Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **35 (1980)**

Heft 6

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601 A (Band 25, S. 67), Problem 625 B (Band 25, S. 68), Problem 645 A (Band 26, S. 46), Problem 672 A (Band 27, S. 68), Aufgabe 680 (Band 27, S. 116), Problem 724 A (Band 30, S. 91), Problem 764 A (Band 31, S. 44).

Aufgabe 850. $\tau(n)$ bezeichne die Anzahl der Teiler d_i von n: $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_{\tau(n)} = n$. Wir setzen

$$g(n) := 1 + \sum_{i=1}^{\tau(n)-1} \frac{d_i}{d_{i+1}}, \qquad h(n) := \frac{\tau(n)}{g(n)}.$$

Man zeige, dass $\frac{\log n}{\log \log n}$ die richtige Grössenordnung von $h(n)$ ist. □ P. Erdös

Aufgabe 851. Ist $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_r\}$ ein Alphabet mit r verschiedenen Buchstaben, so ist jede Abbildung $f: \{1, 2, \ldots, n\} \to A$ ein Wort der Länge n; es sei $n, r \geqslant 2$ vorausgesetzt.
Zwei Wörter f, g bilden das gleiche Kreiswort $\bar{f} = \bar{g}$, wenn für ein p $g(i) = f(i+p)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $i+p \bmod n$, gilt. Zwei Kreiswörter $\bar{f}, \bar{g}$ bilden das gleiche Diederwort $f^* = g^*$, wenn für zwei passende Vertreter f, g die Spiegelbeziehung $f(i) = g(n+1-i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, erfüllt ist.
Schliesslich heisst ein Wort f schlicht, wenn $f(i) \neq f(i+1)$ für $i = 1, 2, \ldots, n$ gilt.
Man bestimme die Anzahl $a(n)$ aller verschiedenen schlichten Kreiswörter und die Anzahl $b(n)$ aller verschiedenen schlichten Diederwörter über dem Alphabet A.

J. Binz, Bolligen

Aufgabe 852. $(x_n), (y_n)$ seien reelle Zahlenfolgen mit

$$y_1 = x_1 \quad \text{sowie} \quad y_n = k x_n + x_{n-1} \quad \text{für} \quad n \geqslant 2.$$

Dabei ist $k \neq 0$ ein reeller Parameter. Genau für welche Werte von k gilt die Äquivalenz

$$(x_n) \text{ konvergent} \Leftrightarrow (y_n) \text{ konvergent?}$$

W. Janous, Innsbruck, A

Berichtigung zu Aufgabe 848. Auf S. 126, Zeile 10 v.o., muss es heissen: Man zeige, dass dann und nur dann $S = 0$ gilt für $h = 1, \ldots, mn-1$, wenn ...

Literaturüberschau

D. Laugwitz: Infinitesimalkalkül. Eine elementare Einführung in die Nichtstandard-Analysis. 187 Seiten, DM 18.–. Bibliographisches Institut, Mannheim, Wien, Zürich 1978.
Auf der Basis des Ausbildungsstandes, den ein Mathematikstudent in unteren Semestern mit sich bringt, vermittelt das Buch einen Einstieg, welcher auf die naive Mengenlehre abgestützt ist und, im Gegensatz

zu den meisten Werken über dieses Gebiet, grosse Vorkenntisse der mathematischen Logik meidet. Einer der Hauptgedanken besteht darin, die Cantorsche Konstruktion von R aus Q dadurch abzuwandeln, dass man von allen Folgen von Elementen eines gegebenen angeordneten kommutativen Körpers ausgeht und zwischen diesen dann eine andersartige Äquivalenzrelation einführt. In den beiden ersten Kapiteln (I. Genetischer Aufbau der Analysis des Infinitesimalen und Infiniten, II. Allgemeinere Zahlbereiche: Reduzierte Produkte und Ultraprodukte) wird dies nacheinander auf zwei Arten getan. Im Schlusskapitel werden dann ausgewählte Gegenstände der reellen Analysis in einem solchen Erweiterungssystem von R dargestellt. Ganz besonders verdienen auch die zahlreichen Rückblicke und Bezüge zur historischen Entwicklung erwähnt zu werden. J. Rätz

E.C. Young: Vector and Tensor Analysis. Pure and Applied Mathematics, Band 48, IX und 526 Seiten, Fr. 98.–. Dekker, New York, Basel 1978.

