

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 30 (1975)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

*Einführung in die Differentialtopologie.* Von T. BRÖCKNER und K. JÄNICH. 168 Seiten, 153 Abbildungen. DM 14,80. Heidelberger Taschenbücher Bd. 143. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

In der Theorie der Differentialgleichungen und in der Differentialgeometrie sind in den letzten fünfzig Jahren immer mehr globale Probleme in das Blickfeld des Interesses getreten; dabei zeigen sich topologische Fragestellungen, zu deren Lösung die differentiellen Gegebenheiten mitverwendet werden können. Im Zuge dieser Entwicklung hat es sich erwiesen, dass für den Zugang zur Topologie Poincarés ursprüngliche, mit Differenzierbarkeitsforderungen belastete Methoden, die von den Topologen der ersten Jahrhunderthälfte zugunsten der stückweise linearen Methode zurückgestellt wurden, entwicklungsfähig sind und in vielem die zugrundeliegenden anschaulichen Vorstellungen angemessener und eleganter wiederzugeben vermögen als die kombinatorischen. So hat sich neuerdings Differentialtopologie als ein klar profiliertes Teilgebiet der Mathematik herausgestellt. Die in der Serie der Heidelberger Taschenbücher erschienene Einführung in die Differentialtopologie von Bröcker und Jänich stellt die grundlegenden Begriffe und Methoden des Gebiets dar: nachdem einmal der Leser auf vielseitige Art mit differenzierbaren Mannigfaltigkeiten, Vektorraumbündeln und mit deren zugehörigen Morphismen bekannt gemacht ist, werden als wirksame Hilfsmittel der Satz von Sard, Partitionen der Eins, dynamische Systeme und Sprays eingeführt, werden Einbettungs- und Isotopie- und Transversalitätssätze bewiesen und gestützt darauf zusammenhängende Summe, Tubenumgebungen, Kragen und das Zusammenkleben berandeter Mannigfaltigkeiten längs des Randes behandelt. Die Darlegung ist durchwegs sehr klar und elegant; unaufdringliche lerntechnische Hilfen wie suggestive Figuren, orientierende Vor- und Nebenbemerkungen, an die Anschauung appellierende Wortwahl und instruktive Aufgaben am Schluss eines jeden Paragraphen machen das Buch zum Vorbild eines Lehrbuchs. Der Springer-Verlag trägt dazu auch das Seine bei durch die gewohnt vorbildliche drucktechnische Gestaltung und die attraktive Preisansetzung.

H. E. DEBRUNNER

*Geometry of Submanifolds.* Von BANG-YEN CHEN. 298 Seiten. \$17.50. Pure and Applied Mathematics, A Series of Monographs and Textbooks, number 22. Dekker, New York 1973.

In der vorliegenden Monographie stellt der Autor eine grosse Zahl neuerer Forschungsergebnisse zur Differentialgeometrie von Untermannigfaltigkeiten Riemannscher Mannigfaltigkeiten im Zusammenhang dar. Die in der Theorie der Flächen des dreidimensionalen Raumes möglichen Aussagen über Gaußsche und mittlere Krümmung und die Charakterisierung ausgezeichneter Flächen und Flächenklassen durch spezielle Eigenschaften dieser Krümmungsgrößen finden in diesem Rahmen ihre natürlichen Verallgemeinerungen. Der Autor hat in den letzten Jahren massgebend zur Entwicklung des Gebiets beigetragen. Entsprechend ist die Darstellung kompetent und vielseitig. Sie wendet sich an den in der Forschung stehenden Mathematiker.

H. E. DEBRUNNER

*Introduction to Piecewise-Linear Topology.* Von P. C. ROURKE und B. J. SANDERSON. 123 Seiten. 58 Figuren. DM 42,-. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 69. Springer, Berlin 1972.

