

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **44 (1989)**

Heft 4

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Aufgabe 1014. A circle meets each side of a regular n -gon, $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ in two points. The circle cuts side $A_i A_{i+1}$ (with $A_{n+1} = A_1$) in points B_i and C_i with B_i lying between A_i and A_{i+1} and C_i lying between B_i and A_{i+1} . Prove that

$$\sum_{i=1}^n |A_i B_i| = \sum_{i=1}^n |C_i A_{i+1}|.$$

S. Rabinowitz, Westford, USA

Aufgabe 1015. Die Zahlenfolge (a_n) ist durch $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ und die Rekursion

$$\begin{vmatrix} 1 & a_n & a_{n-1} \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 1 & a_{n-2} & a_{n-3} \end{vmatrix} = 1 \quad (n \geq 3)$$

gegeben. Man bestimme a_n als Funktion von n und berechne

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n/a_{n+1}).$$

J. Binz, Bolligen

Aufgabe 1016. Für nichtnegative reelle Zahlen x, y, z beweise man die Ungleichung

$$(\sqrt{(x+y+z)^2 + 4xyz} - x - y - z + 1)(yz + zx + xy) \geq 6xyz.$$

Wann genau gilt das Gleichheitszeichen?

W. Janous, Innsbruck, A

Literaturüberschau

R. Remmert und P. Ullrich: Elementare Zahlentheorie. 276 Seiten, Fr. 42.–. Birkhäuser, Basel, Boston 1987.

Adressaten dieser Einführung in die Zahlentheorie sind für einmal nicht Spezialisten, sondern Mathematik-Studenten in den mittleren Semestern sowie Mathematik-Lehrer, die ihre Kenntnisse in einem Teilgebiet der Mathematik wieder auffrischen möchten. So ist das Buch in die Reihe der Produktionen des Birkhäuser-Verlages zu stellen, mit denen primär die Bedürfnisse von Mathematik-Lernenden abgedeckt werden sollen. Für viele Sparten der Mathematik hat man bei den wissenschaftlichen Verlagen im deutschsprachigen Raum diese Sorte von Buch-Benutzern erst in letzter Zeit ausgemacht.

Das vorliegende Buch ist aus einer 4-stündigen Sommersemester-Vorlesung von R. Remmert an der Universität Münster hervorgegangen. Seiner Zielsetzung entsprechend ist es absichtlich etwas breiter angelegt; es kann daher als Vorlesungsbegleit Verwendung finden und ist zugleich auch für das Selbststudium gut geeignet.

Die einzelnen Kapitel und die wichtigsten Abschnitte tragen folgende Überschriften:

1. Primzerlegung in \mathbf{Z} und \mathbf{Q}
2. Theorie des grössten gemeinsamen Teilers in \mathbf{Z} (Verteilung der Primzahlen, multiplikative zahlentheoretische Funktionen)
3. Zahlentheorie in allgemeinen Integritätsbereichen (Polynom-Ringe, Euklidische Ringe)
4. Der g -adische Algorithmus (Sätze über g -adische Entwicklungen, insbesondere Dezimal-Entwicklungen)
5. Kongruenzen und Restklassenringe (Rechen-Proben, Anwendungen in der Kryptographie, Der chinesische Restsatz)
6. Prime Restklassengruppen (Elementare Gruppentheorie, Zyklische prime Restklassengruppen)
7. Theorie der quadratischen Reste.

Die Autoren haben es trefflich verstanden, mit den zahlentheoretischen Fakten eine Vorstellung der jeweils anfallenden algebraischen Strukturen zu verbinden. Die Beweise der wesentlichen Sätze folgen nicht immer eingefahrenen Wegen; der aufmerksame Leser begegnet mancher didaktischen Miniatur.

In die Entwicklungen sind zahlreiche historische Bemerkungen eingeflochten, die den Text etwas auflockern und dem Leser zugleich etwas vom Werden der Zahlentheorie mitgeben. Auch haben die Autoren an vielen Stellen interessante Ausblicke angebracht, die weiterführende Fragen aufwerfen und den Leser zum Weiterstudium der Zahlentheorie anregen. Beschlossen wird das Buch durch ein Namen-, ein Sach- und ein Symbol-Register, was dem Benutzer ein rasches Zurechtfinden in der Elementaren Zahlentheorie möglich macht. Damit leistet es auch als Nachschlagewerk für den Bereich der schulnahen Zahlentheorie gute Dienste.

Es ist zu hoffen, dass der Verlag die begonnene Reihe mit weiteren, ebenso exzellenten Vorlesungen zur Propädeutik des Mathematik-Studiums fortsetzen wird.