Der Autor gibt eine sehr breite, oft vielleicht etwas zu breite Darstellung der Vektor- und Tensoranalysis im dreidimensionalen Raum. Sehr eingehend werden die Differential- und Integraloperationen im Bereich der Vektorfelder untersucht sowie die Tensorrechnung in euklidischen und krummlinigen Koordinaten. Sehr viel Wert wird auf das geometrisch anschauliche Verständnis des Gegenstandes sowie auf dessen physikalische Interpretation gelegt. Das Buch baut auf minimalen mathematischen Kenntnissen auf und kann von Studenten unterer Semester der verschiedensten Fachrichtungen gelesen werden. Zahlreiche Übungen verschiedenen Schwierigkeitsgrades ermöglichen ein gutes Einarbeiten in das Gebiet. Die Übungen sind insbesondere auch für den eher praktisch orientierten Leser nützlich, da sie im allgemeinen konkrete Probleme enthalten. Lösungen sind am Ende des Buches beigefügt. K. Weber

Probability on Banach Spaces. IX und 521 Seiten, Fr. 105.–. Hrsg. J. Kuelbs. Dekker, New York, Basel 1978.

Wahrscheinlichkeitstheorie auf Banachräumen, oder genauer gesagt das Studium von Zufallsvariablen mit Werten in Banachräumen, gehört zu den jüngeren und noch stark im Fluss befindlichen Forschungsgebieten innerhalb der Wahrscheinlichkeitstheorie. Dies dürfte erklären, warum ein eigentliches Buch hierüber bisher nicht existiert.

In der vorliegenden Sammlung von Arbeiten verschiedener Autoren werden nun zumindest einige wesentliche Teilbereiche zusammenhängend dargestellt, so z. B. das zentrale Grenzwertproblem, Gaußsche Prozesse, Martingale und die Beziehungen zur Geometrie des Banachraumes. Die Sammlung eignet sich hervorragend als Einführung in diesen Bereich der Stochastik. Andererseits sind genügend neue Ergebnisse enthalten, so dass sie auch für den Spezialisten eine unentbehrliche Referenz werden dürfte.

E. Eberlein

The Chauvenet Papers. A Collection of Prize-Winning Expository Papers in Mathematics. Band 1: XVIII und 312 Seiten; Band 2: VIII und 293 Seiten, je US-\$16.00. Hrsg. J.C. Abbott. The Mathematical Association of America, 1978.

Im Jahre 1925 schuf die Mathematical Association of America den «Chauvenet Prize», der jeweils für die in den vorhergegangenen fünf Jahren erschienene beste Arbeit verliehen wird, die einem nichtspezialisierten mathematischen Publikum ein aktuelles Thema erläutert, also Übersichtscharakter hat und sich durch besondere Klarheit und Stilistik auszeichnet. Heute wird der Preis jährlich verliehen. Der Name «Chauvenet Prize» soll an den amerikanischen Mathematikprofessor William Chauvenet (1820–1870) erinnern, der weniger durch mathematische Forschung als durch glänzende Darstellung hervorgetreten war.

Die beiden Bände enthalten sämtliche prämierten Arbeiten, vom ersten Preisträger Gilbert Ames Bliss ('Algebraic Functions and their Divisors') aus dem Jahre 1925 bis zu dem des Jahres 1976, Lawrence Zalcman ['Real Proofs of Complex Theorems (and vice versa)']. Die Arbeiten sind nicht etwa durch ein Kopierverfahren wiedergegeben, sondern neu gesetzt worden, versehen mit dem Lebenslauf der Preisträger und häufig auch mit einem Nachwort, das aktuelle Ergänzungen des Materials bringt. Ein Index für jeden Band ist ein weiteres wertvolles Attribut.

Eine Durchsicht der Arbeiten liefert einen faszinierenden Überblick über 50 Jahre Mathematik, denn es gibt kaum ein Gebiet, das nicht berührt wurde. Und die Namen der Preisträger bürgen für höchste Qualität (unter anderen G.H. Hardy, S. MacLane, P.R. Halmos, L.A. Henkin, S.S. Chern, P.D. Lax und Mark Kac, der den Preis zweimal erhielt). Dem Herausgeber darf grosses Lob für die Durchführung dieses wertvollen Projekts ausgesprochen werden. P. Wilker

D. van Dalen, H.C. Doets und H. de Swart: Sets: Naive, Axiomatic and Applied. International Series in Pure and Applied Mathematics, Band 106, XVII und 342 Seiten, US-$17.50. Pergamon Press, Oxford 1978.

Der Titel des Buchs entspricht den drei Kapiteln: Naive Mengenlehre, Axiomatische Mengenlehre, Anwendungen. Diese Benennungen sind etwas irreführend. Besser wäre eine Einteilung gewesen in elementare Mengenlehre, weniger elementare Mengenlehre und Verwendung in einigen Spezialfragen.

Das erste Kapitel enthält den Stoff, der heute schon in Gymnasien und den ersten Semestern der Universitätsmathematik unterrichtet wird. Man findet alles, was in einem elementaren Lehrbuch der Mengenlehre stehen sollte, versehen mit zahlreichen Aufgaben, auf 150 Seiten ausgebreitet.

