

# BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **1 (1899)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# BIBLIOGRAPHIE

---

**Encyklopædie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen.** — Mit Unterstützung der kaiserlichen und kœniglichen Akademien der Wissenschaften zu Mûnchen und Wien und der kœniglichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Gœttingen, sowie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen; herausgegeben von Dr H. BURKHARDT, o. Professor der Mathematik an der Universitât Zûrich, und Dr W. FRANZ MEYER, o. Professor der Mathematik an der Universitât Kœnigsberg i. Pr. En six volumes gr. in-8° (prix du volume : environ 20 francs) B. G. Teubner, Leipzig, 1898. — t. I ARITHMETIK UND ALGEBRA, redigiert von W. Franz Meyer. Erstes und zweites Heft. (224 S.)

Plusieurs publications<sup>(1)</sup> ont été fondées, surtout ces dernières années, dans le double but d'orienter le mathématicien dans le vaste domaine des sciences exactes et de lui faciliter les travaux dans le domaine restreint de ses recherches personnelles.

Cependant il restait à faire un travail de la plus haute importance : celui de présenter, sous forme de résumés synthétiques, l'état actuel de la science, de dresser pour ainsi dire un inventaire des résultats acquis dans les différentes branches.

Ce travail vient d'être entrepris par MM. FR. MEYER, professeur à l'Université de Kœnigsberg et H. BURKHARDT, professeur à l'Université de Zurich. Il sera publié sous le titre de : ENCYKLOPÆDIE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

Pour aplanir les nombreuses difficultés que devait présenter un ouvrage de cette nature, les deux rédacteurs se sont assuré le concours d'une commission déléguée par les Académies des Sciences de Munich et de Vienne et par la société royale des sciences de Gœttingue, et composée de MM. W. DYCK (Munich), G. V. ESCHERICH (Vienne), F. KLEIN (Gœttingue), L. BOLTZMANN (Vienne), et H. WEBER (Strasbourg).

---

(1) Parmi les publications de cette nature on doit classer : 1° le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, dirigé par M. LAMPE, le *Bulletin des sciences mathématiques*, dirigé par MM. DARBOUX et TANNERY, et la *Revue semestrielle des publications mathématiques*, publiée par la Société mathématique d'Amsterdam; ces revues donnent le résumé des publications mathématiques, périodiques ou autres; 2° le *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, fondé par la Société mathématique de France; 3° les *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker Vereinigung*; on y trouve chaque année un rapport sur les progrès de telle ou telle branche des sciences mathématiques; 4° le *Synopsis der höheren Mathematik*, sorte d'encyclopédie limitée aux mathématiques supérieures, rédigée par M. HAGEN; 5° l'*Intermédiaire des mathématiciens*, fondé et dirigé par MM. LAISANT et LEMOINE.

Quant à l'exécution même du travail MM. Meyer et Burkhardt se sont adressés à de nombreux collègues. L'ensemble des collaborateurs choisis parmi les mathématiciens les plus en vue dans les divers pays, fait de cette encyclopédie une œuvre vraiment internationale.

Grâce à ces précautions, cette publication sera rédigée dans chacune de ses parties par des personnes d'une compétence incontestée, et pourra être terminée dans un temps relativement restreint (en six ans).

D'après le plan général adopté par les rédacteurs, cet ouvrage ne sera pas un simple dictionnaire encyclopédique, ainsi qu'il en avait d'abord été question dans un premier projet présenté au congrès des mathématiciens allemands, tenu à Vienne en 1894. A l'ordre alphabétique on a préféré *l'ordre logique des matières* <sup>(1)</sup>. Cette façon de procéder offre de grands avantages. Elle permet de mettre en relief les principes fondamentaux qui caractérisent chaque branche particulière et de présenter dans un ordre méthodique les propriétés les plus importantes qui s'y rattachent. Quant aux démonstrations il va de soi qu'on a dû renoncer à les reproduire.

L'encyclopédie comprendra six volumes. Les deux premiers fascicules du premier volume seuls viennent de paraître. Avant d'en indiquer le contenu nous croyons devoir énumérer les grandes divisions de l'ouvrage complet :

Tome I. — ARITHMÉTIQUE ET ALGÈBRE. — A. Arithmétique. — B. Algèbre. — C. Théorie des nombres. — D. Calcul des probabilités et méthode des moindres carrés. — E. Calcul des différences.

Tome II. — ANALYSE. — A. Analyse des variables réelles. — B. Analyse des variables complexes.

Tome III. — GÉOMÉTRIE. — A. Théories purement géométriques. — B. Principes fondamentaux de l'application de l'algèbre et de l'analyse à la géométrie. — C. Géométrie des formes algébriques. — D. Géométrie infinitésimale.

Tomes IV et V. — MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES. — A. Applications à la mécanique et aux questions de mécanique technique. — B. Applications à la physique et aux questions de physique technique. — C. Applications à l'astronomie et à la géodésie. (Ces divisions n'ont encore qu'un caractère provisoire.)

Tome VI. — A. HISTOIRE, PHILOSOPHIE, DIDACTIQUE. — B. Coup d'œil sur le développement des sciences mathématiques pendant le XIX<sup>e</sup> siècle. — C. Registres alphabétique et autres.

