

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **37 (1982)**

Heft 4

PDF erstellt am: **22.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Literaturüberschau

U. Stambach: Lineare Algebra. Teubner-Studienskripten Mathematik, 258 Seiten, DM 14.80. Teubner, Stuttgart 1980.

Das vorliegende Buch ist herausgewachsen aus Vorlesungen, welche der Autor für Studienanfänger an der Abteilung für Mathematik und Physik an der ETH gehalten hat. Das Schwergewicht liegt auf einer gründlichen Erarbeitung der wesentlichen Begriffe. Dabei kommen den sorgfältig ausgesuchten Beispielen und den Übungsaufgaben im Rahmen des didaktischen Konzeptes eine besondere Bedeutung zu: Der Leser wird zur Mitarbeit ermutigt und kann sich vertiefte Kenntnisse erwerben nach Massgabe seiner eigenen mathematischen Betätigung. Er wird dabei unterstützt durch Hinweise auf Rechenverfahren, wobei allerdings eine klare Abgrenzung gegenüber den Algorithmen in der Numerik gemacht wird. Die klare Sprache und der wohldurchdachte Aufbau unterstreichen das didaktische Bemühen, das andererseits ein Grund ist für Beschränkung auf eine Auswahl von recht knapp beschriebenen Grundbegriffen.

Das Buch kann als Einführung in die lineare Algebra sehr empfohlen werden.

H. Schneeblei

H.J. Kowalsky: Lineare Algebra. 9. Auflage, 367 Seiten, DM 28.-. Walter de Gruyter, Berlin, New York 1979.

Diese 9. Auflage des klassischen Lehrbuchs über lineare Algebra unterscheidet sich nur wenig von der bewährten älteren Fassung. Eine leicht stärkere Betonung kategorieller Aspekte vermittelt zusätzliche Klarheit, ohne in unnötigen Formalismus auszuarten. An einigen Stellen werden nun auch Zusammenhänge mit der Modultheorie aufgezeigt und grundlegende Eigenschaften von Moduln einbezogen.

G. Mislin

I.M. Yaglom: A Simple Non-Euclidean Geometry and Its Physical Basis. Übersetzung aus dem Russischen. XVIII und 307 Seiten, 227 Figuren, DM 42.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1979. Ausgehend von der affinen Ebene über  $\mathbf{R}$  wird – physikalisch motiviert – die Gruppe der Galilei-Transformationen eingeführt. Daran anknüpfend erfolgt die Definition des Abstandes, der Winkelgrösse und der Orthogonalität («Umeticketieren»!). Jetzt ist der Autor in der Lage, völlig analog zur euklidischen Geometrie – bei fortgesetzter physikalischer Interpretation – zu arbeiten: Dreiecksgeometrie, Trigonometrie, Kreise und Zykeln, Sehnen- und Tangentensätze, Um- und Inkreis von Dreiecken, Feuerbach-Kreis, Potenz, Potenzgerade und Potenzpunkt, Spiegelungen (an Gerade, Kreis und Zykel), «uneigentliche» Punkte, stereographische Projektion eines Zylinders, Klassifikation der Bewegungen.

Auf die gleiche Art wird dann skizzenhaft (meist ohne Beweise) über die Gruppe der Lorentz-Transformationen auch die Minkowski-Ebene aufgebaut und in ihr Geometrie getrieben.

Die folgenden Kapitel sind leider recht kurz gefasst. Sie sollen offenbar lediglich einen Überblick vermitteln.

Über drei verschiedene Möglichkeiten der Längen- und Winkelmessung kommt der Verfasser neben der Euklid-, der Galilei- und der Minkowski-Geometrie noch zu sechs weiteren Geometrien. Diese Geometrien werden miteinander verglichen und Zusammenhänge deutlich gemacht. Ausgehend vom zweidimensionalen Vektorraum über  $\mathbf{R}$  erfolgt dann eine sehr interessante axiomatische Charakterisierung dieser Geometrien. Das letzte Kapitel bringt schliesslich unter Verwendung von komplexen Zahlen, von Dual- und Doppelzahlen algebraische Modelle.