Das zweite Kapitel vertieft den Stoff und ersetzt den Plauderton durch eine rigorosere Behandlung, ohne allerdings - recht unbegründet - die Mengenlehre als eine axiomatische Theorie, z.B. in einem Prädikatenkalkül, darzustellen. Man findet auch hier die erwarteten Gegenstände: Ordinal- und Kardinalzahlen, die Von-Neumannsche Hierarchie sowie transfinite Induktion und Rekursion. Weniger standardisiertes Material ist das Reflektionsprinzip und die Diskussion messbarer Kardinalzahlen.

Zur eigentlichen axiomatischen Mengenlehre gehört im Grunde nur Abschnitt 9 über die Rolle verschiedener Auswahlaxiome und vor allem Abschnitt 11 über Modelle der Mengenlehre. Schliesslich kommt noch im dritten Kapitel das Axiom der Bestimmtheit vor, während leider das Axiom der Existenz von Ultrafiltern und das Martinsche Axiom gänzlich fehlen. Auch $V = L$ wird nur am Rande in einer Aufgabe erwähnt, obwohl das schöne Werk von Devlin im Literaturverzeichnis aufgeführt ist. So ist das zweite Kapitel recht uneinheitlich ausgefallen. Die «Anwendungen» betreffen Boolesche Algebren und Borelmengen, Bäume und die klassischen, vom Auswahlaxiom abhängigen Sätze aus Algebra, Topologie und Analysis. Ein Anhang erläutert - nach Meinung des Referenten nicht ganz zutreffend - die Existenz abzählbarer Modelle und die Nichtexistenz einer «Erfüllbarkeitsrelation» in ZF.

Alles in allem ein Buch mit vielem wertvollem Material, aber vielleicht ohne eine klare Konzeption im Hintergrund.

P. Wilker

D.J. Shoesmith und T.J. Smiley: Multiple-Conclusion Logic. XIII und 396 Seiten, £15. Cambridge University Press, 1978.

This is a highly technical book on one subject: a logic calculus based on rules of conclusion, i.e. rules relating sets (called premisses) to other sets (called conclusions). In usual formalized logic, the second of these sets is a singleton (single-conclusion calculus), whereas the authors have set up a multiple-conclusion calculus, which seems to be more symmetric.

The idea developed from remarks by Gentzen and Carnap in the thirties and was taken up by the British logician W.C. Kneale in 1956. But the subject really started on its own with one of the author's Ph.D. dissertation in 1962 and subsequent papers in 1971 and 1973.

It is very difficult to assess the importance of the subject, since the authors admit themselves that it is in its infancy and they seem to be the only ones working on it. To write a book of 400 pages is, in this case, quite a venture and if it were not for its very clear and precise exposition it is doubtful whether anybody would read it. However, the large number of theorems, where none stands out as particularly important or at least more important than the others makes for very difficult reading. It must remain for professional logicians and for experience to decide on the fate of the authors' ideas.

P. Wilker

P. Linz: Theoretical Numerical Analysis. An Introduction to Advanced Techniques. XI und 228 Seiten, US-$23.75. John Wiley & Sons, New York 1979.

Im vorliegenden Buch werden hauptsächlich die theoretischen Aspekte von numerischen Verfahren behandelt, während die praktische Durchführung in den Hintergrund tritt. Im einführenden Kapitel werden die grundlegenden Tatsachen über Banach- und Hilbert-Räume sowie über Operatoren zusammengestellt. Das zweite Kapitel behandelt das Problem der Approximation mit polynomialer und Spline-Interpolation, und zwar auch in normierten Räumen, wobei Fragen der Existenz, Eindeutigkeit und Konvergenz im Vordergrund stehen. Im zweiten Teil folgt die Theorie der numerischen Integration, der Lösung von linearen und nichtlinearen Operatorgleichungen. In diesem Zusammenhang werden die zentralen Fragen der Kondition einer Aufgabenstellung, der Stabilität und Konvergenz einer Methode und der Konvergenzbeschleunigung eingehend behandelt. Das sehr klar und übersichtlich gestaltete Buch schliesst mit einem dritten Teil über speziellere Problemstellungen, wie etwa der Herleitung von Resultaten über die Lösung von Operatorgleichungen zweiter Art oder von Konvergenzaussagen zur Methode der finiten Elemente.

H.R. Schwarz

F. Rehbock: Geometrische Perspektive. IX und 154 Seiten, 80 Figurenseiten, DM 29.50. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1979.

Dies ist ein Buch zum Lesen und Schauen. Dank einem sorgfältigen methodischen Aufbau bringt es die Begriffe, Eigenschaften und Konstruktionsverfahren der geometrischen Perspektive auch dem mathematisch nichtgeschulten Interessenten näher.

