BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

BIBLIOGRAPHIE

Alfredo Capelli. — **Lezioni sulla teoria delle forme algebriche**. Un vol. di 295 p. gr. in-8° (in litografia); L. 10. — B. Pellerano, Napoli 1902.

En publiant cette rédaction, faite par lui-même, du cours qu'il a professé à l'Université de Naples sur la théorie des formes algébriques, M. Capelli prévient expressément le lecteur, dans sa préface, qu'il a voulu s'en tenir à un exposé théorique tout à fait général, sans autres applications que quelques rares exemples jugés utiles pour éclaircir certaines propositions abstraites. Et en effet, on chercherait vainement dans cet ouvrage les résultats si nombreux et variés acquis à la science dans les théories spéciales des formes ou système de formes binaires, ternaires, quaternaires, des formes bilinéaires, etc. Par contre, on y trouvera un exposé remarquablement méthodique et rigoureux d'une théorie qui a été édifiée surtout grâce aux recherches personnelles de l'éminent professeur, et dont la généralité ne laisse rien à désirer, car elle s'attaque directement et de prime abord aux systèmes de tant de formes simultanées indépendantes qu'on voudra de n'importe quels ordres, renfermant un nombre quelconque de séries de variables n^{aires} tant cogrédientes que contragrédientes. Cette théorie est exclusivement fondée sur la considération de l'opération polaire, à laquelle l'auteur ramène successivement (au besoin par l'introduction de séries de variables auxiliaires qui disparaissent finalement du résultat) toutes les autres opérations, telles que celles de Cayley et d'Aronhold, qui jouissent aussi de la propriété de conserver le caractère d'invariance. Les relations entre ces diverses opérations, répétées ou combinées entre elles, sont étudiées en détail, notamment au point de vue des conditions de permutabilité. — Pour leur application à la construction des formes concomitantes d'un système donné, et pour la représentation de ces formes, il est fait exclusivement usage de la notation symbolique allemande ; néanmoins quelques leçons du chapitre II sont consacrées à la formation et à la discussion des équations différentielles qui caractérisent les covariants, les semi-covariants, etc., ainsi qu'aux propriétés si importantes des sources (péninvariants). L'ouvrage se termine par la démonstration du théorème de M. Gordan complété par M. Hilbert, sur l'existence de systèmes finis complets de covariants pour tout système de formes fondamentales à plusieurs séries de variables n^{aires} cogrédientes.

Dans un appendice d'une trentaine de pages, l'auteur a rejeté les développements de la théorie générale qui concernent spécialement le domaine binaire, savoir les formules de réduction indispensables pour simplifier les représentations symboliques (celles qui concernent le domaine ternaire ont été données au § XIV du chap. II), le développement de Clebsch et Gordan, les propriétés de l'opération de transvection (Ueberschiebung) et les relations identiques existant entre les formes que fournit l'application répétée de cette opération.

R. Perrin (Paris).

L. Couturat. — **La logique de Leibniz**, d'après des documents inédits. (Collection historique des grands philosophes). Un vol. gr. in-8°, 608 p., prix : 12 fr. ; F. Alcan, Paris.

Qu'il reste de Leibniz des documents inédits d'une certaine importance et en assez grand nombre, voilà certes un fait qui surprendra bien des lecteurs. On en trouvera cependant une preuve éclatante dans cet ouvrage, de plus de six cents pages, consacrées à la *Logique de Leibniz d'après des documents inédits*, et dans lequel il n'est pas un chapitre qui ne soit d'un réel intérêt, tant pour le philosophe que pour le mathématicien.

Il est vrai que la publication des œuvres de Leibniz a été faite dans des conditions très défavorables, sinon défectueuses. Les œuvres n'ont du reste été publiées qu'incomplètement, et ce qui est imprimé est dispersé dans des éditions partielles ou fragmentaires. Quant aux nombreux auteurs qui, depuis bientôt deux siècles, ont consacré des travaux au grand philosophe allemand, ils n'ont, pour la plupart, pas eu recours aux documents primitifs. C'est ce qu'a constaté M. Couturat lorsqu'il prit connaissance des manuscrits conservés à la bibliothèque de Hanovre, « Nous croyions, dit-il dans la *Préface*, n'avoir plus qu'à glaner après tant d'éditeurs : or nous avons rapporté une moisson si riche de documents nouveaux, que nous avons été obligé de refondre entièrement notre livre et de récrire certains chapitres en totalité », notamment le chapitre consacré à la langue universelle et celui qui a pour objet le calcul logique.

Les deux premiers chapitres traitent de la *Syllogistique* (32 p.) et de la *Combinatoire* (18 p.). L'auteur indique d'abord ce que pensait Leibniz de la logique traditionnelle d'Aristote et des scolastiques et en particulier de la théorie du syllogisme pour laquelle il a toujours témoigné une grande admiration. Dès sa quatorzième année, il porte son attention sur ces questions. A l'âge de dix-neuf ans, il montre dans son *De Arte Combinatoria*, que l'une des principales applications de l'art des combinaisons est la logique, et tout particulièrement la logique de l'invention. M. Couturat montre que la logique conçue par Leibniz n'est pas un développement ou un perfectionnement de celle d'Aristote, mais qu'elle est une sorte de *Mathématique nouvelle*, selon l'expression employée par Leibniz lui-même.

