Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **22 (1967)**

Heft 6

PDF erstellt am: **21.07.2024**

▶ Aus den Gleichungen

$$f = x + y$$

$$5\,x = 3\,y$$

$$2\,k = 3\,e = 5\,x + 6\,y$$

$$e + f = k + 2$$

ergibt sich die eindeutige Lösung

$$x = 12, \quad y = 20, \quad e = 60, \quad f = 32, \quad k = 90.$$

Der zugehörige Archimedische Körper ist das abgeeckte Ikosaeder.

Mit dieser 72. Serie der *Aufgaben für die Schule* wird die regelmässige Veröffentlichung dieser Spalte abgeschlossen. Der Unterzeichnete dankt allen, die ihm Anregungen zukommen liessen, für ihre Mitarbeit. Er nimmt auch weiterhin Beiträge entgegen, die bei Eignung in freibleibenden Abständen erscheinen sollen. W. LÜSSY

Literaturüberschau

Lehrbuch der linearen Algebra. Par WALTER NEF. 276 pages. Fr./DM 48.50. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1966 (Mathematische Reihe, Band 31).

L'excellent ouvrage de M. WALTER NEF, professeur de mathématiques à l'Université de Berne, a pour point de départ un cours de base professé maintes fois par l'auteur à l'Université de Berne. Il s'adresse à des étudiants faisant leur second semestre universitaire et pour qui les mathématiques constituent aussi bien une branche principale qu'une discipline secondaire (actuaires, astronomes, physiciens, chimistes, etc.). Pour sa lecture, il demande uniquement les connaissances préalables fournies par l'enseignement gymnasial des mathématiques ainsi que des aptitudes au raisonnement abstrait.

Pour se limiter à l'essentiel, l'auteur ne parle que d'espaces vectoriels réels et complexes dans les treize premiers chapitres de son livre et se place sur un terrain plus général seulement dans le 14me et dernier chapitre consacré aux sous-espaces invariants et aux formes normales des matrices et où il est question d'espaces vectoriels définis sur un corps quelconque.

L'auteur insiste sur l'importance des applications de l'Algèbre linéaire et consacre un chapitre substantiel à la programmation linéaire, un autre à la théorie des jeux de stratégie et un troisième à l'ajustement de TCHEBYCHEFF. Ces chapitres servent d'introduction à des matières qui ne sont pas toujours traitées dans un cours d'Algèbre linéaire.

On trouve dans ce livre un certain nombre d'exercices et de problèmes plus difficiles.

L'ouvrage est illustré de quelques figures exécutées avec soin et il est muni d'un index détaillé.

Ce livre clair et précis, d'un niveau assez élémentaire, sera apprécié par les étudiants auxquels ils s'adresse. S. PICCARD

An Introduction to the Theory of Numbers. Von IVAN NIVEN und HERBERT S. ZUCKERMAN. 2. Auflage. 280 Seiten. 60s. John Wiley & Sons, London 1966.

In 11 Kapiteln (Teilbarkeit, Kongruenzen, quadratische Reziprozität, einige zahlentheoretische Funktionen, einige diophantische Gleichungen, Fareybrüche, einfache Kettenbrüche, elementare Bemerkungen über die Primzahlverteilung, algebraische Zahlen, Anzahl der Zerfällungen, Dichte von Zahlenfolgen) wird der Leser von den einfachsten Grundbegriffen zu schwierigeren Problemen der Zahlentheorie geführt. Der Weg ist so geschickt gebaut, dass die Steigungen kaum stark in Erscheinung treten, besonders wenn man sich die Zeit nimmt, die zahlreichen, zum Teil auch inhaltlich weiterführenden Übungsaufgaben (fast alle mit Lösungen) zu bearbeiten. Am Schluss wird man soviel an interessanten Problemen und Methoden der Zahlentheorie kennengelernt haben, dass der Wunsch nach vertieftem Studium mit der angegebenen Literatur nicht ausbleiben dürfte.

E. TROST

Topics from the Theory of Numbers. Von E. GROSSWALD. 299 Seiten. 63s. The Macmillan Company, London 1966.

