteren und bekannten Problemen ausgehend [Nadelproblem von G. BUFFON (1777); Vierpunktproblem von J. J. SYLVESTER (1865); Paradoxon von J. BERTRAND (1907); Helligkeit des Sternenhimmels nach W. OLBERS (1826)] werden zahlreiche neuere individuell ausgewählte Studien erörtert, wobei sich auch ungelöste Probleme ergeben [Schwankung der Gitterpunktsanzahl in Kreisbereichen zufälliger Lage nach D. G. KENDALL (1948) und R. A. RANKIN (1953); Wahrscheinlichkeit vollständiger Überdeckung der Kugelfläche durch zufällig verteilte Kugelhappen vorgegebener Anzahl und Grösse nach FAZEKAS und P. A. P. MORAN (1962)].

Die ausgezeichnete Schrift kann jedem bestens empfohlen werden, der ideelle Neigung oder praktisches Interesse für die mathematische Erfassung zufallsartigen Geschehens in Raum und Zeit hat.

H. HADWIGER

Die Wahrscheinlichkeit. Von SAMUEL GOLDBERG. VIII und 324 Seiten mit 30 Bildern und 44 Tabellen. DM 24.80. Verlag F. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1964.

Das Buch stellt eine trefflich gelungene Einführung in die moderne Wahrscheinlichkeitsrechnung dar. Auf etwas über dreihundert Seiten werden behandelt: Mengen, Wahrscheinlichkeit in endlichen Ereignisräumen, Kombinatorik, Zufallsveränderliche, Binomialverteilung mit einigen Anwendungen; also, im ganzen gesehen, kein allzugrosses Teilgebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Darstellung ist indessen ausgesprochen breit und sehr gründlich; sie enthält auch zahlreiche Aufgaben, die zum Teil der Illustration dienen, zum Teil Erweiterungen des behandelten Stoffes bieten. Sie wird in dieser Form vor allem auch dem Lehrer der Mathematik, der sich in dieses Gebiet einarbeiten muss, wertvoll sein. Die Übersetzung aus dem Amerikanischen ist von K. WIGAND sehr gut besorgt worden; die englischen Fachausdrücke sind überall den deutschen beigelegt, so dass die Lektüre auch eine Vorbereitung auf das Studium weiterführender angelsächsischer Literatur bedeutet.

R. INEICHEN

Funktionalanalysis und Numerische Mathematik. Par LOTHAR COLLATZ. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 120. XVI et 371 pages avec 96 figures et deux portraits. DM 58.—. Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1964.

L'idée d'appliquer l'analyse fonctionnelle au calcul numérique est due au mathématicien russe KANTOROWITCH. On peut distinguer deux niveaux d'utilisation; il y a d'abord l'application directe de théorèmes classiques; mais ce sont surtout les notions fondamentales de l'analyse fonctionnelle et son langage qui se sont montrés fructueux en permettant d'unifier dans des énoncés suggestifs quantité de problèmes numériques.

Les travaux de KANTOROWITCH qui ont débuté pendant la dernière guerre mondiale, ont trouvé un écho considérable dans le monde occidental, particulièrement en Allemagne. Le livre qui fait l'objet de ce compte rendu expose sous forme systématique les résultats obtenus jusqu'à ce jour dans ce domaine en pleine expansion.

La première partie de l'ouvrage (159 pages) fait l'inventaire des notions et théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle utiles au calcul numérique; pour en faciliter la lecture, l'auteur ne suppose aucune connaissance préalable de cette théorie et donne toutes les démonstrations; néanmoins, ces pages, agrémentées de nombreux exemples simples, ne constituent pas une introduction à l'analyse fonctionnelle; en effet, à côté de la théorie classique, de nombreuses notions particulières, telles que celle des espaces pseudo-métriques, sont introduites en vue d'applications spécifiques. On peut regretter parfois un certain manque de précision dans les définitions qui oblige à consulter les ouvrages spécialisés (notion de spectre, par exemple).

Le reste de l'ouvrage est consacré aux applications; ce sont essentiellement des résultats concernant les procédés itératifs, obtenus à l'aide de théorèmes de points fixes et de propriétés de monotonie. On peut se demander si le chapitre sur l'approximation des fonctions n'aurait pas pu, sans inconvénient aucun, être supprimé.

En réunissant en un seul livre la substance de quantité de travaux dispersés dans différentes revues, COLLATZ a écrit un ouvrage d'importance capitale pour les analystes

numériques et qui intéressera les mathématiciens dont l'intuition abstraite s'appuie volontiers sur des images concrètes. J. DESCLOUX

Elementary Theory of Numbers. Von W. SIERPIŃSKI. 480 Seiten. \$ 12.—. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964.

