Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 1 (1899)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOTION, NATURE ET ENSEIGNEMENT DES RÈGLES DE LA MULTIPLICATION

Autor: Baron, Raoul

Kapitel: Conclusion

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1238

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Plus directement encore : Deux biradiales égales et coplanaires sont nécessairement comprises entre deux autres biradiales égales et coplanaires ; deux biradiales égales non-coplanaires ne sont pas nécessairement comprises entre deux autres biradiales égales, mais *peuvent* l'être. Dans ce dernier cas, elles représentent quatre vecteurs en proportion géométrique aussi parfaite que s'il y avait co-planarité. — On pourrait dire qu'il y a co-planarité *virtuelle*, dont l'*actuelle* n'est qu'un cas plus particulier.

Un angle solide tétraédrique à faces articulées formant des angles dièdres essentiellement variables, de zéro à 180 degrés, et sur les arêtes desquels on prend les 4 vecteurs : 1, V', V'', x ; tel est, dans l'espace, le dispositif impeccable de la multiplication $V' \times V'' = V'' \times V' = x$.

Il en résulte effectivement l'égalité des faces opposées, dans l'angle tétraèdre susdit.

CONCLUSION

Lorsque quatre grandeurs peuvent se coupler deux à deux et peuvent donner lieu à *certaines analogies*, en passant d'un couple à l'autre, on se trouve en présence d'une PROPORTION.

L'enseignement mathématique manque malheureusement de terme générique pour englober les divers *rapports* que les grandeurs sont susceptibles d'entretenir. On dit bien, en langue courante : « A est à B, comme a est à b. » — Mais, jusqu'à présent du moins, on ne voit pas clairement ce que c'est que ETRE A... ?

Il serait peut être inconvenant de dire que la *métaphysique* est la lèpre de l'esprit humain... Je me contenterai donc de soutenir que la démangeaison de l'abstrait, que le prurit de la généralisation illimitée a un inconvénient proverbial :

« Trop gratter cuit ! »

Ainsi j'avais cru un instant, à tort, que le langage le meilleur pourrait être le suivant :

« A est fonction de B, comme a est fonction de b. »

Cela conduirait très simplement, en effet, à ramener toutes les proportions, à l'idée fondamentale : $y = f(x)$. A étant une cer-

taine valeur de y pour $x = B$; a étant une seconde valeur de y pour $x = b$; il y a quelque raison de poser : A est à B comme a est à b.

§ 14. Le premier cas résulte de la fonction élémentaire $y = x + K$, K étant une constante finie, positive ou négative. — Dès lors : A est à B, comme a est à b, signifie proprement que A dépasse B, comme a dépasse b.

Ce genre de rapport, par équidifférence, n'exclut pas la diversité des objets comparés, de groupe à groupe. Ainsi il n'est pas douteux que 8 chapeaux est à 6 chapeaux, comme 15 lampes est à 13 lampes, en ce sens que le même *excédent* de deux unités se retrouve ici et là. C'est précaire, mais cela existe.

La fonction élémentaire $y = Kx$ nous fait passer des rapports par équidifférence aux rapports équiquotientiels. Cette fois : A contient B comme a contient b.

Mais on aurait tort de considérer d'autres fonctions élémentaires quelconques, à moins d'en donner un motif mathématiquement plausible.

Peut-on admettre, par exemple, que 4 soit à 16, comme 7 est à 49, en ce sens que 4 est racine carrée de 16 comme 7 l'est de 49 ?

Peut-on supposer que $\frac{2}{3}$ soit à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ comme $\frac{1}{2}$ est à $\frac{1}{\sqrt{2}}$, sous prétexte que l'angle de 60 degrés a pour sinus $\frac{\sqrt{3}}{2}$, au même titre que l'angle de 45 degrés a $\frac{1}{\sqrt{2}}$?

C'est en examinant impartialement ces questions que l'on est amené à découvrir le *quid proprium* des proportions dignes de ce nom, savoir : la possibilité de changer de place les *moyens* ou les *extrêmes*. Dès lors l'expression large : *Est à comme... est à*, se réduit subitement à l'équidifférence et à l'équiquotient. $A - B = a - b$, ou bien $\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$. Voilà tout.

§ 15. Autrefois on écrivait en style de proportions, au moyen de points séparés ou groupés par deux ou par quatre. On ne traduisait malheureusement que par les mots : *Est à, comme, est à...* Ce fut donc un réel progrès que de traduire en style d'équa-

tions, au moyen du signe canonique : (=), par des algorithmes distincts :

$$\begin{cases} A - B = a - b ; & \text{d'où} \quad A - B + b - a = 0, \quad \text{d'une part.} \\ \dfrac{A}{B} = \dfrac{a}{b} ; & \text{d'où} \quad \dfrac{A \times b}{B \times a} = 1, \quad \text{d'autre part.} \end{cases}$$

Pédagogiquement, il faut le répéter cent fois, cela veut dire que nous ne connaissons, en mathématiques élémentaires ou supérieures, que deux opérations *officiellement* commutatives : l'addition et la multiplication, et que cette vérité revient à affirmer que *zéro* est logarithme de *un*, dans tous les systèmes possibles et concevables !

(La somme des moyens = la somme des extrêmes ;
(Le produit » » = le produit » »

Tel est le bilan de nos connaissances sur les proportions non abusivement conçues.