*A Course in Simple-Homotopy Theory.* Von M. M. COHEN. 114 Seiten. 30 Figuren. DM 23,70. Graduate Texts in Mathematics, Bd. 10. Springer, Berlin 1973.

Der Springer-Verlag bereichert hier die Reihe der Topologielehrbücher durch zwei wertvolle Neuerscheinungen, die beide in anregender Weise auf knappem Raum einen wesentlichen Ausschnitt neuerer Forschung widerspiegeln.

Dieser Ausschnitt umfasst bei Rourke und Sanderson's «Introduction to Piecewise-linear Topology» das Gebiet, das sich, anschliessend an den Ende des 19. Jahrhunderts entwickelten polyedrischen Zugang zur Erfassung von Lage- und Gestaltseigenschaften, nach 1920 unter Alexander und Newman zur «kombinatorischen Topologie» entwickelte und in dem während der letzten Jahrzehnte in der Verflechtung mit Differential- und algebraischer Topologie erneut grosse Fortschritte erzielt wurden. Für eine genauere Charakterisierung im Rahmen der «Analysis situs» ist die Sehweise und die Arbeitsmethode kennzeichnend: die Verfasser übernehmen dafür die Bezeichnung «geometrische Topologie». Sie führen den Leser von den Grundbegriffen der Theorie polyedrischer Komplexe bis zu allen wichtigen Sätzen, von denen aus in diesem Gebiet

heute eigene Forschung möglich ist. Von den neuern Entwicklungen werden Zeemans Unverknüpfungssätze und die Theorie der Henkel mit dem  $s$ - und  $h$ -Kobordismussatz ausgeführt. Ein nach Sachgebieten geordnetes Literaturverzeichnis deckt auch die nicht berücksichtigten Entwicklungslinien. In einem Anhang sind die bei der algebraischen Topologie aufgenommenen Anleihen knapp und prägnant dargestellt. Ein ganz besonderes Kompliment verdienen die Autoren für die Kombination von Klarheit der Darstellung und Knappheit der Formulierungen. Die übersichtliche druckgraphische Gestaltung trägt zum ausgezeichneten Gesamteindruck bei. Der einzige Einwand: mit der Einreihung dieses sowohl als Lehrbuch wie als Referenzwerk angelegten Bandes in die deutlich profilierte Verlagsserie der Ergebnisberichte wird nur die Hälfte der potentiellen Nutzniesser angesprochen.

Das zweite zu besprechende Lehrbuch, «A Course in Simple-Homotopy Theory», von M. M. Cohen erscheint in der neuen Springer-Serie «Graduate Texts in Mathematics», deren Leitprinzip es ist, den Studenten ohne Anspruch auf Vollständigkeit so in Forschungsgebiete einzuführen, dass er die Mathematik als lebende Wissenschaft miterlebt. Der Autor wird dieser Zielsetzung gerecht. Vom Leser setzt er eine gewisse Vertrautheit mit singulärer Homologietheorie voraus. Er führt ihn unter steter Motivation der Gedankenschritte durch die in neuen Entwicklungen bedeutsam gewordene einfache Homotopietheorie von J. H. C. Whitehead bis zur Diskussion des  $h$ -Kobordismussatzes. Mit ganz besonderer Sorgfalt wird das gegenseitig befruchtende Wechselspiel zwischen geometrischen und algebraischen Weiterführungen der Ideen herausgearbeitet. Das Schlusskapitel bietet die Anwendung der gewonnenen Einsichten auf die Klassifikation der Linsenräume. Ein Anhang legt den während der Drucklegung von Chapman gefundenen Beweis für die topologische Invarianz der Whitehead-Torsion dar. Für den an algebraischer Topologie interessierten Studenten bietet das Buch eine wertvolle Bereicherung. H. DEBRUNNER

*Tangent and Cotangent Bundles.* Von K. YANO und S. ISHIHARA. 423 Seiten. \$24.50. Dekker, New York 1973.