Comme le montre ce tableau, il a été accordé une place importante aux mathématiques appliquées. A ce point de vue l'encyclopédie sera d'un précieux secours non seulement à ceux qui cultivent les mathématiques dans un

---

(1) On constate avec regret que dans un ouvrage de ce genre on n'ait pas tenu compte de la classification, ou tout au moins de la notation, adoptée par la *Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*. Il est vrai que cette question a été examinée avec beaucoup de soin, et que les rédacteurs ne l'ont abandonnée que parce que cette nomenclature ne cadrerait pas avec le but de leur ouvrage. Mais, ne serait-il pas possible, dans la suite, d'accompagner les différents articles de la notation du Répertoire? Dans tous les cas une table spéciale placée à la fin du dernier volume et dans laquelle les matières seraient rangées d'après cette classification, rendrait de grands services à bien des personnes. C'est là une proposition que nous nous permettons de soumettre à la commission de l'Encyclopédie.

but purement scientifique, mais encore à tous ceux qui se servent de cette branche en vue des applications aux sciences techniques.

Afin de faciliter les comptes rendus ultérieurs nous reproduisons ici le plan détaillé du premier volume avec les noms des collaborateurs qui ont été chargés de la rédaction de ses différentes parties.

A. ARITHMETIK. — 1. Grundlagen der Arithmetik : H. SCHUBERT in Hamburg. — 2. Kombinatorik : E. NETTO in Gießen. — 3. Irrationale Zahlen und Konvergenz unendlicher Prozesse : A. PRINGSHEIM in München. — 4. Komplexe Zahlen : E. STUDY in Greifswald. — 5. Mengenlehre : A. SCHOENFLIES in Göttingen. — 6. Endliche diskrete Gruppen : H. BURKHARDT in Zürich. — 7. Numerisches Rechnen : R. MEHMKE in Stuttgart.

B. ALGEBRA. — 1. Grundlagen : *a, b*). Rationale Funktionen : E. NETTO in Gießen. — *c*). Algebraische Gebilde : G. LANDSBERG in Heidelberg. — 2. Invariantentheorie : W.-FR. MEYER in Königsberg. — 3. Gleichungen : *a*). Separation und Approximation der Wurzeln : C. R. RUNGE in Hannover. — *b*). Rationale Funktionen der Wurzeln : K.-TH. VAHLEN in Königsberg. — *c, d*). Galois'sche Theorie und Anwendungen derselben : O. HÄLDER in Königsberg. — *e*). Gleichungssysteme : K. TH. VAHLEN in Königsberg. — *f*). Endliche Gruppen linearer Substitutionen : P. WIMAN in Lund.

C. ZAHLENTHEORIE. — 1. Niedere Zahlentheorie : P. BACHMANN in Weimar. — 2. Theorie der Formen : K. TH. VAHLEN in Königsberg. — 3. Analytische Zahlentheorie : P. BACHMANN in Weimar. — 4. Algebraische Zahlen : D. HILBERT in Göttingen. — 5. Arithmetische Theorie algebraischer Grössen : G. LANDSBERG in Heidelberg. — 6. Komplexe Multiplikation : H. WEBER in Strassburg.

D. WAHRSCHEINLICHKEITS- UND AUSGLEICHUNGSRECHNUNG. — 1. Wahrscheinlichkeitsrechnung : E. CZUBER in Wien. — 2. Ausgleichungsrechnung : J. BAUSCHINGER in Berlin. — 3. Interpolation : J. BAUSCHINGER in Berlin. — 4. Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung : L. v. BORTKEWITSCH in Strassburg.

E. DIFFERENZENRECHNUNG. — Differenzenrechnung : D. SELIWANOFF in St.-Petersburg.

Les deux fascicules parus comprennent les six premiers numéros de la lettre A. M. Schubert expose d'abord les principes fondamentaux des opérations arithmétiques; puis vient l'analyse combinatoire avec ses applications aux déterminants, rédigée par M. Netto. L'article 3, dû à M. Pringsheim, comprend les nombres irrationnels et la convergence des séries et des produits infinis. Il est divisé en quatre parties : *a*) nombres irrationnels; *b*) la notion de limite; *c*) séries infinies; *d*) produits infinis, fractions continues, déterminants.

Dans l'article 4, M. Study résume la théorie des quantités complexes ordinaires ou quantités imaginaires, puis il donne un exposé très complet des systèmes de quantités complexes. Vient ensuite la théorie des ensembles qui, bien que relativement récente, a déjà pris une place importante dans la science mathématique. M. Schoenflies a su condenser en une vingtaine de pages les propriétés fondamentales de cette théorie. Le deuxième fascicule

se termine par l'article 6, consacré aux groupes finis de substitutions et rédigé par M. H. Burkhardt.

Malgré l'espace fort limité réservé à chaque branche, les questions sont traitées d'une façon très complète. L'exposé est présenté avec méthode, précision et clarté. Ce sont là des qualités indispensables à un ouvrage encyclopédique.

Les auteurs ont apporté un grand soin aux indications bibliographiques, afin de permettre au lecteur de se reporter aux mémoires fondamentaux relatifs au sujet traité.

La lecture des deux premiers fascicules donne déjà une excellente idée de ce que sera l'*Encyklopaedie der mathematischen Wissenschaften* et des services que cette publication pourra rendre à tous ceux qui s'occupent de sciences mathématiques.