M. Jeger

W. Purkert und H. J. Ilgands: Georg Cantor, 1845–1918. Vita Mathematica, Band 1. 262 Seiten, 25 Abbildungen, Fr. 48.–. Birkhäuser, Basel, Boston, Stuttgart 1987.

Die vorliegende Biographie Georg Cantors zerfällt – wie die meisten Biographien von Wissenschaftlern – in zwei Teile, nämlich eine Darstellung und Würdigung seines Werkes einerseits und eine Lebensbeschreibung andererseits.

Die Teile des Buches, die sich mit Cantors mathematischen Arbeiten befassen, sind so geschrieben, dass sie von Studenten nach dem Vordiplom in Mathematik oder Physik gut verstanden werden können; und man kann aus dem Buch auch viel über Mengenlehre und transfiniten Zahlen lernen. Grossen Wert legen die Autoren darauf, die Entstehung von mathematischen Ideen zu verfolgen – so beschreiben sie ausführlich, in welcher Weise Fragen über Fouriarentwicklung die Anregung zur Entwicklung der Mengenlehre darstellten. In einem Ausblick wird die Entwicklung der Mengenlehre nach Cantor kurz skizziert und auch auf aktuelle Anwendungen mengentheoretischer Begriffsbildungen (Cantorsche Diskontinua bei "strange attractors") hingewiesen.

Der biographische Teil des Buches orientiert sich stark an den Originalquellen – nahezu auf jeder Seite des Buches, die sich mit Cantor's Leben oder Philosophie befasst, findet man wenigstens ein Zitat aus einem Brief Cantors oder eines seiner Zeitgenossen. Dieses Vorgehen macht sowohl die Stärke als auch die Schwäche des Buches aus. Man hat ab und zu das Gefühl, dass der Text Purkerts und Ilgands nur verbindende Bemerkungen zwischen den Zitaten darstellt (siehe etwa die Bemerkungen über das Glück seiner Ehe auf Seite 100/101), und bei einem derartigen Vorgehen ist es auch unmöglich, Cantors Leben oder Philosophie in den Kontext gesellschaftlicher Entwicklungen in der Zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts zu stellen. Andererseits sind die Quellen hervorragend recherchiert und zusammengestellt und bieten ein gutes Bild von Cantors Persönlichkeit und Lebenseinstellung. Dadurch, dass nicht nur Briefe von und an Cantor zitiert werden, sondern auch Briefe zwischen Anderen (insbesondere Felix Klein und Walther Dyck), die sich über Cantor äussern, kann man einen gewissen Eindruck von Cantors Ansehen in damaligen Mathematikerkreisen gewinnen. Die Autoren konnten auch neue Quellen erschliessen, die ein klareres Licht etwa auf Cantors manisch-depressive Erkrankung oder auf seine Bekanntschaft mit Julius Langbehn, einem etwas konfusen deutsch-völkischen Ideologen, werfen.

Das Buch ist ein guter Beginn der neuen Reihe „Vita Mathematica“ des Birkhäuser Verlages, die sich „etwa an Studierende der Mathematik, der Physik und der technischen Wissenschaften in den ersten bis mittleren Semestern, an Mathematik- und Physiklehrer, Mathematiker und Physiker, welche ihre Fachdisziplinen in ihrer Einbettung in die Kultur- und Geistesgeschichte kennenlernen und studieren möchten“ richtet (Zitat aus dem Vorwort des Herausgebers). Es ist eine wichtige Bereicherung der Literatur über Georg Cantor. Die beiden anderen mir bekannten neueren Biographien Cantors haben andere Zielsetzungen: Das Buch von Dauben [1] versucht mehr den allgemeinen Hintergrund der Entwicklung der Mengenlehre und der Theorie der transfiniten Zahlen zu erforschen und wendet sich eher an Mathematikhistoriker, und das Buch von Meschowski [2] nimmt die Biographie Cantors als Vorwand, um eine (an der historischen Entwicklung orientierte) Einführung in die Mengenlehre zu geben.

Die vorliegende Ausgabe des Buches von Purkert und Ilgands ist eine überarbeitete und erweiterte Fassung des 1985 beim Teubner Verlag, Leipzig erschienenen Titels. Da bei dieser Lizenzausgabe leider vergessen wurde, im Namenindex neben Geburts- und Sterbedatum auch die relevanten Seitenzahlen anzugeben, ist für viele Zwecke die ursprüngliche Ausgabe des Teubner Verlages (in der es diese Seitenangaben gibt) nützlicher.

1. Dauben, J. W.: Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite. Cambridge (Mass.), London 1979.
2. Meschkowski, H.: Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors. Braunschweig 1967.

H. Knörrer

M. Dehn: Papers on Group Theory and Topology. Translated and Introduced by J. Stillwell. VIII und 396 Seiten, 151 Figuren, DM 78,-. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo 1987.