Für die Differentialgeometrie von Mannigfaltigkeiten  $M$  erwies es sich bekanntlich als sehr fruchtbar, das Tangentialbündel  $TM$  auch als differenzierbare Mannigfaltigkeit zu betrachten. Das vorliegende Buch gilt der Frage, wie differentialgeometrische Operationen in  $M$  mit solchen in  $TM$  zusammenhängen. Für die Untersuchung solcher Fragen ist es fundamental, dass Tensorfeldern von  $M$  in verschiedener Weise Tensorfelder von  $TM$  zugeordnet werden können. Man spricht dabei vom «Liften» eines Tensorfeldes. Ein wesentlicher Teil des Buches behandelt die verschiedenen Arten des Liftings: das «vertikale» Liften, das «vollständige» Liften und das «horizontale» Liften. Während die beiden ersten allgemein erklärt sind, benötigt das letztere einen affinen Zusammenhang auf  $M$  und ist von diesem abhängig. Unter Verwendung dieser Operationen werden dann viele Beziehungen zwischen  $M$  und  $TM$  aufgestellt, wobei sich auch neue Gesichtspunkte und Methoden für klassische Resultate ergeben.

Nebst dem Liften von Tensorfeldern kommt auch dasjenige von Derivationen und von affinen Zusammenhängen zur Sprache. Ferner werden entsprechende Betrachtungen durchgeführt für den Fall, dass an Stelle des Tangentialbündels das Cotangentialbündel oder schliesslich auch Tangentialbündel höherer Ordnung verwendet werden. Je ein besonderes Kapitel ist sodann den Riemannschen Mannigfaltigkeiten und den Pseudogruppen-Strukturen gewidmet.

Die Darstellungen sind in klassischer Schreibweise durchgeführt. Es ist möglich, dass eine Darstellung in moderner funktorieller Sprache noch mehr Übersicht vermitteln würde; ohne Zweifel ist es aber ein grosses Verdienst der Autoren, das reichhaltige Material zusammenhängend und übersichtlich dargestellt zu haben. A. FRÖLICHER

*Analysis of Discretization Methods for Ordinary Differential Equations.* Von H. J. STETTER. XVI, 388 Seiten, 12 Figuren. DM 120,-. Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 23. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Dieses Buch ist – auch in den Augen des Autors – keine Einführung in die numerischen Methoden zur Lösung von Anfangswertproblemen gewöhnlicher Differentialgleichungen. Vielmehr setzt es – zumindest vom Niveau der Präsentation her – einige Erfahrung mit solchen Methoden voraus, deren Fehlverhalten (Diskretisationsfehler, Stabilität) hier einer sauberen und einheitlichen Analyse unterworfen werden. Die Grundlagen dazu werden im ersten Kapitel gelegt, das eine allgemeine (auch auf benachbarte Gebiete anwendbare) Theorie der Diskretisation enthält.

Es drängt sich ein Vergleich mit P. Henricis elf Jahre früher erschienenem Standardwerk «Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations» auf, das etwas weniger abstrakt ist und z. B. mehr über die Rundungsfehler enthält. Im vorliegenden Buch wurden indessen die grossen Mengen der in der Zwischenzeit publizierten Arbeiten berücksichtigt, die Klassen der Integrationsverfahren entsprechend weiter gefasst und den Stabilitätsbetrachtungen mehr Gewicht verliehen. Es ist deshalb für den Fachmann von grossem Interesse. M. GUTKNECHT

*Projective Planes.* Von D. R. HUGHES und F. C. PIPER. 291 Seiten. DM 36,50. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 6. Springer-Verlag, New York–Heidelberg–Berlin 1973.