Cette œuvre est certainement la plus importante qui ait été entreprise ces dernières années. Aussi doit-on féliciter MM. Meyer et Burkhardt d'en avoir pris l'initiative et d'être parvenus à vaincre les nombreuses difficultés qu'ils ont dû rencontrer dans la réalisation de leur projet.

H. FEHR.

B. LEFEBVRE, S. J. — **Cours développé d'Algèbre élémentaire**, précédé d'un *Aperçu historique sur les origines des Mathématiques et suivi d'un Recueil d'exercices et de problèmes*. 2 vol. gr. in-8° (t. I, Calcul algébrique, XLIX-320 p., 1898 ; t. II, Equations, Progressions, Logarithmes, 544 p.) ; Prix : 10 fr. ; Namur, Wesmael-Charlier.

La littérature mathématique offre malheureusement trop peu d'exemples du genre d'ouvrages auquel appartient le Cours du P. Lefebvre. Ce n'est pas un simple manuel strictement limité à une sèche exposition de la science algébrique ; c'est un ample commentaire, enrichi des fruits d'une longue pratique de l'enseignement et d'une érudition consommée. Le *Cours développé* s'adresse aux maîtres. Pour les élèves, l'auteur a publié (1897) une édition abrégée, renfermant les mêmes matières et disposée d'après le même plan : elle sert déjà de livre de texte dans un bon nombre de collèges belges. Assurément le professeur qui saura tirer parti des richesses considérables accumulées dans les deux volumes du Cours développé, donnera à ses leçons, alors même que tout autre moyen d'information lui ferait défaut, une précision et un intérêt qui ne se rencontrent pas souvent dans l'enseignement secondaire.

Le P. Lefebvre montre un grand souci de la rigueur des définitions et des démonstrations. Sous ce rapport, l'ouvrage est à la hauteur des progrès les plus récents. Peut-être même la recherche de l'exactitude sera-t-elle de nature à rebuter quelque peu, dans les commencements, les plus jeunes élèves.

Le plan général est, lui aussi, en harmonie parfaite avec les tendances les plus modernes. Dès les premiers préliminaires du Cours, les quantités négatives, abstraites et concrètes sont minutieusement étudiées. Le binôme de Newton est traité de bonne heure par les simples règles de la multiplication. Le calcul des radicaux du second degré y est traité en sa place propre, dans la théorie générale du calcul algébrique. Ce ne sont pas là les seules concordances que nous avons relevées entre les vues si justes développées tout récemment par M. Laisant dans son ouvrage remar-

quable, *la Mathématique*, et les améliorations suggérées au P. Lefebvre par son expérience de l'enseignement.

Signalons encore les développements et les soins donnés aux premières notions sur les limites, à la théorie des imaginaires, au calcul pratique des déterminants, à la théorie des maxima et des minima, aux équations du second degré à plusieurs inconnues.

Les exercices disséminés dans le corps de l'ouvrage et ceux qui forment un vaste recueil à la fin de chaque volume méritent une mention toute spéciale. Bon nombre de problèmes y sont signés des noms les plus illustres dans l'histoire des Mathématiques ; une foule de questions ont des données réelles, empruntées à la Physique, à l'Astronomie et à d'autres sciences ; enfin peu ou point de ces questions banales qui rendent si rebutantes et parfois si ridicules les listes de problèmes. Le recueil des exercices contient plusieurs milliers de questions, munies très souvent de leur clef de solution et accompagnées fréquemment de précieux renseignements historiques. Ce recueil a été signalé aux professeurs de l'enseignement moyen par M. Mansion dans le journal *Mathesis* ; pour qui connaît l'extrême souci de la rigueur et la sûreté d'information qui distinguent le savant professeur de Gand, cette recommandation est un précieux éloge.

Aux yeux des maîtres, un des principaux mérites de l'ouvrage du P. Lefebvre se trouvera, pensons-nous, dans la partie historique.

Un aperçu assez long sur la naissance et les développements successifs de l'Algèbre et des Mathématiques élémentaires ouvre le premier volume. Les sources les plus authentiques et les plus récentes y sont mises à contribution, entre autres les savantes recherches publiées par le *Bulletin* de MM. Darboux et Tannery. Plus d'un lecteur français y sera surpris de constater combien l'Algèbre est redevable aux vieux analystes de son pays, et d'apprendre à connaître en particulier Oresme, le remarquable précurseur de Descartes, et Chuquet, lui aussi encore presque inconnu en France et qui mérite, par son *Triparty es la science des nombres* (1894) le titre de Père de l'Algèbre française.

Mais ce n'est pas dans cette vaste introduction seulement que le P. Lefebvre prodigue les trésors d'érudition qu'il a patiemment accumulés. Tout le long de l'ouvrage, des notes fréquentes et développées remontent jusqu'aux origines les plus lointaines de toutes les questions importantes. N'en donnons comme exemple que la dissertation du tome II (p. 462 et suiv.) sur une nouvelle étymologie du mot *Algèbre*. Souvent même, c'est dans le texte que l'auteur est amené à discuter l'histoire de certaines théories. C'est ainsi qu'il fait voir les différences caractérisées entre la méthode de Fermat et celle de Huyghens pour le calcul des maxima et minima, méthodes souvent regardées comme identiques. C'est ainsi encore qu'une longue étude historique et critique est consacrée à la méthode de Bezout pour la résolution des équations simultanées du 1<sup>er</sup> degré : actuellement encore beaucoup de traités français ne signalent pas l'échec apparent de la méthode dans certains cas particuliers, tandis que les analystes d'outre-Rhin relèvent ces exceptions et contestent toute valeur à ce qu'ils appellent la *méthode française*. Le P. Lefebvre expose très bien la modification due à Gergonne et montre que la méthode ainsi modifiée n'échoue jamais.

