

SUR LA FUSION DE LA PLANIMÉTRIE ET DE LA STÉRÉOMÉTRIE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE EN ITALIE

Autor(en): **Candido, Dott. G.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **1 (1899)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-1230>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SUR LA FUSION

DE LA

PLANIMÉTRIE ET DE LA STÉRÉOMÉTRIE

DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE EN ITALIE

Il y a maintenant quatorze ans que la question « *s'il est ou s'il n'est pas convenable d'enseigner la Géométrie élémentaire, en unissant la planimétrie à la stéréométrie* » a été agitée en Italie, où elle a déjà son histoire.

Ce fut le regretté M. de Paolis qui la souleva, en 1884, par la publication de ses excellents *Elementi di Geometria*, où la méthode de la fusion était adoptée systématiquement pour la première fois en Italie.

Les arguments semblables, tels que angles et dièdres, anguloïdes et polygones, cercles et sphères, sont traités ensemble, dans ce livre, et l'on s'y sert de propriétés stéréométriques pour démontrer les propriétés planimétriques, chaque fois que cela semble utile ou convenable. Les motifs pour lesquels l'auteur trouva bon et utile à la fois d'adopter cette méthode, ouvertement contraire aux programmes ainsi qu'aux traditions et aux coutumes, sont expliqués dans la préface du livre de la façon suivante :

« Il y a beaucoup d'analogie entre quelques figures du plan et
« d'autres de l'espace; en les étudiant séparément, nous renon-
« çons à connaître tout ce que cette analogie nous apprend et
« nous tombons volontiers dans d'inutiles répétitions. En outre,
« comme on est obligé de chercher les propriétés d'une ligne ou
« d'une surface, sans pouvoir faire usage des éléments géométri-
« ques placés en dehors de cette même ligne ou surface, on
« limite les forces dont on peut disposer et l'on renonce volon-
« tairement à un matériel scientifique, à l'aide duquel on pourrait
« simplifier les constructions et les démonstrations. Comment
« pourrait-on, en effet construire le point milieu d'un segment
« donné sans sortir du segment lui-même ? En faisant usage des

« éléments géométriques contenus dans un plan, la construction
 « est connue et bien simple aussi. Comment peut-on construire
 « un triangle isocèle, ayant chacun de ses deux angles égaux
 « deux fois plus grand que le troisième, sans sortir de son plan
 « et sans appliquer la théorie de l'équivalence ou celle des pro-
 « portions ? On peut aisément et sans appliquer la théorie de
 « l'équivalence ou celle des proportions construire le triangle,
 « pourvu que l'on fasse usage des éléments géométriques placés
 « en dehors de son plan (p. 92). Je pourrais donner encore des
 « exemples pour montrer encore mieux combien on peut simpli-
 « fier les démonstrations et les constructions, en étudiant les
 « figures planes en même temps que les solides, et c'est vrai-
 « ment la faute de l'ancienne et constante division, s'il n'a pas
 « encore été possible de rencontrer plusieurs de ces exemples
 « dans la Géométrie élémentaire.

« Que l'on n'objecte point qu'il est plus facile, pour ceux qui
 « commencent, de concevoir un angle plutôt qu'un dièdre, ou un
 « triangle au lieu d'un trièdre ; c'est seulement parce que l'es-
 « prit des élèves a été obligé de n'imaginer et de ne dessiner
 « que des figures planes, pendant les premières années de leurs
 « études géométriques, que cela leur est plus tard difficile,
 « lorsqu'ils sont obligés d'imaginer et de dessiner des figures
 « solides. »

Des discussions très vives furent soulevées par une si auda-
 cieuse innovation, qui rencontra aussitôt des adversaires acharnés
 en même temps que de fervents apôtres. Ainsi qu'il arrive chaque
 fois qu'une nouveauté paraît à l'horizon, celle-ci eut à combattre
 non seulement contre l'habitude, mais encore contre plusieurs
 circonstances qui, toutes ensemble, rendaient on ne peut plus
 difficile l'adoption proposée par M. de Paolis ; je me bornerai à
 exposer les deux principales :

1^o Les programmes des Lycées étaient limités au schéma sui-
 vant :

1^{re} année. *Euclide*, livre I^{er}, II^e, III^e, IV^e.

2^e « « « V^e, VI^e.

3^e « *Stéréométrie*, à apprendre d'après un traité moderne.