Aus Ergänzungen zum «Textbook» von NIVEN und ZUCKERMAN (siehe die vorangehende Besprechung), das einer Vorlesung für «undergraduates» zugrunde gelegt werden kann, ist eine ungewöhnlich fesselnd und klar geschriebene Einführung in einige Hauptgegenstände zahlentheoretischer Forschung entstanden. Einem einleitenden historischen Teil (weitere historische Angaben stehen im Text) folgen die Ausführungen über elementare Zahlentheorie (mit besonderer Berücksichtigung der für die Primzahlverteilung wichtigen zahlentheoretischen Funktionen) als Grundlage der späteren speziellen Untersuchungen. So wird schon hier im Abschnitt über die Teilbarkeit an einem Beispiel von HILBERT gezeigt, dass eine Zerlegung in «Primelemente» nicht notwendig eindeutig ist.

Erster Hauptgegenstand ist die Riemannsche Zetafunktion und ihre Bedeutung für die Primzahlverteilung. Die benötigten Resultate aus der Analysis und der Funktionentheorie sind gesondert zusammengestellt. Für exakte Beweise wird mit genauer Seitenangabe auf bekannte Lehrbücher verwiesen, Beweisskizzen findet man in einem Anhang. Der Beweis des Primzahlsatzes folgt einem besonders durchsichtigen Schema von TITCHMARSH.

Als Kernstück und besonderen Vorzug dieses Buches wird man die Kapitel über die Fermatsche Vermutung betrachten. Auch hier werden klassische Sätze aus der Algebra ohne Beweis (aber mit Hinweisen auf Lehrbücher und einen zweiten Anhang) verwendet. Ein Kapitel über Idealtheorie mit dem Beweis der Eindeutigkeit der Primidealzerlegung und der Klasseneinteilung ermöglicht eine im wesentlichen vollständige Darstellung des Beweises der Fermatschen Vermutung für reguläre Primzahlen im «Fall I». Im «Fall II» wird ohne Beweis ein Satz von KUMMER benutzt.

Das letzte Kapitel über Partitionen (Zerfällungen in Summanden) gibt für die Anzahlfunktion $p(n)$ eine für grosse n gültige Abschätzung nach oben und unten, die eine Abschwächung der bekannten asymptotischen Formel von HARDY und RAMANUJAN ist.

Sehr nützlich für den Leser sind die gut ausgewählten, zum Teil inhaltlich weiterführenden Aufgaben (ohne Lösungen) sowie die zahlreichen Literaturangaben. Das schöne Buch wird nicht zuletzt durch die Aufnahme unter die Auswahlbücher der «Library of Science» weite Verbreitung finden.

E. TROST

Modern Algebra. Von SETH WARNER. Volume I und II. XXXI und 806 Seiten. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1965.

Der erste Band umfasst sechs Kapitel. Im ersten Kapitel werden die algebraischen Strukturen behandelt. Das zweite Kapitel befasst sich mit der Übertragung von Verknüpfungen aus alten in neue Strukturen. Den natürlichen Zahlen ist das dritte Kapitel gewidmet. Grundlegende Eigenschaften von Ring und Körper sind im vierten Kapitel zusammengestellt. Das fünfte Kapitel behandelt Vektorräume, lineare Transformationen und Matrizen. Und schliesslich findet man im sechsten Kapitel eine gründliche Behandlung der Polynome, wobei auch Polynome mit mehreren Veränderlichen betrachtet werden.

Der zweite Band umfasst fünf Kapitel. Das siebente Kapitel behandelt den reellen und den komplexen Zahlenkörper. Im achten Kapitel werden Körpererweiterungen besprochen und die Galois-Theorie hergeleitet. Im neunten Kapitel wird ein einfacher Zugang zu den linearen Operatoren gegeben. Die abschliessenden beiden Kapitel befassen sich mit linearen Produkträumen und dem Auswahlaxiom.

SETH WARNER gibt dem Leser einen vorzüglichen Einblick in fast alle Belange der modernen Algebra. Die Behandlung des Stoffes, wie die Darstellung, für welche der von der Mengenlehre ausgehende, heute gebräuchliche Formalismus verwendet wird, sind klar und übersichtlich. Vor allem im ersten Band, wo der rein abstrakte Zugang dem Anfänger Schwierigkeiten bieten könnte, wird dieser durch klug gewählte Beispiele vorbereitet und erläutert. Komplizierte Beweise werden vermieden; der Verfasser baut konsequent auf bewiesenen Sätzen auf. Über 1300 Aufgaben gestatten es, einerseits den gelesenen Stoff zu vertiefen und andererseits Einblick in spezielle Fragen der Algebra zu erhalten.