V. SCHAFFERS (Louvain),

Docteur en Sciences physiques et mathématiques.

**Œuvres complètes de Laplace**, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences. Par MM. les Secrétaires perpétuels ; — T. XII ; Paris, Gauthier-Villars, 1898.

Ce volume, qui fait partie de l'édition nouvelle des œuvres de l'illustre géomètre, entreprise et régulièrement poursuivie depuis plusieurs années déjà, contient des mémoires extraits des Recueils de l'Académie des Sciences de Paris et de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France. Nous nous bornerons ici à en indiquer la liste :

Deux mémoires sur le flux et le reflux de la mer (3-128 et 473-548) ; Mémoire sur les mouvements des corps célestes autour de leurs centres de gravité (129-190) ; Mémoire sur les équations séculaires des mouvements de la Lune, de son apogée et de ses nœuds (191-236) ; Mémoire sur le mouvement des orbites des satellites de Saturne et d'Uranus (237-256) ; Mémoire sur la théorie de la lune (257-266) ; Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes (267-300) ; Mémoire sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres et sur leur application aux probabilités (301-348) ; Supplément au mémoire sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres (349-356) ; Mémoire sur les intégrales définies et leur application aux probabilités, et spécialement à la recherche du milieu qu'il faut choisir entre les résultats des observations (357-414) ; Mémoire sur la figure de la Terre (415-458) ; Addition au Mémoire sur la figure de la Terre (459-472) ; Mémoire sur le développement de l'anomalie vraie et du rayon vecteur elliptique, en séries ordonnées suivant les puissances de l'excentricité (549-566).

A. REBIÈRE. — **Les savants modernes, leur vie et leurs travaux**, d'après les documents académiques choisis et abrégés ; 1 vol. VIII-455 p., 38 portraits ; prix : 5 francs ; Paris, Nony, 1899.

« Combien ai-je vu d'anciens candidats à l'École polytechnique, qui, connaissant fort bien un traité d'algèbre classique et n'ayant rien lu au delà, ignoraient les noms d'Euler et de Bernoulli, et mettaient sur le même plan dans leur souvenir Newton et Bezout, Descartes et Budan, Cauchy et Sarrus. »

Les progrès ont été lents depuis que M. J. Bertrand écrivait ces lignes piquantes. Nos étudiants savent peu l'histoire des sciences, et nous croyons devoir leur signaler un livre récent de M. Rebière, aussi instructif qu'intéressant.

Il s'étend aux mathématiciens <sup>(1)</sup>, aux physiciens et aux naturalistes, mais il ne porte que sur une soixantaine de savants, les plus importants, et il ne dit sur chacun que ce qu'il est indispensable de savoir. Cette sobriété de bon aloi est à remarquer et à louer. C'est un premier aperçu qu'on pourra compléter plus tard.

Après quelques lignes résumant la biographie, les découvertes et la

---

(1) Mathématiciens et astronomes étudiés : Cassini, Huygens, Newton, Leibniz, les Bernoulli, Euler, Clairaut, d'Alembert, Lagrange, Herschel, Monge, Laplace, Delambre, Legendre, Carnot, Fourier, Gauss, Poncelet, Cauchy, Chasles et Le Verrier.

bibliographie, chaque notice est composée d'extraits académiques où sont exposées les découvertes capitales, les idées de génie, et qui nous font connaître aussi le moral et le physique du savant, sa vie familière. M. Rebière compilateur scrupuleux, n'a puisé qu'aux sources sûres ; il a voulu que les savants soient racontés et jugés par leurs pairs, et en particulier par les secrétaires perpétuels de l'Académie des sciences.

L'introduction traite de l'Académie et comprend les courts chapitres suivants : la science antique ; les grands précurseurs ; l'ancienne Académie des sciences ; l'Institut et la nouvelle Académie ; les prix et les lauréats ; les documents académiques ; les secrétaires perpétuels.

Ajoutons que le volume est élégamment imprimé et orné d'une collection de portraits, comme on l'a vu d'après le titre.

MORITZ CANTOR. — **Politische Arithmetik oder die Arithmetik des täglichen Lebens**; 1 vol. pet. in-8°, 136 p. ; Prix : 1 mark 80 ; Leipzig, Teubner, 1898.

Ce livre, que M. Moritz Cantor intitule « Arithmétique politique ou de la vie journalière », est un traité très élémentaire des opérations financières les plus usuelles. Une première partie est consacrée aux opérations financières proprement dites ; une autre, précédée de notions sur le calcul des probabilités, est consacrée aux questions d'assurances. Pour lire l'ouvrage de M. Cantor, il suffit de posséder les premières notions d'arithmétique et d'algèbre.

Le premier chapitre est relatif à la règle d'intérêt simple et aux diverses questions pratiques qui s'y rattachent : l'escompte des divers papiers de commerce, le change, etc.

Le second chapitre se rapporte à l'intérêt composé, aux annuités et à l'amortissement.

Le troisième chapitre contient les premiers éléments du calcul des probabilités avec quelques applications aux jeux de cartes et de dés, aux tirages de boules dans une urne. Ces notions ont surtout pour but de faire mieux comprendre les questions relatives aux assurances.

