

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 21 (1966)
Heft: 4

Rubrik: Ungelöste Probleme

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

number of values of p and q , if either U_2 or U_3 is irreducible, for which $P(x, y)$ is reducible.

Next

$$h^2 - 4ab = (p^2 h_2 - 2pqh_1 - q^2 h_3)^2 - 4(p^2 a_2 - 2pqa_1 - q^2 a_3)(p^2 b_2 - pqb_1 - q^2 b_3)$$

If $h_2^2 - 4a_2 b_2 > 0$ and is not a perfect square, this holds for $h^2 - 4ab$ if p is large compared with q , and for an infinity of p . This proves Theorem (1).

There are many special cases not included in the theorem. We need only mention

Theorem 2

The equation

$$z^2 = k^2 + x^2 (ax^2 + by^2), \quad abk \neq 0,$$

has an infinity of integer solutions if k, a, b are integers and either $b > 0$, or $b < 0$, $4ak^2 > b^2$.

We have

$$z + k = \frac{q}{p} (ax^2 + by^2), \quad z - k = \frac{p}{q} x^2,$$

where p, q are integers and $(p, q) = 1$. Then

$$(aq^2 - p^2)x^2 + bq^2y^2 = 2kpq.$$

This will have the solution $x = 0, y = t$, where t is an arbitrary integer, if $bqt^2 = 2kp$, and so if $\delta = (b, 2k)$, we can take

$$\lambda p = \frac{b}{\delta} t^2, \quad \lambda q = \frac{2k}{\delta}, \quad \lambda = \left(t^2, \frac{2k}{\delta}\right)$$

Hence there will be an infinity of integer solutions for x, y if $b(p^2 - aq^2) > 0$ and is not a perfect square, i.e. $b(b^2 t^4 - 4ak^2) > 0$ and is not a perfect square. This is possible if $b > 0$ for an infinity of values of t , and also if $b < 0, 4ak^2 > b^2$ for $t = 1$.

The case $4ak^2 < b^2$ seems difficult. Of course if $a < 0, b < 0$, there are only a finite number of solutions.

L. J. MORDELL, St. Johns College, Cambridge, England

Ungelöste Probleme

Bemerkung zu Nr. 14 (El. Math. 11, 134–135 (1956)). A. a. O. wurde gezeigt, dass die Gleichung $x_1 + x_2 + \dots + x_s = x_1 x_2 \dots x_s$ für jedes natürliche s mindestens eine Lösung in natürlichen Zahlen besitzt. Nach einer Mitteilung von Herrn A. SCHINZEL (Warschau) hat M. MISIUREWICZ vor kurzem bewiesen, dass $s = 2, 3, 4, 6, 24, 144, 174, 444$ die einzigen $s \leq 1000$ sind, für die genau eine Lösung existiert.