Jeder Textseite liegt eine zugeordnete Bildseite gegenüber. Beide zeichnen sich aus durch Klarheit, Präzision und Beschränkung auf das Wesentliche.

Das Buch ist durchwegs praxisnah geschrieben. Es werden behandelt: Zentralprojektion, parallele Geraden und Ebenen, metrische Aufgaben; Bezüge zur Malerei und zur Architektur sowie historische Bemerkungen runden den Text ab.

Für Freunde der darstellenden Geometrie ist Rehbock kein Unbekannter; ihnen muss dieses Buch nicht besonders empfohlen werden. H. Schneebeli

K.E. Atkinson: An Introduction to Numerical Analysis. XIII und 587 Seiten, US-$23.00. Wiley & Sons, New York 1978.

Das vorliegende Buch stellt eine gute Einführung in das Gebiet der numerischen Mathematik dar. Es kann Studierenden der Mathematik, numerisch interessierten Naturwissenschaftern und Ingenieuren empfohlen werden. Der Autor hat ein erstaunlich umfangreiches Gebiet erfasst. Vor allem ist die moderne und mathematisch präzise Art der Darstellung hervorzuheben. Neben der theoretischen Analyse der Algorithmen ist dem Verfasser ihr Verhalten bei numerischer Durchführung wichtig, was er durch zahlreiche Beispiele dokumentiert. Eine weiterführende Diskussion der neuesten und wichtigsten Literatur schliesst die einzelnen Kapitel ab. Insbesondere wird auf bestehende «Mathematische Software» aufmerksam gemacht, so z.B. im Kapitel über Eigenwert-Probleme auf das bewährte und umfassend ausgetestete Programmpaket EISPACK. Daneben finden sich am Ende jedes Kapitels Übungen. Für ausgewählte Aufgaben sind in einem Anhang Lösungen zusammengestellt, was der Leser sicher sehr begrüssen wird. H. Ungricht

O. Schafmeister und H. Wiebe: Grundzüge der Algebra. 247 Seiten, DM 26.80. Teubner, Stuttgart 1978.

Es geht den Autoren darum, aus einigen Gebieten der klassischen Algebra Hintergrundwissen für Mathematiklehrer der Mittelschulstufe zusammenzustellen. Die Stoffauswahl beschränkt sich etwa auf jene Bereiche, aus denen Spezialfälle im Unterricht behandelt werden können. Mit berücksichtigt wird die Konstruktion der reellen Zahlen, ausgehend von Axiomen für natürliche Zahlen. Lineare Algebra wird nicht behandelt.

Das Buch ist klar und dicht geschrieben. Im ersten Teil wird dem Leser als Pflichtübung die axiomatische Behandlung von «Mengen mit algebraischer Struktur» vorgesetzt. Hier lässt das Buch vertrauten Unterrichtsstoff von einem etwas abstrakten Gesichtspunkt sehen. Es ist vor allem vom zweiten Teil zu erwarten, dass er Lehrer anregt, einzelne der reizvollen Themen für den Bedarf des Unterrichts zu bearbeiten. Dabei wird der Text kaum mehr als Informationsquelle sein, jedoch mit der Aufgabe der Konkretisierung und didaktischen Gestaltung des Themas ein weites Tätigkeitsfeld eröffnen.

H. Schneebeli

S.L. Campbell und C.D. Meyer, Jr.: Generalized Inverses of Linear Transformations. XI und 272 Seiten, £20.-. Pitman, London, San Francisco, Melbourne 1979.

Das Buch bietet eine gut lesbare Einführung in das Gebiet der Pseudoinversen, wobei einerseits die theoretischen Grundlagen zusammengestellt werden, welche das Studium der einschlägigen Spezialliteratur gestatten sollen, und anderseits werden die Anwendungsgebiete der verallgemeinerten Inversen aufgezeigt. So werden zuerst die Pseudoinverse nach Moore-Penrose definiert und ihre wesentlichen Eigenschaften diskutiert. Die Ergebnisse werden zur Konstruktion der speziellen Lösung von überbestimmten linearen Gleichungssystemen angewendet, die sich durch ihre Minimalitätseigenschaft auszeichnet. Desgleichen gestattet sie, elektrische Netzwerke zu behandeln. Da die Pseudoinverse gewisse Unzulänglichkeiten aufweist, wird insbesondere die weiter verallgemeinerte Drazin-Inverse betrachtet, die in der Theorie der finiten Markoff-Ketten, bei der Lösung von linearen Differentialgleichungssystemen und von Differenzengleichungen ihre Anwendung findet. Das letzte Kapitel vermittelt eine kurze Übersicht über die praktische numerische Berechnung der Pseudoinversen. H.R. Schwarz