Ce n'est pas le cas de disserter ici sur l'évidente absurdité d'enseigner la Stéréométrie, pendant la 3^e année, par une méthode tout à fait différente et parfois même en contradiction avec la méthode du grand géomètre d'Alexandrie, suivie pendant les deux premières années pour l'enseignement de la Planimétrie. Ce qu'il faut surtout observer ici, c'est tout simplement que la distribution de la matière dans chaque cours, selon les programmes officiels, rendait si difficile l'adoption du livre de M. de Paolis, que ses partisans les plus convaincus durent eux-mêmes se trouver découragés.

2° Le livre de M. de Paolis, étant le fruit de quatre années de méditation et de travail d'un esprit d'élite, qui jusqu'alors s'était toujours entièrement consacré aux études les plus élevées de la Géométrie supérieure, est un véritable ouvrage de maître dans sa substance ; mais il a un vice d'origine : il est éclos ainsi qu'une fleur de serre, dans le cabinet de travail d'un savant qui, ayant atteint tout jeune la chaire universitaire, n'a pas eu le temps de connaître les petites misères de l'enseignement secondaire, tandis qu'il est naturellement porté à croire que le niveau moyen de l'intelligence des jeunes gens est beaucoup plus élevé qu'il ne l'est en effet. Ce livre est donc un guide excellent pour les professeurs qui ont envie de l'étudier et de méditer la question, mais il renferme des difficultés souvent insurmontables pour les élèves. Ces circonstances et d'autres encore rendaient assez facile la tâche des adversaires, et ce fut pour cela que le livre de M. de Paolis, bien qu'accueilli avec tant d'enthousiasme par tous ceux qui aiment l'étude, ne put pénétrer dans les écoles.

Peu de temps après la publication de cet ouvrage, parut la Géométrie de M. le professeur Andriani, où la méthode de la fusion avait aussi été adoptée. Seulement M. Andriani voulut aller trop loin et trouver des analogies entre la Géométrie plane et la solide, là même où elles n'existaient pas du tout, de sorte qu'il fallait les créer violemment. M. Andriani, en publiant sa Géométrie, n'a pas réellement rendu un service aux fusionnistes, parce que son ouvrage donna lieu à de graves et injustes critiques.

En dépit de tant d'obstacles, quelques jeunes professeurs eurent l'audace d'adopter le livre de M. de Paolis dans quelques lycées, bravant les critiques ainsi que les difficultés.

Mais l'essai le plus important fut celui que fit, dans la R. Académie de Livourne, un des élèves de M. de Paolis. En 1886, M. le docteur Jules Lazzeri, ayant été nommé professeur dans cet important établissement, eut la chance de parvenir à convaincre le directeur des études de la valeur de la méthode de M. de Paolis, et il obtint la permission de l'adopter et de la faire adopter par ses collègues. Il put rédiger ainsi un cours de leçons que l'on lithographia en 1887 et plus tard en 1889. Ce manuel ayant subi depuis des améliorations et des perfectionnements dans l'exercice habituel de l'enseignement fut l'origine du livre : LAZZERI E BASSANI, *Elementi di geometria*, qui parut en 1891. Par ce livre, l'idée fondamentale de M. de Paolis fut, si l'on peut s'exprimer ainsi, vulgarisée et expliquée; la fusion des deux Géométries devint plus parfaite, et de nouveaux cas y furent indiqués, où, de quelques propriétés très simples des figures solides, on peut déduire des propriétés de figures planes.

La critique fit assez bon accueil à cet ouvrage, et le *Periodico di Matematica*, entre autres, dont M. le prof. Lugli était alors le directeur, publia un long article de M. le prof. Bettazzi, analysant, avec éloges, l'ouvrage et la méthode suivie par les auteurs. Ce livre fut adopté dans plusieurs lycées, si bien qu'il ne resta plus un exemplaire de la première édition; la deuxième parut en 1898 ⁽¹⁾, quoique, à cause de la transformation de l'Académie navale, les cours élémentaires y eussent été supprimés.

C'est là une preuve que l'apostolat continu de ceux qui soutiennent depuis des années le mérite de la méthode de la fusion commence à donner des fruits, et qu'un changement s'est opéré, quoique lentement, dans l'opinion des professeurs. La méthode de la fusion a, en effet, été adoptée aussi, plus ou moins diffusément, dans deux autres traités; celui de M. le prof. Veronese, fort remarquable pour d'autres innovations hardies et très discutées, lequel parut en 1897, et celui du prof. Reggio, publié en 1898.