Die des Polnischen nicht mächtigen Freunde der Zahlentheorie warteten seit langem auf die Übersetzung der beiden Bände der «Teoria Liczb» von SIERPIŃSKI, da man aus Besprechungen (vgl. *El. Math.* 15, 94 (1960)) von dem reichen Inhalt dieses Werkes wusste. Aus den zwei Bänden ist ein einziges in sich geschlossenes Buch entstanden, das eine äusserst spannende und leicht lesbare Einführung in die Probleme, Methoden und Ergebnisse der rationalen Zahlentheorie gibt. Selbst der Kenner der Materie ist beeindruckt von der Fülle des hier zusammengestellten Materials, das auch die neuesten numerischen Resultate enthält. Viele interessante Einzelheiten werden in der Form von Aufgaben (mit Lösungen) dargeboten.

Die Beschäftigung mit Detailfragen der Zahlentheorie mag heute im Zeitalter der Strukturen vielen müssig erscheinen. Bei der Lektüre dieses einzigartigen Werkes wird sich aber kaum jemand der Faszination dieses Gebietes entziehen können E. TROST

A Selection of Problems in the Theory of Numbers. Von W. SIERPIŃSKI. 126 Seiten. 30s. Pergamon Press, Oxford 1964.

Das Hauptthema dieses von A. SHARMA aus dem Polnischen übersetzten Bändchens aus der Reihe «Popular Lectures in Mathematics» ist eine Beantwortung der Frage: Was wissen wir über die Primzahlen und was wissen wir nicht? Der Verfasser, der sowohl zum Wissen wie zum Nichtwissen (ungelöste Probleme) wesentliche Beiträge geliefert hat, entwirft in dem gewohnt meisterhaften Stil ein faszinierendes Bild dieses Gebietes, in dem Einfaches und Schwieriges dicht nebeneinander liegen. Da nur die einfachsten Beweise durchgeführt sind, kann auch ein Leser ohne besondere Vorkenntnisse dem Texte folgen. Von besonderem Reiz sind die zahlreichen numerischen Resultate, die zum Teil erst in neuester Zeit mit Computern gefunden wurden. Das letzte Kapitel dieses Büchleins, das jedem Freund der Zahlen wärmstens empfohlen sei, enthält 100 leicht verständliche aber schwierig zu lösende Probleme, von denen die meisten ungelöst sind. E. TROST

Geschichte und Theorie der Kegelschnitte und der Flächen zweiten Grades. Von KUNO FLADT. X und 374 Seiten mit 185 Abbildungen. DM 48.—. E. Klett, Stuttgart 1965.

Der wohlunterrichtete und bestbekannte Verfasser gibt hier eine bewusst knapp gehaltene Darstellung der wichtigsten einschlägigen Theorien, ohne auf nebensächliche Kleinigkeiten einzugehen. In klarer und leichtfasslicher Sprache vermittelt er einen ausgezeichneten Überblick, durch den Studierende wichtige Anregungen erhalten können und der auch interessierten Schülern in der Oberstufe zugänglich sein sollte. Besonders verdienstvoll sind die zahlreichen Hinweise auf heute beinahe vergessene einschlägige Werke vor allem des 19. Jh. und die kurze Kennzeichnung ihres wesentlichen Inhaltes. Hingegen sind die Angaben über die Lebensdaten der einzelnen aufgeführten Persönlichkeiten nicht fehlerfrei, und das Namenregister ist nicht vollständig. Dies rührt wohl davon her, dass die Kennzeichnung von Eigennamen nicht ganz einheitlich durchgeführt ist. Höchste Anerkennung verdienen die in hervorragender Technik ausgeführten Figuren des ausgezeichnet ausgestatteten Werkes – eine Augenweide für jeden auf Bildwirkung ansprechenden Beschauer. J. E. HOFMANN

Wiederherstellung des Urtextes in sizilianischem dorischem Dialekt von 15 Theoremen von Archimedes, die in Arabisch erhalten sind. Von EVANGELOS STAMATIS. Griechisch mit englischem Auszug aus der Einleitung, auch Auszug aus dem *Bulletin de la Soc. math. de Grèce* (2) 6II, 265–297 (1965).

Der Verfasser, der gerade an einer neuen Gesamtausgabe der Archimedischen Schriften unter Mitverwendung neuen Materials arbeitet, gibt hier eine interessante Probe seiner

Arbeitsweise. Auf Grund der im originalen Wortlaut erhaltenen Arbeiten von Archimedes bietet er die Rekonstruktion des dorischen Dialektes für den bekannten *liber assumptorum*, der nur in veränderter arabischer Wiedergabe erhalten ist. Zugrundegelegt ist die lateinische Fassung von J. L. HEIBERG in Band II, 510–525 der Neuausgabe der *Opera omnia* (Leipzig 1913). In der Einleitung wird über die Auffindung und die Erstausgabe dieser Schrift berichtet, die synoptisch auch in Neugriechisch wiedergegeben ist. J. E. HOFMANN

Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Von RUDOLF ZURMÜHL. Vierte verbesserte Auflage. XVI und 542 Seiten mit 125 Abbildungen. DM 36.–. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963.