Die beiden Bände, die als Standardwerk der modernen Algebra betrachtet werden können, sind allen, die sich in die moderne abstrakte Algebra einarbeiten möchten, bestens zu empfehlen. W. HOLENWEG

Introduction to Higher Algebra. Von MAXIME BÔCHER. XI und 321 Seiten. $ 2.00. Dover Publications, New York 1964.

Dieses Werk, erstmals im Jahre 1907 bei The Macmillan Company publiziert, wurde vom Dover Verlag ungekürzt und unverändert in die bekannte preisgünstige Reihe der Wiederveröffentlichungen aufgenommen. Es stellt die fundamentalen Hilfsmittel der höhern Algebra zusammen. Behandelt werden: Polynome, Determinanten, Matrizen und deren Eigenschaften, die Theorie der linearen Unabhängigkeit, lineare Gleichungen, quadratische Formen und die invarianten Teiler einer Polynommatrix.

Auf relativ kleinem Umfang (ca. 300 Seiten) wird eine grosse Stoffauswahl geboten. Die Herleitungen der Aussagen und Sätze sind ausserordentlich klar und werden durchgehend konkret erreicht. Mit geometrischen Überlegungen werden die heute üblichen abstrakten Herleitungen vermieden. Übungsaufgaben am Ende eines jeden Abschnitts gestatten es dem Leser nachzuprüfen, ob der behandelte Text verstanden wurde.

Bôchers Buch kann heute nicht mehr als Einführung in die höhere Algebra bezeichnet werden, fehlen doch sämtliche fundamentalen strukturellen Aussagen. Als Darstellung algebraischer Hilfsmittel auf nicht abstrakte Art ist es jedoch weiterhin empfehlenswert.

W. HOLENWEG

Lehrbuch der Gruppentheorie unter besonderer Berücksichtigung der endlichen Gruppen. Von R. KOCHENDÖRFFER. 375 Seiten mit 1 Abb. MDN 34.50. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1966.

Zur Eignung dieses Lehrbuches als erste Einführung in die Gruppentheorie trägt sowohl die klare und besonders am Anfang ausführliche Darstellung als auch die geschickte Stoffauswahl bei, die bei weiser Beschränkung der Methoden (Verzicht auf Lie-Ringe und modulare Darstellungen) doch viele interessante Sätze der neueren Zeit abzuleiten gestattet. In dieser Hinsicht wird auch der Fortgeschrittene aus diesem Buche vieles lernen können. Inhalt der einzelnen Kapitel: Gruppen und Untergruppen, Homomorphismen, Sylowgruppen endlicher Gruppen, Direkte Produkte, Abelsche Gruppen, Gruppenerweiterungen, Permutationsgruppen, Monomiale Gruppen und die Verlagerung, Nilpotente und überauflösbare Gruppen, Endliche p-Gruppen, Endliche auflösbare Gruppen, Automorphismen, Untergruppenverbände, Darstellungen. E. TROST

Einführung in die Vektorräume. Von GEORGES PAPY. Moderne Mathematik in elementarer Darstellung, Band 4. 74 Seiten. DM 8.80. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1965.

Für die Mathematik der Gegenwart ist die lineare Algebra unbestreitbar von grundlegender Bedeutung. PAPY sieht in dieser Tatsache einen hinreichenden Grund, die moderne Schulmathematik betont auf die Struktur des Vektorraumes zu verpflichten. Mit der nunmehr in der deutschen Übersetzung vorliegenden Schrift wendet er sich an die aktiven und an die zukünftigen Lehrer. Er bringt darin die grundlegenden Begriffe und die klassischen Sätze aus der linearen Algebra zur Sprache. Das Heft gliedert sich in die folgenden 7 Kapitel: Vektorräume, Freie und erzeugende Familien, Basis und Dimension, Lineare Abbildungen, Lineare Gleichungssysteme, Faktorräume, Der Homomorphiesatz. Jedem Kapitel sind einige Aufgaben beigefügt.

PAPYS Schrift dürfte manchem Schulmathematiker als Einführung und Orientierung sehr willkommen sein. Zwar ist das Heft sehr konzentriert abgefasst und man muss sich gelegentlich fragen, ob nicht der übertriebene Hang des Autors zum Formalisieren der Verbreitung gewisse Grenzen setzt. Man hätte gar manches verständlicher sagen können und damit auch jene Lehrergeneration angesprochen, für die nun einmal jeder hochgezüchtete Formalismus eine Barrikade vor der Substanz bedeutet.