Mais c'est depuis la fondation de l'Association *Mathesis*, qui, malgré sa jeunesse, a déjà montré une activité et une énergie peu communes, que l'on a eu les preuves les meilleures et les

¹ La deuxième édition a été analysée par M. L. RIPERT dans le n° 1 de l'*Enseignement mathématique* (p. 62-65).
(NOTE DE LA DIRECTION.)

plus sûres du changement dont nous venons de parler. Cette association entre les professeurs de mathématiques des écoles secondaires eut, dès sa naissance, le noble but d'apporter des améliorations dans l'enseignement scientifique des écoles, en organisant des réunions, soit partielles, soit générales, et en ouvrant des discussions sur tout sujet ayant rapport à l'enseignement. Une des premières questions fut justement celle-ci : *Opportunité de la fusion de la Planimétrie avec la Stéréométrie dans l'enseignement*. M. le prof. Henri de Amicis, un fusionniste très ferme et très convaincu, fut le rapporteur de cette question ; il résuma les arguments allégués pour ou contre la fusion et il combattit chaleureusement ces derniers par un article plein de verve qu'il publia sous ce titre significatif : *Pro fusione*. Cet article parut dans le *Bollettino dell' Associazione Mathesis* (2^e année, 1897-1898, n^o 4), et dans le *Periodico di Matematica* (13^e année, 1898, p. 49-72).

Il serait impossible d'en faire un abrégé ; aussi, nous bornerons-nous à en recommander la lecture complète à tous ceux pour lesquels cette importante question présente de l'intérêt.

On en discuta, en attendant, dans plusieurs assemblées de professeurs de mathématiques que l'Association « Mathesis » réunit à Sondrio (14 mars 1898), à Milan (8 avril 1898), à Bologne, (15 avril 1898), à Sassari (7 avril 1898), à Recanati (28 et 29 juin 1898), à Turin (21 et 22 septembre 1898).

Dans presque toutes ces réunions on se mit d'accord sur *l'opportunité de modifier les programmes afin que tout professeur soit libre de choisir, d'après sa propre conviction, la méthode de la fusion ou celle de la séparation*, et l'on fit dans ce but beaucoup de propositions concrètes. Ce ne fut que dans l'assemblée de Sondrio que l'on prit la résolution suivante : « Attendu que la
« question ne peut pas être résolue, laissant la liberté la plus
« entière aux *séparatistes*, on désire qu'il se fasse un vote parmi
« les professeurs des écoles secondaires dans le but d'établir si
« la plupart d'entre eux croient ou ne croient pas que la fusion
« soit nécessaire. »

Et bien qu'il semble, d'après les procès-verbaux, qu'il n'y eût aucun vote d'une proposition concrète, il paraît que la plupart des

professeurs assemblés à Milan furent contraires à l'idée de la fusion, puisque le président, M. le prof. Retali, exprima ainsi sa pensée (Voir *Bollettino*, 2^e année, n^o 1) : « Envisageant la question du point de vue le plus élevé, le mémoire de M. Riemann : « *Sur les hypothèses servant de base à la Géométrie*, a désormais « rigoureusement prouvé que, pour étudier un espace de $n - 1$ « dimensions, il est possible de faire abstraction de l'espace de n « dimensions où il est contenu... Au contraire, il est impossible « d'avancer d'un seul pas dans l'étude de la Géométrie sans « avoir recours à des propriétés de l'espace d'un nombre moindre « de dimensions... »

Quant à la proposition que l'on fit dans l'assemblée de Sondrio, il faut croire que l'on s'y trompa sur la véritable acception des deux mots *nécessaire* et *utile*. En effet, aucun des fusionnistes ne s'est jamais avisé de dire que la fusion est *nécessaire*, ni qu'il est impossible d'enseigner autrement la Géométrie, puisque *vingt siècles* d'expérience sont là pour les démentir ; mais ils se sont bornés à soutenir que la méthode dont il est question est plus *utile* et plus *commode* que celle de la séparation, dont on s'est généralement servi jusqu'à présent. Quant aux objections de M. le prof. Retali, il nous semble bon de nous en rapporter à l'article que M. le prof. Lazzeri a publié dans les Actes du Congrès de Turin. (*Periodico di Matematica*, 14^e année, 1898-99.)

