E.-A. Fouet. — Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques. 1er Partie (Chapitre I à V). — Un vol., grand in-8°, 330 p.; avec 359 fig. ; prix : fr. 7 20. Paris, Gauthier-Villars, 1902.

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

EMM. CZUBER. — **Probabilités et moyennes géométriques**, traduit de l'allemand par SCHUERMANS. — Gr. in-8°, 244 p.; prix : 8 fr. 50, Hermann, Paris, 1902.

Cet ouvrage a pour objet principal de grouper la classe nombreuse des problèmes de probabilités où les cas possibles constituent un domaine continu.

Pour la plupart d'entre eux, les données sont d'ordre géométrique, ou bien les énoncés sont susceptibles de représentation géométrique, et c'est ce caractère qui a déterminé le titre du livre.

Les questions traitées, ainsi que les méthodes employées, sont fort attrayantes et me paraissent présenter au plus haut degré le caractère de « récréations mathématiques ». Ce n'est pas un des moindres attraits de ces questions que la diversité des solutions qu'elles comportent suivant les conventions que l'on adopte pour l'évaluation de la probabilité ou plutôt pour la définition de l'égalité de probabilité.

Pour un très grand nombre de problèmes, il n'eût peut-être pas été inutile d'indiquer chaque fois les conventions admises et les conditions matérielles susceptibles de leur correspondre.

Parfois, la convention s'impose naturellement.

Ainsi, si un point est assujetti à l'unique condition de se trouver sur une ligne de longueur L, on convient, l et l' étant les longeurs de deux segments de cette ligne comptés à partir de l'une de ses extrémités, que les probabilités pour que le point se trouve d'une part entre les points l et $l + dl$, d'autre part entre les points l' et $l' + dl$ sont égales, de sorte que la probabilité pour que le point se trouve entre les points l et $l + dl$ est exprimé par le rapport $\frac{dl}{L}$.

En vertu d'une convention analogue, si un point est assujetti à se trouver à l'intérieur d'une surface d'étendue S, la probabilité pour qu'il se trouve à l'intérieur d'un élément de superficie ds est exprimée par le rapport $\frac{ds}{S}$

Mais cette simplicité est loin de se retrouver dans tous les problèmes et les rapprochements que nous pourrions faire entre certaines solutions (notamment entre celles des problèmes VII et X) montreraient que les méthothodes appliquées supposent, sans que le lecteur en soit prévenu, des conventions divergentes dans la définition de l'égalité de probabilité.

Au point de vue de l'élégance des méthodes et des résultats, nous mentionnerons spécialement les questions relatives à la position d'une droite arbitraire par rapport à des contours fermés.

Nous signalerons encore les questions où, non seulement le nombre des cas possibles est infini, mais encore où leur domaine devient lui-même infini, tels que les problèmes qui reposent sur la probabilité de la réalité des racines d'une équation du second degré, dont les coefficients peuvent prendre toutes les valeurs réelles de $-\infty$ à $+\infty$.

Disons en terminant que nous aurions quelques réserves à faire sur les qualités de la traduction. G. COMBEBIAC (Limoges).

E.-A. FOUËT. — **Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques.** 1re Partie (Chapitre I à V). — Un vol., grand in-8°, 330 p.; avec 359 fig.; prix : fr. 7 20. Paris, Gauthier-Villars, 1902.

L'auteur des leçons élémentaires s'adresse plus particulièrement aux étudiants des Facultés des Sciences, mais son livre rendra de réels services à tous ceux qui désireront acquérir une vue d'ensemble sur l'état actuel de la théorie des fonctions analytiques.

A côté des principes bien connus de cette théorie, on y trouve des renseignements précieux sur la plupart des résultats dont s'est enrichie cette branche de l'analyse depuis Cauchy et Weierstrass.

Ce premier fascicule, seul paru, contient l'introduction et le livre I. L'introduction est partagée en deux sections. La première traite des fonctions en général. Un aperçu de la théorie des ensembles, permet à M. Fouët de préciser le sens d'un certain nombre de locutions employées dans la théorie des fonctions. C'est dans la 2e section que l'auteur introduit la notion de fonction analytique, mais auparavant il définit avec précision les notions de limite, de continuité, de convergence.

Le livre I est consacré à l'étude des méthodes générales de définition et de représentation des fonctions. Les fonctions qu'on est amené à étudier peuvent être définies de bien des manières : par une équation, une série, une intégrale, etc. Dans tous les cas les mêmes questions se posent : la fonction ainsi définie est-elle analytique ? Quelles sont ses propriétés caractéristiques ?

Le chapitre I est consacré à la théorie classique des fonctions algébriques. La considération des surfaces de Riemann aide à rendre intutives les propositions établies. Parmi les exemples donnés dans ce chapitre on remarquera les transformations linéaires.

Nous passons ensuite aux fonctions définies par des séries et des produits infinis. Les propriétés générales des séries et en particulier celles des séries entières sont exposées avec détail. Un paragraphe spécial est consacré aux séries trigonométriques, mais l'auteur se borne à un historique, fort intéressant du reste. Nous pénétrons ensuite dans le domaine à peine exploré des séries divergentes. M. Fouët dit quelqnes mots des recherches de MM. Poincaré, Stieltjes, Padé et Le Roy (les lecteurs désireux d'approfondir ce sujet sont renvoyés aux sources), mais il s'arrête un peu plus longuement sur la théorie de M. Borel. Le chapitre se termine par l'étude de quelques séries classiques (fonction exponentielle, circulaires, fonction eulérienne, séries hypergéométriques).

Les fonctions définies par des séries multiples et des produits infinis multiples sont étudiées dans le chapitre III. Nous trouvons à la fin du chapitre l'étude des trois fonctions de Weierstrass et des fonctions thêta.

Dans le chapitre suivant, qui est consacré aux fonctions définies par des intégrales, il y a lieu de remarquer une généralisation de la notion d'intégrale due à Riemann et la démonstration du théorème fondamental de Cauchy donné par M. Goursat, démonstration qui n'exige pas d'hypothèse relative à la continuité de la dérivée. La série de Taylor déduite de la formule de Cauchy permet d'obtenir le développement des fonctions algébriques étudiées au chapitre Ier.

Le volume se termine par la théorie du prolongement analytique, d'après Weierstrass. Une question importante est traitée à la fin du dernier chapitre : celle du développement des fonctions en une série de polynômes. Il serait difficile d'énumérer tous les sujets traités ou seulement effleurés par M. Fouët.

Certainement son livre rendra de réels services ; il inspirera au lecteur la curiosité de lire les mémoires originaux. D. Mirimanoff (Genève).