Zur Vertiefung des behandelten Stoffes sind den Aufgaben Probleme zur Weiterarbeit (mit sehr knappen Lösungshinweisen) eingestreut. Ein reichhaltiges (83 Titel) Literaturverzeichnis rundet das Buch ab.

Es handelt sich bei dem vorliegenden Buch um ein echtes Meisterwerk. Geometrie – zum Teil schon auf Klein zurückgehend, also durchaus klassisch – ist in moderner Form und unter neuen Gesichtspunkten dargeboten. Die Auswahl der einzelnen Themen sowie ihre Darstellung erfolgen nach echt «didaktischen» Gesichtspunkten. So beginnt etwa der Weg zur Galilei-Geometrie nicht wie üblich bei einem Axiomensystem, sondern bei der Mechanik. Der ständige Wechsel zwischen Physik und Geometrie, die Art, wie zu euklidischen Sätzen jeweils der Galilei-Bruder gesucht wird, lassen das Herz eines Didaktikers höher schlagen. Obendrein regt das Buch fortgesetzt zur Weiterarbeit, zu eigenem «Forschen» an.

Dieses Buch wurde offenbar mit viel Liebe geschrieben, es verdient deshalb auch mit viel Liebe studiert zu werden. Es gehört in den Bücherschrank eines jeden Geometers.

H. Zeitler

K.L. Whipkey and M.N. Whipkey: *The Power of Calculus*. 3. Auflage, XVII and 373 Seiten, US-\$21.00 John Wiley & Sons, New York 1979.

Dieses Buch, aus Analysisvorlesungen für Studenten der Biologie, Wirtschaftswissenschaften und Soziologie entstanden, vermittelt eine erfrischende erste Einführung in die Infinitesimalrechnung. Auf anschauliche Erklärung der Grundbegriffe wird viel Gewicht gelegt, und verschiedenste Anwendungsmöglichkeiten werden an vollständig gelösten Beispielen illustriert. Die Autoren scheuen sich nicht, teilweise mit «working definitions» vorzugehen und Grundkonzepte wiederholt zu diskutieren. Jedem Abschnitt sind gut ausgewählte Übungsaufgaben und jedem Kapitel Repetitionsaufgaben beigelegt. Beispiele wie Aufgaben stammen dabei aus einem ausserordentlich breiten Anwendungsspektrum, wie: Geometrie, Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Physik, Chemie, Biologie, Medizin, Ökonomie, Ökologie, Psychologie usw. Wegen ihrer einfachen Lesbarkeit (kompliziertere Definitionen und Beweise werden im Anhang aufgeführt) ist diese Einführung auch zum Selbststudium geeignet.

Inhalt: Vorbereitungen und Einführung in die Infinitesimalrechnung für algebraische Funktionen mit einer reellen Variablen; Logarithmus- und Exponentialfunktion (mit Anwendungen der Infinitesimalrechnung); Einführung in: Differentialgleichungen, partielle Ableitungen, mehrfache Integrale, Extremwertprobleme. Anhang: Folgen und Reihen, Grenzwerte, Beweise, trigonometrische Funktionen, Taylor's Theorem; Lösungen zu ausgewählten Aufgaben. W. Holenweg

A.G. Vitushkin: *On Representation of Functions by Means of Superpositions and Related Topics*. 68 Seiten, Fr. 18.-. L'Enseignement Mathématique, Genève 1978.

Das 13. Problem von Hilbert lautet: Man zeige, dass die Gleichung 7. Grades  $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$  nicht mit Hilfe stetiger Funktionen zweier Veränderlicher aufgelöst werden kann.

Fragestellungen dieser Art, betrachtet man deren analytische Seite, führen zu einem interessanten Zweig der Analysis, der sich mit der Darstellung gewisser Funktionen einer Anzahl Veränderlicher durch solche eines vorgegebenen Funktionenvorrates (u.a. solche mit einer kleineren Anzahl Veränderlicher) durch Superposition (Komposition) beschäftigt.