Der vorliegende Band gibt einen Querschnitt durch das Werk von Max Dehn (1878–1952), dessen Beiträge zur Topologie von fundamentalem Interesse sind. Man findet acht Originalarbeiten, davon drei bis anhin nicht publizierte Beiträge, alle ins Englische übersetzt und mit prägnanter Einführung sowie Kommentar versehen. Das Buch ist für jeden historisch interessierten Mathematiker von Interesse und bietet vor allem auch dem geometrisch orientierten Gruppentheoretiker viel. In einem Anhang präsentiert J. Stillwell einen eleganten Beweis des „Dehn-Nielsen“-Theorems, ganz im Sinne von Max Dehn, der jedoch den Beweis des Satzes nie selbst publiziert hat.

G. Mislin

B. Eckmann: Selecta. XII und 835 Seiten, DM 178,-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1987.

Anlässlich der Feier des siebenzigsten Geburtstages von Professor Beno Eckmann stellten M.-A. Knus, G. Mislin und U. Stammbach die vorliegende Auswahl aus dem umfangreichen und vielfältigen Schaffen des Jubilars zusammen. Der Band enthält neben Forschungsarbeiten aus den Gebieten der Algebraischen Topologie, Homotopietheorie, Homologischen Algebra, Gruppentheorie, Differentialgeometrie und Kategorientheorie auch die Texte der Antrittsvorlesungen, welche Herr Eckmann in Lausanne und in Zürich hielt, und verschiedener Übersichtsvorträge. Letztere dürften manchem Leser eine willkommene Hilfe sein, neuere Entwicklungen der Algebra kennenzulernen.

R. Strelbel

S. Lang: Undergraduate Algebra. Undergraduate Texts in Mathematics. IX und 256 Seiten, 3 Figuren, DM 84,-. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo 1987.

Vom Autor des vorliegenden Bandes existiert ein 1965 erstmals und 1984 in zweiter Auflage erschienenes Werk „Algebra“, das für den „graduate level“ konzipiert ist. Das hier zur Rezension stehende, flüssig geschriebene Buch „Undergraduate Algebra“ richtet sich seinem Titel gemäss an Anfänger. Es deckt – vielleicht mit einigen kleineren Abweichungen – inhaltlich den Stoff ab, der auch hierzulande in den Vorlesungen „Algebra I/II“ behandelt wird: Elementare Gruppentheorie (ohne die Sylow-Sätze, aber mit dem Struktursatz für endliche Abelsche Gruppen), Ringe (inkl. faktorielle Ringe sowie Partialbruchzerlegung), Körper (einschliesslich endliche Körper und Galois-Theorie; hier wird die notwendige Bedingung für die Auflösbarkeit einer Gleichung durch Radikale hergeleitet).

An Besonderheiten sei zunächst erwähnt, dass der Autor nicht voraussetzt (obwohl er es an sich als zweckmässig erachtet), dass der Leser Kenntnisse aus der Linearen Algebra mitbringt. Deshalb erscheint mitten im Text ein Kapitel über Vektorräume und Moduln; als Anwendung werden die Gruppen GL_2 und SL_2 besprochen. Für unsere Verhältnisse etwas ungewohnt ist auch die Aufnahme eines Kapitels über reelle und komplexe Zahlen, das unter anderem die Konstruktion von \mathbb{R} mittels Cauchy-Folgen und einen analytischen Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra enthält. Ein Kapitel über Mengenlehre behandelt u. a. das Zornsche Lemma und Kardinalzahlen. Das Buch enthält viele Beispiele und über 300 Übungsaufgaben (ohne Lösungen).

Schliesslich sei noch festgehalten, dass vor allem in den ersten Kapiteln eine recht grosse Überschneidung mit dem Buch „Algebraic Structures“ desselben Autors besteht, welches auch in deutscher Übersetzung als „Algebraische Strukturen“ (Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1979) erschienen ist.

H. H. Storrer

K. T. Smith: Power Series from a Computational Point of View. Universitext. VIII und 132 Seiten, DM 45,-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, London, Tokyo 1987.

Ce petit volume est plus une introduction par les séries à la théorie des fonctions d'une variable complexe qu'une étude des séries de puissances d'un point de vue numérique. Les quelques calculs de restes effectués par l'auteur ne justifient pas, à mon avis, le titre assez accrocheur.

A part cela, le livre est agréable à lire, sans être particulièrement original. Les titres des chapitres, Polynômes de Taylor, Suites et séries, Séries de puissances et différentiabilité, Etude locale des fonctions analytiques et Prolongement analytique, donnent une idée plus précise du contenu.

L'auteur a un style très détendu. Les fautes de frappe restent dans des limites raisonnables.

M.-A. Knus