Le quatrième chapitre est relatif aux loteries.

Le cinquième aux assurances sur les choses.

Le sixième est relatif aux tables de mortalité ; on y trouve en particulier la table de Süssmilch, et deux tables provenant d'expériences faites dans vingt-trois compagnies allemandes, l'une relative aux assurances en cas de vie, l'autre relative aux assurances en cas de décès. Les trois chapitres suivants sont consacrés à l'étude des opérations des compagnies d'assurances.

Ce n'est pas sans un certain étonnement que nous avons parcouru le livre de M. Cantor ; nous le connaissions depuis longtemps comme mathématicien et comme historien, et nous voyons avec plaisir qu'un savant aussi éminent n'a pas dédaigné la science de l'actuaire. Les savants français, et c'est bien regrettable, ignorent même le nom de la science dont M. Cantor a exposé les principes élémentaires dans son livre, et cependant, à l'étranger, de grands savants ont été actuaires de profession. Pour ne citer que les plus illustres, je me contenterai de mentionner Sylvester et Lobatto.

Et cependant il y a dans la science de l'actuaire bien des parties à élucider et des problèmes à résoudre, qui exigeraient l'emploi des parties les



plus élevées des mathématiques, et très dignes de fixer l'attention de nos savants.

Quelques leçons professées à l'École polytechnique sur la science de l'actuaire auraient évité bien des catastrophes qui se sont produites dans ces derniers temps, et si nos ingénieurs avaient reçu les quelques notions que je voudrais voir introduire dans les programmes, les caisses de retraite de nos grands établissements industriels ne se seraient pas trouvées en déficit, ainsi qu'une enquête officielle vient de le constater.

H. LAURENT (Paris).

G.-E. FISCHER and J.-J. SCHWATT, assistant professors of Mathematics in the University of Pennsylvania. — **Text-Book of Algebra with Exercices** for secondary schools and colleges. Première partie, 1 vol. in-8°, 683 p. Philadelphia, 1898.

Bien qu'il existe déjà un grand nombre de traités consacrés aux éléments d'Algèbre, il y en a relativement peu qui, à côté de la clarté et de la rigueur de l'exposé, présentent les qualités pédagogiques que l'on est en droit d'exiger d'un ouvrage destiné aux commençants. Le *Text-Book* de MM. Fischer et Schwatt réunit incontestablement toutes ces qualités et, à ce point de vue, mérite d'être signalé à l'attention des professeurs.

On constate à chaque page combien les auteurs se sont efforcés à mettre le sujet à la portée des élèves. Ainsi, aucune démonstration n'est abordée avant que la propriété soit clairement expliquée au moyen d'exemples convenablement choisis. Il en est de même des règles concernant les opérations algébriques ; elles sont toujours précédées d'un grand nombre d'exercices.

Il nous paraît inutile d'énumérer les différents chapitres que comprend ce premier volume. Nous pouvons nous borner à dire qu'il contient une étude très approfondie : 1° de tout ce qui se rattache au calcul algébrique ; 2° des équations du premier degré à une ou plusieurs inconnues ; 3° des équations du second degré et de celles qui s'y ramènent ; 4° des progressions ; et 5° du théorème du binôme à exposants entiers et positifs.

Chaque chapitre est accompagné d'un choix considérable d'exercices et de problèmes. Les professeurs trouveront là une source féconde d'applications très variées.

H. F.

**Cours complet de Mathématiques élémentaires**, publié sous la direction de M. DARBOUX, doyen de la Faculté des sciences de Paris. — 5 volumes parus. — Paris, Armand Colin et C<sup>ie</sup>.

I. *Leçons d'Arithmétique théorique et pratique*, par M. Jules TANNERY, sous-directeur des études scientifiques à l'École normale supérieure. Un vol. in-8° (1894) ; prix : 5 francs. — II. *Leçons de Cosmographie*, par M. M. TISSERAND, membre de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Paris, et H. ANDOYER, maître de conférences à la Faculté des sciences de Paris. Un vol. in-8° (1895) ; prix : 6 francs. — III. *Leçons d'Algèbre élémentaire*, par M. C. BOURLET, docteur ès sciences, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. Un vol. in-8° (1896) ; prix : 7 fr. 50. — IV. *Leçons de Géométrie élémentaire (géométrie plane)*, par M. Jacques HADAMARD, maître de conférences à la Faculté des sciences

de Paris, professeur suppléant au Collège de France. Un vol. in-8° (1898); prix : 6 francs. — V. *Leçons de Trigonométrie rectiligne*, par M. C. BOURLET, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis. Un vol. in-8° (1898); prix : 6 francs.

Les programmes des classes de mathématiques élémentaires indiquent les matières de l'enseignement et en fixent les limites. Mais le sujet est à la fois si vaste et si complexe, il touche à tant d'ordres d'idées distincts, que bien des desiderata subsistent, moins encore peut-être pour la composition des programmes eux-mêmes que pour la manière de les appliquer. La plus grande initiative est avec raison laissée aux professeurs à cet égard; mais on peut dire que ce qui leur manque surtout pour bien l'exercer c'est l'outillage. Un très grand nombre d'ouvrages classiques de mérites divers et quelques-uns d'une valeur incontestée existent; mais ils ne permettent pas à un professeur de préparer son cours avec la vue d'ensemble et la cohésion indispensables. Le besoin se fait universellement sentir de livres d'enseignement élémentaires, conçus d'après un plan d'ensemble mûrement élaboré, qui puissent être pour les maîtres des guides sûrs dans l'accomplissement de leur tâche difficile et qui, tout en se maintenant suffisamment à la portée des élèves pour pouvoir être mis fructueusement entre leurs mains pendant la durée des études, restent pour eux des livres intéressants et utiles après ses études terminées.