Namentlich russische Mathematiker haben sich um diesen Zweig der Mathematik verdient gemacht; A.G. Vitushkin ist einer ihrer namhaftesten Vertreter. Das hier zu besprechende Buch ist aus einer Vorlesung entstanden, die der Autor an der University of California in Los Angeles im Jahre 1977 gehalten hat. Im Zentrum stehen: Superposition stetiger Funktionen, Funktionen, die eine bestimmte Differenzierbarkeitsbedingung erfüllen, lineare Superposition. Als typischer Satz dieser Theorie sei das überraschende Ergebnis von Kolmogoroff erwähnt, das besagt, dass sich jede stetige Funktion von  $n$  Variablen durch Superposition und Addition stetiger Funktionen einer Variablen ausdrücken lässt. Ein entsprechender Satz für stetig differenzierbare Funktionen gilt indessen nicht. Aber die im Buch dargelegten Ergebnisse gehen weit über diese Sätze hinaus. Der folgende Satz und vor allem sein Beweis lässt dies ahnen: Als «Gütemass einer Funktion», deren  $k$ -te partielle Ableitungen  $a$ -hölderstetig ( $0 < a \leq 1$ ) sind, führt Vitushkin die Charakteristik  $\chi(f) = q/n$  ( $q = k + a$ ,  $n$  Anzahl Variable). Es gibt nun Funktionen der betrachteten Klasse, die sich nicht durch Superposition von Funktionen einer höheren Charakteristik ausdrücken lassen. Der Beweis dieses Satzes, der vom Autor stammt, verwendet Begriffe wie «Kapazität», «Entropie» von kompakten Mengen in Funktionenräumen, also Begriffe der feinen Analysis.

Es ist ein hervorragendes Buch. Leser, die mit dieser Theorie nicht vertraut sind, tun gut daran, parallel zur Lektüre dieses anspruchsvollen Buches die im Buch zitierten Übersichtsartikel einzusetzen.

Th. Rychener

S. Stratila und L. Zsido: *Lectures on von Neumann Algebras*. 478 Seiten, £26.50. Editura Academiei und Abacus Press, Bucuresti und Tunbridge Wells 1979.

In diesem Buch werden sehr eingehend die fundamentalen Aspekte der Theorie der Von-Neumann-Algebren behandelt. Voraussetzung zum Lesen sind solide Grundkenntnisse in der Funktionalanalysis, insbesondere in der Theorie der linearen Operatoren. Das Buch kann ausgezeichnet als Einstieg in eine selbständige mathematische Arbeit verwendet werden. Dies um so mehr, als dem Leser ein praktisch vollständiges Verzeichnis der auf dem behandelten Gebiet erschienenen Veröffentlichungen dargeboten wird. K. Weber

S. Flügge: *Mathematische Methoden der Physik I, Analysis*. VII und 339 Seiten, 30 Abbildungen, 89 Aufgaben und Lösungen, DM 48.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1979.

Das Buch behandelt die Methoden der reellen und komplexen Analysis, die in der Physik zur Anwendung kommen, in klarer, übersichtlicher und prägnanter Weise. Der Text ist in vier (etwa gleich grosse) Kapitel gegliedert:

I. Komplexe Funktionentheorie (Grundbegriffe, Dirac-Distribution, Gammafunktion, hypergeometrische und semikonvergente Reihen).

II. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen [homogen und inhomogen, Singularitäten, Rand- und Eigenwertprobleme, Integralgleichungen, Fourier-, Laplace- und Eulertransformation, Variationsrechnung (insbesondere das Ritz-Verfahren)].

III. Spezielle Funktionen (Zylinder- und Legendrefunktionen, Polynome aller Arten).

IV. Partielle Differentialgleichungen der Physik (homogene und inhomogene Helmholtzsche Differentialgleichungen, Greensche Funktionen, Kugelfunktionen und Drehgruppe, Vektorkugelfunktionen, Wellengleichung der Elektrodynamik).