« Tout cela est parfaitement juste à un point de vue tout à fait « scientifique, tant qu'il s'agit d'arrêter les postulats fondamentaux des hyperespaces. L'intuition, qui nous aide énormément « dans l'espace, nous est parfaitement inutile dans ceux-là. Ces « hyperespaces n'ont pas de représentation immédiate, et c'est « notre esprit qui les a créés d'une façon inductive ; voilà pour- « quoi nous ne pouvons étudier les caractères fondamentaux d'un « espace de n dimensions qu'à l'aide de quelques espaces d'un « moindre nombre de dimensions. Mais cela ne prouve point « que les propriétés fondamentales d'un hyperespace, une fois « établies, il nous soit impossible de tirer d'une façon simple et « courte, de ses propriétés les plus élémentaires, quelques autres « propriétés des figures appartenant à des espaces d'un plus petit « nombre de dimensions. Bien des exemples, tirés de la géométrie supérieure, sont là pour prouver que des propriétés d'un

« hyperespace on peut déduire immédiatement d'autres propriétés des espaces d'un moindre nombre de dimensions. Il me suffira de citer les représentations planes des surfaces, moyennant lesquelles des propriétés de lignes peuvent être tirées de celles des surfaces et vice versa ; la représentation des complexes de droites ou de sphères sur l'espace ordinaire ; l'étude de l'hexagone de Pascal, déduit de la figure de six complexes ou de six connexes, deux à deux en involution, et plusieurs autres.

« Mais sans s'éloigner de la Géométrie élémentaire, on s'aperçoit aisément qu'il est utile, voire même nécessaire, ainsi que l'illustre professeur Veronese le dit au congrès, de remonter des formes les plus simples jusqu'aux plus complexes afin d'établir plus rigoureusement les conceptions de ligne droite, du plan et de l'espace ; mais dès que ces conceptions ont été fixées, on peut obtenir, et l'on obtient, en effet, beaucoup d'avantages en tirant les propriétés des formes d'un moindre nombre de dimensions, d'autres d'un plus grand nombre.

« En effet, si l'on voulait faire l'application du principe que Riemann a prouvé, dans son extension tout entière, on devrait faire d'abord toute la Géométrie de la ligne droite avant de parler du plan. Mais en agissant ainsi, il nous serait impossible de résoudre les problèmes les plus élémentaires. Comment s'y prendre par exemple pour diviser un segment en deux ou n parties égales, et pour construire le quatrième harmonique de trois points, sans quitter la droite ? Comment peut-on diviser un angle, en ne se servant que du faisceau, auquel les deux côtés de l'angle appartiennent ? S'il est donc impossible d'étudier tout à fait la ligne droite sans avoir recours au plan, n'est-il pas naturel de penser, lors même que des preuves positives et directes nous manqueraient, que l'étude du plan pourrait, du moins, devenir plus facile, si l'on connaissait l'espace ? »

La question fut enfin agitée à la première assemblée du Congrès des professeurs de mathématiques italiens, que la société

« Mathesis » tint à Turin en septembre 1898. Le rapporteur, M. le prof. Giudice, proposa à l'assemblée d'émettre successivement son opinion sur les trois questions suivantes, afin de résoudre la question principale d'abord et les questions particulières ensuite :

1° Répondre à cette demande : *Est-il convenable, pourvu que cela soit possible, de laisser le professeur libre de choisir entre la méthode fusionniste et la séparatiste ?*

2° Arrêter un programme en établissant exactement mais très brièvement la répartition entre les différents cours de l'enseignement de la Planimétrie et de la Stéréométrie.

3° Proposer la composition d'un programme fort détaillé, qui soit le développement de celui déjà arrêté, et insister auprès du Ministre de l'Instruction publique, afin qu'il sollicite cette compilation.

Dès que la discussion fut ouverte sur la première question, l'ordre du jour suivant fut voté à l'unanimité :

Il convient d'apporter, s'il est possible, des modifications aux programmes, de sorte que le professeur soit libre de choisir entre la méthode séparatiste et la fusionniste.

