SUR LA NOMENCLATURE DES PUISSANCES

Autor(en): **Berdellé, Ch.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-6647

rompt tout rapport avec l'enseignement classique des langues mortes. Il est nécessaire que ces efforts se généralisent : nous devons renoncer à nous payer de mots; il nous faut acquérir des idées si nous voulons rivaliser utilement avec nos voisins. Je ne puis mieux terminer, pour constater combien la recherche de nouvelles méthodes est à l'ordre du jour, qu'en citant les paroles prononcées par M. Combarieu, chef de cabinet du ministre de l'Instruction publique, inspecteur d'académie à Paris, lorsqu'il présida la distribution des prix aux élèves des cours de dessin de la ville de Paris, à la Sorbonne : « En somme, la pédagogie « comme tant d'autres choses et suivant ce qui paraît être une « loi générale du progrès, est descendue de son char de Phaeton « pour se rapprocher de la vie sociale. »

ELIE PERRIN (Paris).

SUR LA NOMENCLATURE DES PUISSANCES

En faisant, il y a un certain nombre d'années, des extraits traduits de l'histoire des Mathématiques de Cantor, pour un ami qui ignorait l'allemand, j'ai copié pour moi-même et mis en tableau le renseignement suivant :

	NOMS DES PUISSANCES DES NOMBRES, ADOPTÉS PAR	
	DIOPHANTE	LES ARABES
n^1	Nombre.	Nombre.
n^2	Carré.	Carré.
n^3	Cube.	Cube.
n^4	Carré carré.	Carré carré.
n^5	Carré cube.	Premier sursolide.
n^6	Cube cube.	Carré cube.
n^7	Carré carré cube.	Deuxième sursolide.

J'ai donc été bien étonné en lisant dans l'histoire des Mathématiques de Ferdinand Hoefer (p. 298) un paragraphe où, sur l'autorité de A. Sédillot, l'on attribue aux Arabes une nomenclature identique à celle de Diophante. A la fin de ce paragraphe l'on dit : « Ces dénominations des puissances étaient déjà connues des Grecs, ce qui contredit l'opinion de Wallis prétendant que les Arabes avaient adopté, dans leur nomenclature, un système différent de celui de Diophante. » Qui a raison de Cantor et Wallis d'un côté, de Hoefer et Sédillot de l'autre. Il semble que ce problème historique doit recevoir la solution suivante : il y a eu des mathématiciens arabes qui ont suivi la nomenclature de Diophante et des anciens Grecs ; il y en a eu d'autres qui ont cherché à faire mieux. Pourtant, avant de se prononcer, il serait intéressant de connaître les documents sur lesquels on s'est appuyé pour émettre l'une et l'autre des affirmations contradictoires.

Mais il s'élève une autre question, c'est celle de savoir laquelle des deux nomenclatures est préférable. Il me semble qu'en écartant les expressions 1er et 2e sursolide, c'est celle des Arabes non imitée des Grecs qu'il faut préférer. En effet n^5 est-ce un carré ? Non ! Est-ce un cube ? Pas plus ! Pourquoi alors l'affubler de ces deux noms ? Posez les mêmes questions relativement à n^6 et vous verrez que n^6 mérite réellement le nom de carré cube ou de cube carré. C'est même sa double propriété de carré et de cube qui valut au nombre 64 l'honneur d'être choisi par Charles XII pour base d'un nouveau système de poids et mesures qu'il voulait donner à la Suède.

	n^1 lignée	n^2 carré	n^4 bicarré	n^8 tricarré
n^1 lignée	n^2	n^3	n^5	n^9
n^3 cube	n^4	n^5	n^7	n^{11}
n^9 bicube	n^{10}	n^{11}	n^{13}	n^{17}
n^{27} tricube	n^{28}	n^{29}	n^{31}	n^{35}

n^1 lignée	n^2 carré	n^4 bicarré	n tricarré
n^3 cube	n^6	n^{12}	n^{14}
n^9 bicube	n^{18}	n^{36}	n^{72}
n^{27} tricube	n^{24}	n^{108}	n^{216}

La cinquième puissance sera-t-elle de ce fait privée de nom géométrique. Non ! C'est le produit du carré par le cube, ou du cube par le carré. C'est donc un carré de cubes, cuborum quadratus, en allemand *Kubenkadrat* ; mais il faut se garder de le confondre avec le nombre carré et cube ou plus simplement carré-cube. (quadratus-cubus, quadratkubus ou kubusquadrat).

Au bas de la page précédente se trouvent deux tableaux comparatifs à double entrée qui pourront servir pour les dénominations à donner à un certain nombre de puissances.