Die Literatur über den Problemkreis der projektiven Ebenen besteht bis jetzt aus einzelnen Ergebnissen sowie Zusammenfassungen, die stark von der Entwicklung und damit vom Geist der Forschung geprägt sind. Zwei der besten Kenner dieser Materie, Daniel R. Hughes und Fred C. Piper, haben mit dem vorliegenden Buch den Versuch unternommen, die Resultate der projektiven Ebenen als zusammenhängende Theorie darzustellen. Dadurch geht die Unmittelbarkeit bis zu einem gewissen Grad verloren, was der in diesem Gebiet Tätige bedauern mag, doch für ihn ist dieses Buch auch nicht in erster Linie geschrieben. Gedacht ist es, in Übereinstimmung mit den Zielen der «Graduate Texts», als Einführung, die den Leser möglichst rasch an die Front der Forschung bringen soll.

In einem ersten Kapitel ist all das an algebraischen Hilfsmitteln zusammengestellt, was später irgendwo verwendet wird, und das ist – je nach Stossrichtung – nicht wenig. Die Autoren behandeln dann zunächst die klassische projektive Ebene und anschliessend die projektive Ebene im heute üblichen Sinn, wobei das Hauptgewicht auf den verschiedenen Typen und den dahinterstehenden algebraischen Strukturen liegt. Das Buch ist gut konzipiert und sehr sorgfältig geschrieben. Einzelne Kapitel sind zum Teil unabhängig voneinander lesbar. P. HOHLER

*Hamiltons Entdeckung der Quaternionen.* Von B. L. VAN DER WAERDEN. 14 Seiten. DM 5,-. Veröffentlichung der Joachim Jungius-Gesellschaft der Wissenschaften. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1973.

In dieser Schrift wird zuerst kurz die Geschichte der komplexen Zahlen geschildert. Anschliessend werden einlässlich Hamiltons Versuche dargestellt, mit Tripeln  $(a, b, c)$  von reellen Zahlen möglichst so zu multiplizieren wie mit Paaren  $(a, b)$ : Erstens sollte ein gliedweises Ausmultiplizieren möglich sein; zweitens sollte die Länge des Produktvektors gleich dem Produkt der Längen der Faktoren sein. Hamiltons Versuche mussten fehlschlagen; man weiss heute, dass sich diese Forderungen nur in Räumen von 1, 2, 4 und 8 Dimensionen erfüllen lassen. Aber gerade diesen Versuchen entsprang der Einfall, in die vierte Dimension zu gehen und die Multiplikation für Quadrupel anzupacken. Diesen Betrachtungen sowie einigen Ausführungen über Octonionen und über Produktformeln von Quadratsummen ist der letzte Teil der Darstellung gewidmet. – Die sehr interessanten und kurzweiligen Ausführungen des Verfassers schildern den seltenen Ausnahmefall, in welchem wir – dank zahlreicher Dokumente – beobachten können, «was im Geiste eines Mathematikers vor sich geht, wenn er sich ein Problem stellt, es Schritt für Schritt der Lösung näherbringt und dann durch einen blitzartigen Einfall das Problem so modifiziert, dass es lösbar wird». R. INEICHEN

*Endliche homogene Markoffsche Ketten.* Von EBERHARD LEHMANN. 70 Seiten. DM 12,80. Beiträge für den mathematischen Unterricht, Bd. 10. Bayerischer Schulbuchverlag, München 1973.

Seit A. A. Markoff (1856–1922) als erster eine Theorie der Versuchsfolgen ausgearbeitet hat, bei denen die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines Ereignisses nur vom vorhergehenden Versuch abhängt, haben die Markoff-Prozesse immer grössere praktische Bedeutung erlangt (z. B. bei Warteschlangen, bei Geburtsprozessen, beim radioaktiven Zerfall usw.). – In der vorliegenden Schrift unternimmt es der Autor, spezielle Markoff-Prozesse, nämlich die endlichen homogenen Markoff-Ketten, elementar darzustellen. An Voraussetzungen werden neben Kenntnissen, die auf dem Gymnasium sowieso in den oberen Klassen zur Verfügung stehen, eine kurze Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und etwas Matrizenrechnung genannt. Und damit gelingt es dem Verfasser sehr schön, leichtfasslich und zugleich anregend in die Theorie und in die mannigfachen Anwendungsmöglichkeiten einzuführen. Es ist eine gut lesbare Darstellung entstanden,

die auch dem Schüler der obersten Klassen höherer Schulen verständlich ist. Besonders eindrücklich, wie gut dabei verschiedenste Stoffgebiete der Schulmathematik miteinander verknüpft werden konnten!