Le *Cours complet de Mathématiques élémentaires*, publié, depuis 1894, sous la direction de M. Darboux, doyen de la Faculté des sciences de Paris, par une société de professeurs et de savants, nous paraît répondre dans la plus large mesure au besoin que nous venons d'indiquer. Cinq volumes ont déjà paru. Ce sont, comme le dit M. J. Tannery en tête de ses *Leçons d'Arithmétique*, des livres d'enseignement, qui peuvent servir à ceux qui commencent leurs études mathématiques et à ceux qui les poursuivent, très élémentaires au début, où les démonstrations prennent peu à peu une forme plus abstraite et qui touchent, à la fin, à des sujets d'ordre assez élevé.

Ce que révèlent ces divers ouvrages, c'est le souci de la clarté de l'exposition, de la rigueur du raisonnement et de la mise en relief des méthodes. Les auteurs se préoccupent sans cesse d'élucider par de nombreuses applications les théories exposées. Lorsque plusieurs méthodes se présentent, ils développent de préférence celle qui leur paraît la plus féconde ou qui est susceptible d'une extension ultérieure. Chaque volume contient, sous la forme de derniers chapitres, de Notes ou d'Appendices, des compléments traitant de matières qui, sans être explicitement dans les programmes, s'y rattachent immédiatement, éclaircissant ainsi les difficultés, éveillant l'intérêt des lecteurs en leur faisant comprendre que la science est allée beaucoup plus loin, et leur inspirant par suite le goût et le désir de continuer son étude.

Dans le développement des sujets classiques, les auteurs se sont abstenus autant que possible d'innovations. Mais il en est quelques-unes qui s'imposent, que réclament depuis longtemps tous les bons esprits, qui sont même entrées dans la pratique de l'enseignement de beaucoup de professeurs. Les auteurs guidés, comme ils le déclarent, par les éminents conseils de M. Darboux, n'ont pas reculé devant l'introduction de ces innovations dans leurs ouvrages, et ils ont pu ainsi simplifier et élucider certaines théories jusqu'à présent compliquées et obscures.

C'est ainsi que, dans ses *Leçons d'Algèbre*, M. Bourlet facilite considérablement l'exposé de la théorie des équations du premier degré en la faisant précéder de quelques notions très brèves de Géométrie analytique, celles qui sont nécessaires pour arriver à montrer que l'équation d'une droite est du premier degré.

Ces notions fort simples et d'un caractère bien élémentaire sont indispensables pour faire comprendre toute la portée de la discussion des équations du premier degré. En montrant comment on peut représenter graphiquement la fonction du premier degré, on met l'élève en état de saisir les questions plus difficiles qui vont se présenter pour la discussion des fonctions du second degré.

Pour l'étude de la variation de ces fonctions, M. Bourlet prenant une initiative depuis longtemps désirée <sup>(1)</sup>, a résolument abandonné les méthodes dites élémentaires, dont l'exposition présente tant de difficultés et qui ne se prêtent pas d'ailleurs à la généralisation, et adopté la *méthode des dérivées* qui, sans être plus difficile à concevoir est d'une application plus régulière, plus aisée et surtout plus féconde. Cette méthode initie les élèves aux idées essentielles de limites et de continuité ; la simple définition des coordonnées précédemment donnée rend les résultats tangibles en permettant de construire la courbe représentative de chaque fonction étudiée. Les élèves qui ont bien compris la théorie élémentaire exposée dans le corps du volume passent sans aucune peine au complément de la même étude que M. Bourlet a placé dans un Appendice, et qui contient sur les fonctions circulaires, la construction des courbes, etc., des notions du plus grand intérêt pour ceux de ces élèves qui sont destinés à suivre le cours de mathématiques spéciales.

Chacun des volumes qui composent le Cours complet de Mathématiques élémentaires demanderait une analyse très détaillée ; mais, dans les limites de notre cadre, cette analyse se réduirait presque forcément à une sèche énumération des matières. Les *Leçons d'Arithmétique* de M. J. Tannery (1894) et les *Leçons de Cosmographie* de MM. Tisserand et Andoyer (1895) sont des livres déjà bien connus et d'ailleurs grandement recommandés par la notoriété et la compétence de leurs auteurs ; la plupart des journaux scientifiques en ont rendu compte et ont été unanimes dans la constatation du mérite de ces ouvrages. Il en est de même des *Leçons d'Algèbre* de M. Bourlet (1896) ; nous venons du reste d'indiquer deux points principaux qui distinguent ces Leçons des Traités d'Algèbre parus jusqu'à ce jour, et le seul vœu que nous aurions à émettre serait l'introduction, soit au Livre II soit dans un Appendice, de quelques notions élémentaires sur les déterminants permettant d'énoncer dans toute leur généralité les règles de Cramer et la règle de l'élimination du premier degré. Il ne nous reste donc qu'à rendre compte des deux volumes parus en 1898.