Il s'agissait donc de voir, à ce point de vue précis, l'extension *maxima* de la proportion par quotient, autrement dit : « l'égalité propre de deux rapports quotientiels obtenus par des constructions géométriques. »

§ 16. C'est à ce moment que se présente à l'esprit du philosophe-mathématicien l'*indissolubilité* des deux conceptions : direction et grandeur, grandeur et direction, sans hiérarchie prédilective... — Retenez bien cela.

Au reste, s'il y avait une préséance rationnelle, il faudrait placer la *direction* avant la *grandeur* (géométrique).

On arrive, de proche en proche, à cette proposition remarquable, savoir : « que le *multiplicateur* doit *tourner* autour de l'UNITÉ, comme le *produit*, lui aussi, doit tourner autour du MULTIPLICANDE, en conservant un rapport quotientiel défini et une divergence angulaire définie. » Bref : « le lieu géométrique des situations du produit est un cône circulaire droit tout pareil au lieu géométrique des situations du multiplicateur, chacune à chacune. »

En somme l'unité est une longueur-unité et un *axe* fondamental ; le multiplicande est une longueur-unité (secondaire) et un axe secondaire. C'est autour de ces deux axes que tournent res-

pectivement le multiplicateur et le produit, de façon à conserver une solidarité déterminable en chaque position, et avec *criterium* de réversibilité parfaite.

Cette solidarité relève de la Cinématique ; et nous l'avons *matérialisée* au moyen d'une *bielle* non décrite jusqu'à ce jour, sauf erreur bibliographique et facile à corriger.

Il en résulte une généralisation non abusive des vecteurs *co-planaires* en vecteurs *syntropiques*, dont les co-planaires ne sont plus qu'une photographie instantanée et casuelle. — Cette idée paraît féconde.

§ 17. La composition des « couples » ne doit pas, en effet, donner une solution double, à moins que les rotations ne soient *successives*. La « parodie » sphérique de l'aboutage des vecteurs α et β, donne $(\alpha + \beta)$ différent de $(\beta + \alpha)$; mais l'aboutage n'est pas le type exclusif de l'addition des vecteurs ni des arcs. Une parodie meilleure est celle du parallélogramme des forces.

Il faut donc donner aux deux arcs-vecteurs la même origine, terminer le triangle sphérique et mener un arc médian que l'on prolonge ensuite d'une quantité égale à lui-même. Tel est l'analogue de la *diagonale* représentant la résultante *unique*.

Plus directement, dans l'espace, on construira un angle solide tétraèdre, ayant des faces opposées égales. Sur les arêtes il sera toujours possible de prendre quatre longueurs formant deux biradiales égales comprises entre deux autres biradiales égales.

Cette intuition géométrique est au-dessus des *impedimenta* de l'analyse : il m'importe peu que l'on calcule ou que l'on ne calcule point au moyen de symboles tétralogiques qualifiés *quaternions*. — Une muraille de Chine, fort respectueuse sans aucun doute, environne pour moi le céleste Hamilton, soit dit sans ironie. — Ce qu'il faut professer avant tout, c'est le QUATERNION ancestral de la « proportion géométrique » intelligible par soi-même, avant toutes les algèbres...

§ 18. Et puisque je prononce en finissant ce mot au pluriel, les ALGÈBRES, je tiens à dire que la grande conception d'A. Comte au sujet du calcul des « fonctions indirectes » est plus scientifique que jamais. Introduire artificiellement dans le calcul des algorithmes quelconques, et les faire disparaître en fin d'opéra-

tions comme un échafaudage provisoire ; tout le génie de l'analyse est là. Pédagogiquement je voudrais donc que la méthode infinitésimale, celle des quaternions et autres... fussent exposées en bloc par le professeur historien.

Il aurait qualité pour faire voir que la langue des calculs est fort souvent circonlocutionnelle ou périphrastique, mais que cela n'a rien de compromettant, en ce sens que nos conceptions fondamentales des choses restent toujours telles quelles.

Les algébristes *pur sang* sont comme les banquiers : ils travaillent sur des symboles ; et leurs spéculations ne valent que par la possibilité de retraduire le tout en langage économique réel.

RAOUL BARON (Paris).

SUR LA MÉTHODE EN GÉOMÉTRIE

D'APRÈS M. JACQUES HADAMARD

Bien que le livre tout entier mérite assurément qu'on s'y arrête, je ne veux parler ici que de quelques pages des *Leçons de Géométrie* de M. Jacques HADAMARD : elles ont pour titre : *Sur la méthode en Géométrie*, et les conseils qu'elles contiennent doivent être médités par les élèves et par les maîtres. Dégager la méthode de recherche, les objets sur lesquels doit se fixer l'attention ; contribuer ainsi à l'éducation de cette faculté, c'est-à-dire à la fois de la volonté et de l'intelligence, tel est le but de l'auteur ; ce but, tous les maîtres dignes de ce nom, qui croient que la science donne de la vigueur aux esprits qui s'en nourrissent, doivent l'avoir devant les yeux.

Cette éducation de l'attention, pour ce qui est des mathématiques, se fait par l'habitude même de la recherche et par une bonne direction donnée à l'habitude. C'est cette direction qui est l'objet propre de M. Hadamard. Il est certain qu'elle peut résulter, au moins pour les meilleurs esprits, de l'habitude elle-même, de l'étude du cours, de l'application de ce cours à des exercices