Après quoi le Congrès aurait dû formuler d'abord un schéma de programme abrégé et ensuite un programme détaillé qui rendit possible la liberté du choix ; mais la discussion fut ajournée jusqu'après la discussion de la 4^e question plus générale : « Répartition de l'enseignement des mathématiques entre les différentes classes des différentes sortes d'écoles secondaires. » Les propositions que le rapporteur, M. le prof. Bustelli, fit à ce sujet furent si nombreuses et si radicales, que personne ne s'avisait de les discuter à l'improviste, et la question fut, selon la proposition du professeur Candido, ajournée au prochain congrès. On ajourna de même l'examen de la question de la fusion (quoiqu'elle ait été résolue favorablement dans ses lignes générales). Maintenant, un ordre du jour avait été présenté par plusieurs professeurs, parmi lesquels se trouvaient des géomètres d'une grande valeur, tels que MM. Segre et Veronese, et dont le but était précisément de rendre possible la liberté du choix. Il était ainsi conçu :

Le congrès souhaite que la matière de l'enseignement géométrique actuel soit ainsi distribuée :

Aux Lycées : 1^{re} année. Propriétés de position et d'égalité.

« 2^e « *Equivalence, similitude.*

« 3^e « *Mesure, Trigonométrie rectiligne.*

Aux Instituts techniques : 1^{re} année. Propriétés de positions et d'égalité.

« 2^e « *Equivalence, similitude et mesure.*

« 3^e « *Trigonométrie et théories complémentaires.*

A propos de cet ordre du jour, M. le prof. Lazzeri fait, dans son article susmentionné, les justes observations que voici :

« Personne ne peut manquer de saisir toute l'importance de ce
 « que les représentants des opinions les plus disparates au sujet
 « de la fusion aient trouvé moyen de se mettre d'accord sur une
 « proposition conciliante et propre à satisfaire toutes les ten-
 « dances. Et il est naturel que cette proposition doive être
 « favorablement accueillie de l'homme illustre qui préside aux
 « destinées de l'Instruction publique, en hommage aux principes
 « de libéralité qu'il aime à introduire dans chaque branche de
 « l'enseignement public depuis le plus élémentaire jusqu'au plus
 « élevé. »

Et après avoir exposé le point que la discussion a maintenant atteint, il ajoute : « Voilà l'état actuel de choses dont ne peuvent
 « pas être mécontents tous ceux qui sont, comme moi, partisans
 « de la fusion, pourvu qu'ils reviennent un moment sur le passé.
 « En songeant aux obstacles de toute sorte que cette idée a ren-
 « contrés sur son chemin, et en comparant le passé au présent,
 « nous ne pouvions ne pas éprouver une satisfaction intime.

« Il y a quatorze ans, lorsque le regretté M. de Paolis publia
 « ses *Elementi*, la question de la fusion était ignorée de la plu-
 « part des professeurs ; on aurait pu compter les fusionnistes du
 « bout des doigts d'une seule main, et peu s'en fallut qu'on ne
 « les crût fous. Ils forment maintenant une vraie légion, tandis
 « que le nombre de leurs adversaires diminue chaque jour ; et
 « la question a tant marché que les professeurs de mathéma-

« tiques lui font l'honneur de s'occuper d'elle le premier jour
 « qu'ils se rassemblent en congrès ; ils reconnaissent la nécessité
 « de faire partout l'essai qui a déjà eu son succès à la R. Aca-
 « démie navale et dans plusieurs écoles secondaires ; et un
 « groupe de professeurs présente un projet pour rendre possible
 « cette expérience. »

Nous citons encore avec plaisir le passage suivant du même article :

« On sait que les principaux arguments en faveur de la fusion
 « peuvent être groupés ainsi :

« 1° Epargne de temps, que l'on obtient en enseignant à la
 « fois les arguments semblables de Planimétrie et de Stéréo-
 « métrie ;

« 2° Simplification de quelques considérations de Planimé-
 « trie, en les enseignant à l'aide de considérations stéréomé-
 « triques ;

« 3° Une meilleure harmonie entre l'étude des mathématiques
 « et celle des autres matières que l'on apprend au lycée ou à
 « l'institut technique

« Je crois nécessaire d'observer que l'argument le plus im-
 « portant est précisément le 2° qui peut-être n'a pas, jusqu'à
 « présent, été aussi apprécié qu'il le mérite. Que l'on me per-
 « mette donc d'y insister surtout, les deux autres pouvant
 « désormais être considérés comme à peu près en dehors de la
 « discussion. Il est maintenant presque généralement reconnu
 « que la Géométrie élémentaire doit être enseignée tout à fait
 « indépendamment de l'Algèbre, afin qu'elle puisse atteindre le
 « but élevé auquel elle tend dans l'éducation et être une école
 « de logique ; que les exercices d'Algèbre et de Géométrie, aux-
 « quels les jeunes gens prennent généralement de l'intérêt, doi-
 « vent être une application, non un moyen pour prouver les
 « vérités géométriques. La théorie des proportions est, à mon
 « avis, plus étroitement liée à la conception de nombre et de
 « mesure qu'on ne veut l'admettre, mais l'enseignement même
 « par la méthode d'Euclide s'unit dans l'esprit des écoliers aux

« proportions entre nombres, et c'est à cause de cela que, lorsqu'on se sert beaucoup des proportions, l'idée de nombre que l'on veut chasser par la porte, rentre par la fenêtre.