Dans le premier de ces deux tableaux les exposants du corps du tableau sont formés par l'addition de ceux des deux entrées ; dans le second c'est par leur multiplication. Maintenant si nous prenons dans un des deux tableaux une puissance quelconque de n nous pourrons la *caractériser* en faisant un seul tout des deux dénominations qui se trouvent aux deux entrées correspondantes. Seulement dans le premier tableau l'une des dénominations sera au *nominatif singulier*, l'autre au génitif pluriel. Dans le second tableau les deux dénominations seront mises en apposition. Ainsi n^{13} est un *bicarré de bicubes* tandis que n^{36} est un *bicarré bicube*. On m'objectera que ces noms ne seront jamais employés ; aussi je ne les donne pas pour servir de dénominations, mais plutôt comme des affirmations laconiques de theorèmes de géométrie numérique. Dire que n^{36} est un bicarré bicube c'est dire, en un langage moins bref que celui de l'Algèbre, mais pourtant encore très laconique que : si on extrait la racine cubique de n^{36} on obtient un côté qui peut encore être disposé en cube. Le côté de ce cube peut être disposé en carré dont la racine sera encore un carré, et la racine de ce dernier sera n. En effet dans ce cas particulier on peut faire les opérations :

$$\sqrt[3]{n^{36}} = n^{12} \quad \sqrt[3]{n^{12}} = n^4 \quad \sqrt[2]{n^4} = n^2 \quad \sqrt[2]{n^2} = n,$$

dont la possibilité est indiquée par ces mots bicarré-bicube.

Il y a des amateurs d'Arithmologie qui désireraient que les noms des dix premières puissances des nombres puissent être exprimés par des moyens plus laconiques que de dire cinquième puissance. La chose est facile sans recourir à la langue grecque, le latin suffit, mais en recourant à un artifice employé par les capitaines instructeurs qui au lieu de *croisez baïonnette* disent simplement « *croisez'ette !* » Donc au lieu de dire en latin *quinta* pot*entia* nous dirons *quintentia*, ce qui nous fournira les dénominations féminines suivantes en latin, français et allemand :

n^1	primentia.	primence.	primenz.
n^2	secundentia.	secondence.	sekundenz.
n^3	tertientia.	tierçence.	terzienz.
n^4	quartentia.	quartence.	quartenz.
n^5	quintentia.	quintence.	quintenz.
n^6	sextentia.	sextence.	sextenz.
n^7	septimentia.	septimence.	septimenz.
n^8	octaventia.	octavence.	octavenz.
n^9	nonentia.	nonence.	nonenz.
n^{10}	decimentia.	décimence.	decimenz.

Parlons ici encore d'une question qui se rattache par des liens assez étroits à celle des noms géométriques des puissances.

On sait qu'on appelle équations trinomes des équations de forme suivante

$$x^{2n} + px^n + \rho = 0 \tag{1}$$

et qu'on donne à l'équation

$$x^4 + px^2 + \rho = 0 \tag{2}$$

le nom d'équation bicarrée.

Or les équations du 3ᵉ degré peuvent, on le sait, être réduites, par élimination du 2ᵉ terme à la forme

$$x^3 + px + \rho = 0. \tag{3}$$

On ne voit pas alors pourquoi les équations de forme

$$x^{3n} + px^m + \rho = 0. \tag{4}$$

ne mériteraient pas aussi le nom d'équations trinomes. Seulement on distinguerait les équations trinomes en quadratiques (1) et en cubiques (4).

Sans savoir si l'utilité en pourra être bien grande, nous croyons donc qu'il serait intéressant de classer et de nomenclaturer les équations trinomes de la façon suivante :

$x^2 + px + \rho = 0$	Équation trinome quadratique.
$x^3 + px + \rho = 0$	. . . . cubique.
$x^4 + px^2 + \rho = 0$	. . . . bicarrée.
$x^6 + px^3 + \rho = 0$	. . . . cuboquadratique.
$x^6 + px^2 + \rho = 0$	. . . . quadratocubique.
$x^8 + px^4 + \rho = 0$	. . . . tricarrée.
$x^9 + px^3 + \rho = 0$	. . . . bicubique.

Les nombres sont d'une classification très facile, ainsi que les opérations qu'on peut effectuer sur eux, et il me semble que l'étude de cette classification ne serait pas stérile pour tous ceux qui s'en occuperaient.

Ch. Berdellé (Rioz, Haute-Saône).

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE DE LA FORMULE

$$\frac{\pi^2}{\sin^2 x\pi} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x+\nu)^2}.$$

I. Un lemme. — De la double inégalité bien connue

$$1 > \frac{\sin\varphi}{\varphi} > \cos\varphi$$

il suit que

$$0 < 1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi} < 1 - \cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2},$$

$$0 < 1 + \frac{\sin\varphi}{\varphi} < 2;$$

d'où en multipliant,

$$0 < 1 - \frac{\sin^2\varphi}{\varphi^2} < 4\sin^2\frac{\varphi}{2},$$

ou, après la division par la quantité

$$\sin^2\varphi = 4\sin^2\frac{\varphi}{2}\cos^2\frac{\varphi}{2},$$

$$0 < \frac{1}{\sin^2\varphi} - \frac{1}{\varphi^2} < \frac{1}{\cos^2\frac{\varphi}{2}}. \qquad (1)$$

En supposant φ obtus, cette double inégalité permet de conclure que la fonction

$$\frac{1}{\sin^2\varphi} - \frac{1}{\varphi^2}$$

reste finie dans l'intervalle $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.