Nach einer Bemerkung im Vorwort würde es der Autor sehr begrüssen, wenn fast der gesamte Inhalt des Heftes in die Lehrpläne der Gymnasien aufgenommen werden könnte. Eine vermehrte Akzentuierung der linearen Algebra in der Schulmathematik liegt offensichtlich auf der Hand, aber bei diesem Wunsche müssen wir dem Autor trotzdem die Gefolgschaft versagen. Zu einer Reform des mathematischen Unterrichtswesens, die sich in solchem Masse an den Bedürfnissen zukünftiger Mathematikstudenten orientiert, müssen von der Schulpraxis her doch einige ernsthafte Bedenken angemeldet werden. Jeder Radikalismus in Form einer Überwertung der Strukturen erzeugt bei unsern Schülern ein Zerrbild der Mathematik. Ein völliges Aufgehen der Geometrie in der linearen Algebra, so wie es PAPY vorschwebt, wäre zudem für die Schule kein Fortschritt, sondern ein erheblicher Verlust an Substanz. M. JEGER

Menge, Boolescher Verband und Mass im Schulunterricht. Von M. RUEFF und M. JEGER. 128 Seiten. Fr. 17.50. Verlag Räber, Luzern 1966.

In der Fülle der Schriften über neuere Teilgebiete und über die Neuorientierung des Mathematikunterrichts an den Mittelschulen ist es für den Mathematiklehrer oft recht schwierig, sich ein Bild über Erwünschtes und Mögliches zu machen. Um so dankbarer ist er für gut lesbare, kurze Einführungen, die nach verschiedenen Richtungen Querverbindungen schlagen. Die vorliegende Schrift der ETH-Professoren M. RUEFF und M. JEGER, die beide über mehrjährige Lehrerfahrungen an Mittelschulen verfügen, erfüllt in vorzüglicher Weise die Forderung nach kurzer, aber sorgfältiger und mit Beispielen belegter Orientierung. Das Heft bringt zunächst eine Einführung in die Mengenalgebra mit Ausblicken auf Kombinatorik und Ungleichungslehre. Das zweite Kapitel erhellt die Struktur des Booleschen Verbandes und gibt damit den theoretischen Hintergrund für das ganze Bändchen. Bei dieser Gelegenheit wird auch die Massfunktion eingeführt. Die übrigen Kapitel sind zwei Modellen des Booleschen Verbandes gewidmet, der Ereignisalgebra und der Schaltalgebra. Der ersteren folgt eine kurze Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die in ihrer modernen Form wieder fester Bestandteil des Mittelschulstoffes geworden ist. Mit der Technik verbunden ist die Schaltalgebra, ein Gebiet, das Schüler etwa in Arbeitsgemeinschaften ganz besonders anspricht.

Das Heft sei allen Mathematiklehrern bestens empfohlen. F. REGLI

Arithmetica. Von PIERO BORGHI. (Veröffentlichungen des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Reihe C: Quellentexte und Übersetzungen Nr. 2.) 6 und 117 Seiten. Graphos, München 1964.

Der rührige Augsburger Drucker ERHARD RATDOLT (1447–1528?) hatte sich in der zweiten Hälfte des 15. Jh. in Venedig niedergelassen und dort die erste lateinische Euklid-Ausgabe herausgebracht (nach der um 1150 abgeschlossenen Übersetzung aus dem Arabischen, die um 1260 von GIOVANNI CAMPANO revidiert und ergänzt wurde). 1484 folgte die italienische Arithmetik des Venetianer Rechenmeisters BORGHI, der nach 1494 starb. Das umfangreiche Werk, das hier im Faksimile vorliegt, ist bei verschiedenen Venetianer Druckern in mindestens 15 weiteren Auflagen (bis 1550) herausgekommen. Es lehrt das schriftliche Rechnen mit einigen kennzeichnenden Frühformen (darunter z.B. das Überwärtsdividieren). Daran schliessen sich zahlreiche Aufgaben aus dem praktischen Leben. Der sehr verdienstvolle Nachdruck des seltenen Werkes gibt hoffentlich weiteren Kreisen Gelegenheit, mit dieser Schrift eine kennzeichnende Entwicklungsstufe des Rechnens am Original kennenzulernen; es wäre wünschenswert, dass bei späterer Gelegenheit ausführliche Erläuterungen ergänzt werden, um auch solche Leser anzusprechen, die sich mit dem altvenetianischen Italienisch etwas schwer tun.

J. E. HOFMANN