Der Stil des Buches wirkt erfrischend: Es ist durchsetzt mit Hinweisen zu Anwendungen in der klassischen und der Quantenphysik. Einführungen zu Beginn der einzelnen Paragraphen tragen ebenfalls zur Motivation des Lesers bei.

A. Fässler

J.S. Rose: *A Course on Group Theory*. IX und 310 Seiten, £4.95. Cambridge University Press, 1978.

In seinem berühmten Buch über Galois-Theorie sagt E. Artin: "In modern mathematics the investigation of the symmetries of a given mathematical structure has always yielded the most powerful results. Symmetries are maps which preserve certain properties." Da die Symmetrieabbildungen einer Struktur eine Gruppe bilden, ist leicht einzusehen, weshalb die Gruppentheorie in der modernen Mathematik (und der Physik) eine so grosse Rolle spielt. Der Verfasser dieses ausgezeichneten Buches über die Theorie endlicher Gruppen stellt gerade diesen Gesichtspunkt, nämlich das Konzept der Operation einer Gruppe auf einer Struktur, in den Vordergrund. Auch innerhalb der Gruppentheorie hat sich ja bekanntlich dieser Aspekt in neuester Zeit als sehr fruchtbar erwiesen. Das Buch ist als Text zu einem zweiten Kurs über Gruppentheorie konzipiert. Ohne Zögern darf es jedem empfohlen werden, der an Gruppentheorie interessiert ist. Unter den 679 Aufgaben wird der Leser sicher auch genügend viele Probleme finden, an denen er seine Kräfte üben kann.

U. Stambach

L.J. Corwin und R.H. Szczarba: *Calculus in Vector Spaces*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, Band 52, X und 782 Seiten, Fr. 145.-. Dekker, New York 1979.

Die Autoren geben eine recht breite Darstellung der linearen Algebra und der Analysis in endlichdimensionalen Vektorräumen. Der Inhalt bewegt sich im Rahmen der ersten zwei Semester eines Mathematikstudiums. Es handelt sich hier um eines der wenigen Bücher, die mit Erfolg als Begleittext sowohl der Grundvorlesungen über lineare Algebra als auch derjenigen über Analysis verwendet werden können. Dies um so mehr, als die Autoren bemüht sind, die Verbindungen zwischen den Gebieten herauszuarbeiten. Das Buch enthält zahlreiche Aufgaben, deren Lösungen teilweise am Schluss beigefügt sind.

K. Weber

R.C. Lyndon und P.E. Schupp: *Combinatorial Group Theory*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 89, XIV und 339 Seiten, 18 Figuren, DM 72.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1977.

Fragen der algebraischen Topologie haben schon sehr früh darauf geführt, Gruppen durch Erzeugende und Relationen zu beschreiben. Aus diesem Ansatz heraus hat sich in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts die kombinatorische Gruppentheorie entwickelt. Es haben sich dabei nicht nur interessante algebraische Fragestellungen, sondern auch enge Beziehungen zum Gebiet der Logik (Wortproblem usw.) ergeben. Eine erste zusammenfassende Darstellung wurde 1966 von Magnus, Karras, Solitar geschrieben. Seit jener Zeit hat dieser Zweig der Gruppentheorie einen ungeahnten Aufschwung genommen, indem neue Methoden (small cancellation) und neue, sehr fruchtbare Beziehungen zur algebraischen Topologie entwickelt wurden. Das vorliegende Buch stellt den neuesten Stand (1977) dieses Gebietes dar, wobei auch eine detaillierte Übersicht über die Literatur gegeben wird. Die beiden Autoren haben ihre Arbeit an den einzelnen Kapiteln aufgeteilt, was man unschwer an Überschneidungen und grossen Stildifferenzen von Kapitel zu Kapitel feststellen kann. Aber dies, wie auch kleine Fehler (Vorsicht mit der gegebenen Definition von «aspherical»!), schmälert den Wert dieses Buches kaum. Es ist ein Standardwerk für den Spezialisten in diesem Gebiet.

U. Stambach