---

<sup>(1)</sup> Tout récemment, dans un remarquable compte rendu (*Enseignement mathématique*, n° 1, p. 67), M. le professeur Greenhill signalait le grand avantage que possède l'étudiant français d'avoir été initié, dès ses premiers pas en Algèbre, à la conception fondamentale d'une quantité variable et de ses dérivés. C'est en effet ce qui devrait être, ce que presque tous les professeurs réclament ; mais on ne saurait dire que ce progrès considérable soit effectivement réalisé ; il faut espérer que l'heureuse initiative prise par M. Bourlet permettra d'atteindre un but si désirable. — Voir également sur ce sujet : C.-A. Laisant, *la Mathématique*, p. 214.

Les *Leçons de Trigonométrie rectiligne* de M. Bourlet sont conçues dans le même esprit et d'après les mêmes principes que ses *Leçons d'Algèbre*, dont elles sont la suite naturelle. L'auteur, après une Introduction où il complète la théorie des segments et établit celle des projections, divise son ouvrage en trois Livres, contenant toutes les matières du programme de la classe de mathématiques élémentaires, et un Appendice présentant tous les compléments nécessaires aux élèves de mathématiques spéciales.

La division en trois Livres (Formules fondamentales concernant les angles, arcs, lignes trigonométriques. — Construction et usages des tables; équations trigonométriques. — Résolution des triangles et applications diverses) est celle que l'expérience a consacrée et que tous les Traités de Trigonométrie ont adoptée. Dans l'exposition de cette science, il n'y a en effet aucune innovation de principe à introduire <sup>(1)</sup>. Il nous paraît donc inutile de donner un plus long détail; il suffira de dire que l'ouvrage est aussi complet que possible sans jamais cesser d'être élémentaire, et que l'auteur a fait la plus large place aux applications et au développement des procédés de calcul. Chacun des dix-huit chapitres qui composent les trois Livres est suivi d'un grand nombre d'exercices proposés.

L'Appendice, destiné aux élèves de mathématiques spéciales, peut sembler, au premier abord, en contradiction avec le plan général du Cours complet; mais il est ici parfaitement justifié, car il n'y a rien, dans les compléments de Trigonométrie, qui ne puisse être compris par un bon élève de Mathématiques élémentaires; et d'ailleurs, il y a grand avantage, toutes les fois que cela est possible comme dans le cas actuel, à mettre entre les mains des élèves un ouvrage qui puisse leur servir dans tout le cours de leurs études.

Les *Leçons de Géométrie élémentaire* (Géométrie plane), de M. Hadamard, débutent par une Introduction ne donnant avec raison que les premières définitions strictement nécessaires pour aborder l'étude de la Géométrie. L'auteur adopte ensuite la division classique en quatre Livres; mais le troisième est doublé par un Complément de même importance exposant, sans sortir du domaine élémentaire, celles des théories de la Géométrie moderne qui ont pris place d'une façon définitive dans l'enseignement. Une énumération sommaire des chapitres nous paraît ici indispensable pour donner une idée du plan de l'ouvrage et de l'enchaînement logique des matières.

Le Livre I<sup>er</sup> (*De la ligne droite*) comprend six chapitres: Angles. Triangles. Perpendiculaires et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles; propriétés de la bissectrice d'un angle. Droites parallèles. Parallélogrammes; translations. Droites concourantes dans un triangle.

Livre II (*Du cercle*), sept chapitres: Intersection d'une droite et d'un cercle. Propriétés du diamètre. Arcs et cordes. Intersection de deux cercles. Mesure des angles. Construction. Déplacement des figures.

Livre III (*De la similitude*), sept chapitres: Lignes proportionnelles. Similitude des triangles. Relations métriques relatives aux triangles. Lignes proportionnelles dans le cercle; axe radical. Homothétie et similitude. Constructions. Polygones réguliers; mesure de la circonférence.

<sup>(1)</sup> S'il n'y a pas, relativement à l'exposition de la Trigonométrie, d'innovations compatibles avec les programmes actuels, il y aurait bien des remarques à faire sur le mode de distribution de l'enseignement des éléments. Consulter à ce sujet l'excellent article de M. H. Fehr (*Enseignement math.*, n<sup>o</sup> 1, p. 45).

Livre III (*Compléments*), sept chapitres : Signes des Segments. Transversales. Rapport anharmonique ; faisceaux harmoniques. Pôles et polaires dans le cercle. Figures inverses. Problèmes des cercles tangents. Propriétés du quadrilatère inscrit.

Livre IV (*Des aires*), quatre chapitres : Mesure des aires. Comparaison des aires. Aire du cercle. Constructions.

L'auteur a revu avec le plus grand soin tous les raisonnements classiques et a pu en modifier très avantageusement quelques-uns, soit sous le rapport de la rigueur, soit sous le rapport de la simplicité. Par exemple, la considération du sens de rotation des angles, défini dès le premier chapitre, lui permet de donner aux énoncés du second Livre ainsi qu'à plusieurs des suivants toute la netteté, la simplicité et la généralité désirables.

M. Hadamard a multiplié les exercices autant que le comportait le cadre de son ouvrage. A cet effet, il propose des questions de difficulté très différente et graduellement croissante qu'il divise en trois catégories : 1° des exercices placés à la fin de chaque chapitre et en général très simples, surtout les premiers d'entre eux ; 2° des exercices sur l'ensemble de chaque Livre, d'une solution moins immédiate, quoique toujours à la portée des élèves ; 3° des énoncés de problèmes relativement difficiles, rejetés à la fin du volume.