Das Buch ist für Leser geschrieben, die sich mit praktischen Problemen der Mathematik abzugeben haben. Es ist unterteilt in grosse Abschnitte: Gleichungen, lineare Gleichungen und Matrizen (für letztere eine gute Einführung), Interpolation und Integration, Statistik und Ausgleichsrechnung (erstere sehr übersichtlich eingeführt), willkürliche Funktionen, Differentialgleichungen: erster Teil Anfangswertaufgaben und zweiter Teil Rand- und Eigenwertaufgaben. – Vorausgesetzt werden die Elemente der Differential- und Integralrechnung, und der (gewöhnlichen) Differentialgleichungen. Doch ist der Stoff so ausführlich behandelt, dass ihm auch Leser, deren mathematische Anfängervorlesung zeitlich weit zurück liegt, leicht zu folgen vermögen.

Hauptgewicht wird auf numerische Verfahren gelegt, doch findet man auch grössere Abschnitte über graphische Lösungsarten (Gleichungen, ein- und zweifache gewöhnliche Integration, Differentialgleichungen erster Ordnung). Jeder Abschnitt wird eingeleitet durch eine klare Darstellung des mathematischen Problems und der nötigen Begriffe. Wichtige Lehrsätze und Eigenschaften werden hergeleitet oder Literaturstellen für die Beweise angegeben. Oft sind schwierigere Sätze durch zahlenmässige Beispiele illustriert.

Für die Lösung eines Problems werden verschiedene bekannte und neue Methoden ausführlich besprochen, oft Verbesserungen historischer Verfahren angegeben und selbstverständlich eingehend Genauigkeitsabschätzungen und Konvergenzfragen explicit behandelt oder literaturmässig belegt.

Bei den numerischen Verfahren sind die iterativen Methoden bevorzugt, weil sie sich für kleinere oder automatische Rechenmaschinen eignen. Für Automaten findet man Programme in ALGOL-Sprache (Gleichungen, Eigenwertaufgaben und harmonische Analyse). Um die sonst schon klar formulierten Anweisungen der Rechnungsgänge bei grösseren Aufgaben zu komprimieren, sind die Rechenvorschriften möglichst in Tabellenform mit eingebauten Kontrollen wiedergegeben. Häufig zeigen Beispiele mit bestimmten Zahlen (oft aus technischen Aufgaben entnommen) das reibungslose Funktionieren solcher tabellarischer Rechnungen.

Text und Formeln, graphische Darstellungen und Tabellen sind mustergültig gedruckt. Das vor elf Jahren geschriebene Werk hat bis heute vier Auflagen erlebt, was wohl die Wertschätzung zeigt, die es in Kreisen der angewandten Mathematik gefunden hat, so dass eine besondere Empfehlung sich erübrigt.

A. HÄUSERMANN

Challenging Mathematical Problems with Elementary Solutions Vol. I. Von A. M. YAGLOM und I. M. YAGLOM. 231 Seiten. \$ 5.95 (\$ 3.95 paper). Holden-Day, Inc., San Francisco 1964.

Im Rahmen des Projektes, moderne osteuropäische mathematische Literatur dem amerikanischen Leser zugänglich zu machen, wurde dieses 1954 in Moskau erschienene Werk von J. McCAWLEY übersetzt und von B. GORDON für den amerikanischen Gebrauch revidiert. Es enthält 100 Aufgaben mit ausführlichen Lösungen aus der Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die am Schluss zusammengestellten Resultate, denen gelegentlich Lösungshinweise beigelegt sind, erleichtern dem Leser die selbständige Bearbeitung der Aufgaben. Schwierigere Probleme sind mit Sternen gekennzeichnet. Das Studium dieser Sammlung vermittelt viele interessante Tatsachen und Methoden und ist zur Übung im kombinatorischen Denken bestens geeignet.

E. TROST

Fundamental Electromagnetic Theory. Von RONOLD W. P. KING. XVI und 580 Seiten. \$ 2.75. Dover Publications, New York 1963.

Der Autor stellt die Maxwellsche Theorie der elektromagnetischen Wellen und die Lorentzsche Elektronentheorie mit ihren Anwendungen dar. Bemerkenswert ist die kritisch-analysierende Behandlung der Grundlagen. Immer wieder werden die Ergebnisse der Theorie, die sich ja auf eine Modellvorstellung beziehen, mit der experimentellen Wirklichkeit verglichen. Das Buch wird den Theoretiker sehr interessieren und ihm neue Anregung bringen. In einer Neuauflage sollten die Seiten von S. 497 an noch in die richtige Reihenfolge gebracht werden.