« Eh bien, dans le traité de M. de Paolis, le théorème : — Si deux triangles sont équiangles entre eux, le rectangle d'un côté de l'un et d'un côté non correspondant de l'autre équivaut au rectangle des côtés correspondants à ceux que l'on a considérés — est démontré par quelques considérations stéréométriques fort simples. Moyennant ce théorème, toutes les propositions concernant la théorie de l'équivalence des surfaces planes, et qui, en suivant Euclide ne se prouvent que d'une façon difficile et fatigante, sont démontrées aussi simplement et élégamment que le fait Legendre, lorsqu'il se sert de la théorie des proportions et de la mesure.

« Après cela, l'étude même des surfaces et des volumes des corps ronds, cônes, cylindres, sphères et portions de sphères, que dans beaucoup de bons livres, on fait aussi en se servant de mesures ou du moins à l'aide de la théorie des proportions, peut au contraire se faire sans qu'on ait recours à des mesures ou à des proportions, en donnant aussi aux énoncés des formes qui répondent mieux à l'intuition géométrique. Bref, l'usage des considérations stéréométriques a beaucoup simplifié la théorie de l'équivalence et l'a rendue tout à fait indépendante de la théorie des proportions, de sorte qu'on peut la traiter avant celle-ci. On obtient encore des résultats remarquables en établissant la conception d'homothétie par quelques notions sur les lignes droites et les plans parallèles, et en en tirant ensuite la théorie de la similitude, ainsi que nous l'avons fait, M. Bassani et moi, dans nos *Elementi di Geometria*.

« Toutes les propriétés purement géométriques que l'on peut tirer de la considération de figures semblables, quoiqu'elles n'aient pas de rapport avec les proportions, peuvent de la sorte devenir tout à fait indépendantes de la théorie des proportions mêmes, ainsi que par exemple le théorème : « Si les droites d'un faisceau sont coupées par deux droites parallèles, deux segments égaux de la deuxième droite correspondent à deux segments égaux de la première. » Qu'il me soit enfin permis de faire observer que dans les *Elementi* susmentionnés, nous avons

« traité la question des axes et des plans radicaux à l'aide de
 « quelques propriétés bien élémentaires des cercles et des
 « sphères, sans nous servir des proportions ni des mesures.
 « Maints problèmes, tels que les constructions des cercles ou
 « sphères, qui passent par des points donnés et sont tangents à
 « des droites et à des cercles ou à des plans et des sphères donnés,
 « se résolvent de la sorte sans avoir recours aux proportions,
 « comme on le croyait d'abord nécessaire.

« Ce que je viens d'exposer concerne les simplifications qui
 « ont été introduites par les considérations stéréométriques dans
 « les théories tout entières, et qui nous ont donné le moyen
 « d'étudier chacune des parties essentielles de la Géométrie
 « élémentaire, c'est-à-dire : propriété de positions et d'égalité,
 « équivalence, similitude et mesure, de façon que nous pouvons
 « les exposer dans leur ordre logique et naturel sans avoir besoin
 « de recourir aux théories qui viennent après. »

Quoique partisan convaincu de la fusion, j'ai tâché d'exposer impartialement les faits ; et je crois pouvoir affirmer en finissant qu'il n'y a désormais en Italie que fort peu de professeurs qui ne se soient plus ou moins occupés de la question ; que l'antipathie avec laquelle, il y a quatorze ans, on accueillit la proposition est bien diminuée, et que le rêve de tous les esprits impartiaux est que le Ministère de l'Instruction publique résolve la question en faisant des programmes qui laissent tout le monde libre de choisir la méthode qu'il préfère.

Tout en souhaitant que cela arrive bientôt, je remercie la Direction de l'*Enseignement Mathématique* qui m'a donné le moyen de faire connaître, même à l'étranger, l'une des plus belles discussions qui aient eu lieu dans notre pays.

Dott. G. CANDIDO (Pise).