L'ouvrage se complète par quatre Notes. Dans la Note A, d'une très grande importance, l'auteur expose, en ce qui concerne la démonstration des théorèmes, la solution des problèmes, les constructions, les transformations, les principes fondamentaux de la *méthode en géométrie*, principes dont les commençants devraient être pénétrés dès la première année de l'enseignement et sur lesquels il est essentiel d'appeler fréquemment leur attention.

La Note B sur le *Postulatum d'Euclide* que, dans le corps du volume, M. Hadamard a admis comme axiome, donne un aperçu tout à fait élémentaire des graves questions soulevées à ce sujet depuis le commencement du siècle et qui a donné naissance à la géométrie non-euclidienne.

Les Notes C et D ont un caractère plus spécial. La première comble une lacune de la solution donnée par Gergonne du problème des cercles tangents ; la seconde fait disparaître, d'une manière simple et ingénieuse, le postulatum qui existe dans la théorie ordinaire de l'aire.

Peut-être sera-t-il utile, dans une seconde édition, d'ajouter une Note développant et précisant quelques-unes des théories si importantes du Complément du Livre III, notamment celles qui concernent la Géométrie sur la droite, et donnant, par exemple, quelques notions succinctes sur l'involution dont il est incidemment question dans les exercices de la fin du volume. D'ailleurs, les Notes ont un but éminemment utile, celui de permettre de jeter un coup d'œil sur les conséquences immédiates de l'enseignement donné et la liaison intime de ses diverses parties : on pourrait, croyons-nous, profiter de cette Note additionnelle pour développer *un peu* les premières notions de Géométrie analytique que contient l'Algèbre de M. Bourlet. Quelques définitions et considérations sur les signes des aires nous paraîtraient enfin pouvoir être ajoutées utilement au Livre IV.

La Géométrie plane de M. Hadamard nous fait vivement désirer la publication la plus prompte possible du volume qui doit être consacré à la Géométrie de l'espace. En l'étudiant, on reconnaît, par la facilité d'exposition

qui résulte des renvois aux ouvrages précédemment publiés de MM. Tannery et Bourlet, le grand avantage d'un Cours complet de Mathématiques élémentaires et la justesse de la pensée qui a inspiré celui dont nous n'avons pu rendre que trop sommairement compte.

L. RIPERT (Paris).

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

---

**Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences**, t. CXXVIII; Paris, Gauthier-Villars, 1899.

N° 1 (2 janvier). — État de l'Académie. — Allocution de MM. WOLF et VAN TIEGHEM, président sortant et président pour 1899. — G. POISSON : Sur la propagation des ondes liquides dans les cours d'eau.

N° 2 (9 janvier). — E. FABRY : Généralisation du prolongement analytique d'une fonction. — SERVANT : Sur les points singuliers d'une fonction définie sur une série de Taylor. — E.-O. LOVETT : Sur la correspondance entre les lignes droites et les sphères. — RIBIÈRE : Sur la flexion des cylindres à base circulaire.

N° 3 (16 janvier). — DU LIGONDÈS : Sur la variation de la densité à l'intérieur de la Terre. — G. GALLICE : Sur une nouvelle règle à calcul. — N. SALTYSKOW : Sur les intégrales complètes des équations aux dérivées partielles.

N° 4 (23 janvier). — E. PICARD : Sur le prolongement des fonctions. — N. SALTYSKOW : Généralisation de la première méthode de Jacobi sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles. — G.-A. MILLER : Sur les groupes d'opérations. — CRELIER : Sur le développement de certaines irrationnelles en fraction continue. — C. GUICHARD : Sur la déformation des quadriques de révolution. — A. PELLET : Sur l'équation normale des surfaces.

N° 5 (30 janvier). — N. SALTYSKOW : Sur la généralisation de la première méthode de Jacobi. — E. MAILLET : Sur les groupes de classe  $N-u$  et de degré  $N$  au moins  $u-1$  fois transitifs. — LÉMERAY : Sur le problème de l'itération. — STECKLOFF : Sur le développement d'une fonction donnée suivant les fonctions harmoniques. — E. BOREL : Sur le prolongement des fonctions analytiques. — A. PALLET : Sur les systèmes orthogonaux. — L. RAFFY : Surfaces doublement cylindrées et surfaces isothermiques. — TZITZÉICA : Sur les surfaces à courbure totale constante. — BLUTEL : Sur les lignes de courbure de certaines surfaces. — BOUASSE : Sur les courbes de traction.

N° 6 (6 février). — A. HURWITZ : Sur un théorème de M. Hadamard. — M. BRILLOUIN : Théorie moléculaire du frottement des solides polis.

N° 7 (13 février). — S. PINCHERLE : Sur les séries de puissances toujours divergentes. — L. AUTONNE : Sur les intégrales algébriques de l'équation de Riccati. — G. POISSON : Sur la voûte élastique. — L. DE LA RIVE : Sur la propagation d'un allongement graduel dans un fil élastique.

N° 8 (20 février). — E. BOREL : Sur la croissance des fonctions définies par des équations différentielles. — LE ROY : Sur les séries divergentes et les fonctions définies par un développement de Taylor. — E. CARTON : Sur