G. AEBERLI

Mitteilungen

Zum Leibniz-Jahr 1966

Die Wiederkehr des Todestages (14. 11. 1716) wird Anlass zu einer grossen Leibniz-Tagung in Hannover, die für die Zeit vom 10. bis 14. 11. 1966 vorgesehen ist. Hier wollen die besten Leibniz-Fachkenner über ihre letzten Ergebnisse berichten. Ausserdem ist in der Niedersächsischen Landesbibliothek Hannover unter dem Titel *Leibniz-Archiv* eine Zentrale eingerichtet worden, die unter der Leitung von K. MÜLLER steht. Sie sammelt das ganze einschlägige Material und versucht nach Massgabe des Möglichen, einschlägige Spezialfragen zu beantworten. Dort wird auch der noch lange nicht ausgeschöpfte handschriftliche Nachlass von LEIBNIZ verwaltet, dessen Veröffentlichung weiter fortgesetzt werden soll.

Für uns Mathematiker ist besonders wichtig, dass eine Reihe von längst vergriffenen Ausgaben und Gesamtdarstellungen über das Einschlägige bei LEIBNIZ nunmehr in Form von Nachdrucken erneut zur Verfügung steht. Hier sind in erster Linie die von C. I. GERHARDT besorgten Ausgaben zu nennen¹⁾. Sie lassen freilich viel zu wünschen übrig. Die Texte sind fast ausschliesslich unter Verwendung der Papiere in Hannover veröffentlicht worden, ohne dass die an anderen Orten vorhandenen Manuskripte hinlänglich zu Rate gezogen worden wären; ausserdem finden sich zahlreiche Druck- und Lesefehler vor, die den Sinn entstellen; auch sind die Texte gelegentlich unvollständig wiedergegeben und zudem ohne Register erschienen, so dass sie wissenschaftlich nur bei vorsichtigster Verwendung ausgewertet werden können. Es ist jedoch beabsichtigt, das Dringlichste – die Register – bei erneutem Nachdruck zu ergänzen und dabei auch die schwerstwiegenden Unzulänglichkeiten zu berichtigen.

Vorzüglich und auch heute noch wichtig sind die von L. COUTURAT stammenden Ausgaben und Studien²⁾, die ebenfalls nachgedruckt wurden; die nicht ganz fehlerfreie Bibliographie des Leibnizschen Schrifttums von E. RAVIER³⁾ steht bereits auf dem Subskriptionsprogramm, leider noch nicht die Ergänzung von P. SCHRECKER⁴⁾. Für die Pariser Zeit, in der LEIBNIZ die entscheidenden mathematischen Entdeckungen gemacht hat, steht eine eingehende Studie von J. E. HOFMANN⁵⁾ zur Verfügung, für die nachfolgen-

¹⁾ G. W. LEIBNIZ, *Mathematische Schriften (Gesammelte Werke, III. Folge)*, herausgegeben v. G. H. PERTZ, Berlin/Halle 1949/1963, Nachdruck Hildesheim 1961, 7 Bände, DM 406.–; *Die philosophischen Schriften*, Berlin 1875/1890, Nachdruck Hildesheim 1960/1961, 7 Bände, DM 518.–.

Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff, Halle 1860, Nachdruck Hildesheim 1963, DM 24.–.

Briefwechsel mit Mathematikern I (alles Erschienene), Berlin 1899, Nachdruck Hildesheim 1962, DM 98.–. Die Nachdrucke sind erschienen im Verlag G. Olms.

²⁾ G. W. LEIBNIZ, *Opusculs et fragments inédits*, Paris 1903, Nachdruck Hildesheim 1961, DM 82.–. L. COUTURAT, *La logique de Leibniz*, Paris 1901, Nachdruck Hildesheim 1961, DM 78.–. Zu erwähnen ist ferner: E. CASSIRER, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*, Marburg 1902, Nachdruck Hildesheim 1962, DM 48.–, und J. COHN, *Geschichte des Unendlichkeitsproblems im abendländischen Denken bis Kant*, Leipzig 1896, Nachdruck Hildesheim 1960, DM 29.–. Auch diese Nachdrucke sind bei G. Olms erschienen.

³⁾ *Bibliographie des œuvres de Leibniz*, Paris 1937, beabsichtigter Nachdruck Hildesheim, Olms. In Subskription DM 74.–, später DM 88.–.

⁴⁾ *Une bibliographie de Leibniz*, Paris 1938, vergriffen.

⁵⁾ *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthalts in Paris (1672–1676)*, München 1949, Leibniz-Verlag (R. Oldenbourg).