R. INEICHEN

*Introduction to the Theory of Formal Lie Groups.* Von J. DIEUDONNÉ. XII, 265 Seiten. \$18.75. Pure and Applied Mathematics Vol. 20. Dekker, New York 1973.

La notion de groupe formel est apparue naturellement lorsqu'on a voulu généraliser la théorie classique de Lie aux groupes algébriques. En particulier en caractéristique  $p$ , la correspondance entre groupes et algèbres de Lie n'est plus réalisée, d'où la nécessité d'introduire un nouvel objet «infinitésimal». Pour la première fois, tout un ouvrage est consacré à la théorie générale des groupes formels. La présentation est assez abstraite mais très systématique. Les applications aux groupes algébriques ne sont pas abordées.

M. A. KNUS

*Einführung in das Simplexverfahren.* Von DIETRICH GEISTER. 84 Seiten. DM 12.80 Beiträge für den mathematischen Unterricht, Bd. 9. Bayerischer Schulbuchverlag, München 1973.

Der Autor versucht das sog. Simplexverfahren der linearen Optimierung zu entwickeln und an einigen Beispielen zu illustrieren. Das zentrale Austauschverfahren (Basiswechsel) wird rein rezepthaft dargestellt, wobei die geometrische Deutung (S. 22) mehr als verworren wirkt. Die Definition des Vektorraums (S. 19) ist rätselhaft und jene des Simplex in der Mathematik keineswegs üblich. Generell macht das rund 90 Seiten fassende Büchlein einen zweispältigen Eindruck. Abgesehen von zahlreichen Druckfehlern (oft an entscheidender Stelle) mangelt es nicht selten an der Präzision der Begriffsbildung und der logischen Konsistenz.

Man kann sich grundsätzlich fragen, ob die lineare Optimierung in dieser Konzeption bereits auf der Mittelschulstufe Eingang finden soll. Auf alle Fälle ist am Sinn- und Lerngehalt einer vorwiegend auf Rezeptvermittlung ausgerichteten Darstellung ernsthaft zu zweifeln.

H. LOEFFEL

## Mitteilung

### 3. Internationaler Kongress über Mathematikunterricht

Karlsruhe, 16.–21. August 1976

Wie die Kongresse in Lyon und Exeter soll auch der Dritte Internationale Kongress über Mathematikunterricht 1976 den Teilnehmern die Möglichkeit bieten, sich auf dem breiten Feld des mathematischen Unterrichts aller Stufen über neuere Entwicklungen zu informieren. Dazu sollen Hauptvorträge im Plenum wie auch Vorträge und Diskussionen in den Sektionen beitragen. Praktika, Vorfürungen und Ausstellungen sollen mit wichtigen Projekten und Unterrichtsmitteln vertraut machen. Eine wesentliche Aufgabe des Kongresses wird es sein, direkte wissenschaftliche Kontakte zwischen den Teilnehmern zu ermöglichen.

Der Kongress wird veranstaltet von der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission und durchgeführt vom Deutschen Unterausschuss der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission in Verbindung mit dem örtlichen Organisationskomitee.

Kongressleitung: Professor Dr. H. Kunle, Karlsruhe.

Sekretär: E. F. an Huef, Karlsruhe

*Postadresse:* 3. Internationaler Kongress über Mathematikunterricht 1976  
D-75 Karlsruhe (Bundesrepublik Deutschland), Kaiserstrasse 12, Universität