La logique de l'invention conduisit le jeune philosophe à la conception d'une *Langue universelle* (chap. III, 30 p.) et d'une *Caractéristique universelle* (chap. IV, 32 p.). Au milieu du XVII^e^ siècle, il existait déjà plusieurs projets de langue internationale. Mais il ne s'agissait guère que de systèmes artificiels et arbitraires sans base logique et philosophique. Leibniz s'occupa, dès sa vingtième année, du plan d'une langue universelle ayant une base philosophique. M. Couturat fait une esquisse de ce plan ; il nous montre comment Leibniz cherche à simplifier la grammaire et la syntaxe, puis comment, par la conception d'un « alphabet des pensées humaines », il est conduit hors des limites de son projet primitif, à l'institution d'une caractéristique universelle et à l'élaboration d'une *Encyclopédie* (chap. V, 57 p.). Leibniz envisage la caractéristique comme un instrument puissant permettant d'effectuer les raisonnements et les démonstrations par un calcul analogue aux calculs arithmétique et algébrique. « En somme, c'est la notation algébrique qui incarne pour ainsi dire l'idéal de la caractéristique et qui devra lui servir de modèle ». Il attache une grande importance au choix des symboles en mathématiques et il attribue les progrès qu'il a fait faire à cette branche, uniquement à ce qu'il est parvenu à créer des symboles bien adaptés aux relations qu'ils doivent représenter. Le plus bel exemple que l'on puisse citer est celui du Calcul infinitésimal. L'invention la plus célèbre de Leibniz se trouve donc liée à ses recherches dans le domaine de la logique, aussi M. Couturat insiste-il à juste titre sur l'unité que prend l'œuvre philosophique et scientifique de Leibniz, dès que l'on tient compte de sa caractéristique universelle.

L'institution de la caractéristique est intimement liée à l'élaboration de l'*Encyclopédie* qui à son tour présupposait la connaissance de la *Science générale*. M. Couturat rend compte des divers projets que Leibniz a conçus au cours de sa carrière et montre les raisons qui ont fait échouer cette vaste entreprise d'une encyclopédie. Il fait une étude très approfondie de la *Science générale* (chap VI, 107 p.), qui constituait en quelque sorte toute la logique de Leibniz, et qui devait être une méthode universelle applicable à toutes les sciences. Ce chapitre, l'un des plus importants de cet ouvrage, sera lu avec un grand intérêt,non seulement par les philosophes, mais aussi par le mathématicien qui y trouvera entre autres une série de paragraphes consacrés à la théorie des probabilités. Pour Leibniz, cette théorie constitue une « partie de la logique » ; il envisage la logique des probabilités comme un complément naturel de la logique de la certitude, surtout dans le domaine de l'art d'inventer.

Leibniz a essayé de faire entrer la logique dans le cadre des sciences mathématiques, ou, tout au moins, de la revêtir d'une forme mathématique, et, afin d'y parvenir, il a élargi considérablement le domaine de la mathématique. Il divise celle-ci en deux branches principales : la science des grandeurs ou de l'égalité, des rapports et des proportions, qui est la mathématique traditionnelle; et la science des formes ou de la similitude, de l'ordre et de la disposition, qui est la combinatoire. En envisageant les sciences mathématiques à un point de vue aussi large, Leibniz a été l'un des premiers à s'apercevoir de l'existence de ce qu'il appelle la *Mathématique universelle* (chap. VII, 40 p.). Il conçoit sa logique comme une « algèbre universelle pouvant s'appliquer à tous les objets susceptibles de déterminations précises et comprenant autant d'algèbres spéciales qu'il y a de genres de relations entre ces objets ».

Parmi ces algèbres théoriquement possibles, il a essayé d'en élaborer deux, le *Calcul logique* et le *Calcul géométrique*. Le premier consiste en une théorie de l'identité et de l'inclusion (chap. VIII, 65 p.). Les divers systèmes qu'il a ébauchés, et dont l'un est inédit, nous montrent que Leibniz a entrevu les principes de la logique algorithmique, développée par Boole un siècle et demi après lui.

Quant au *Calcul géométrique* (chap. IX, 43 p.), il devait fournir un instrument mieux approprié à l'étude des figures que ne l'est la géométrie analytique; ce devait être une sorte de caractéristique géométrique. Leibniz la rattacha principalement à la théorie de la congruence et de la similitude, mais il rencontra de nombreuses difficultés et ne parvint pas à édifier son calcul géométrique sur des principes clairs et solides. S'il n'a pas atteint le but qu'il s'était proposé, cela tient à ce qu'il ne parvint pas à affranchir la géométrie de la considération de la grandeur et à exprimer directement la situation. En dépit de l'opinion des contemporains de Leibniz le but à atteindre n'était ni chimérique, ni stérile; et effectivement il a été atteint par

Grassmann qui, sans connaître le but de Leibniz, a établi les principes d'un calcul géométrique dans son *Ausdehnungslehre* (1844). Ainsi par ses projets, d'une conception si hardie, d'un calcul logique et d'un calcul géométrique, Leibniz a anticipé de près de deux siècles sur les progrès de l'esprit humain.

M. Couturat fait suivre son exposé de quelques réflexions finales (11 p.), qui ont pour but de montrer en quoi la logique de Leibniz est insuffisante et incomplète. Il estime que si Leibniz a échoué dans ses projets d'un calcul logique, cela est dû à un « respect excessif pour l'autorité d'Aristote », à son attachement à la tradition scolastique, et que, s'il n'est parvenu à édifier son calcul géométrique sur des bases rationnelles, la principale entrave est due à l'autorité d'Euclide. Leibniz avait pleinement conscience d'une logique plus vaste et plus compréhensive que la logique classique. « Malheureusement, dit M. Couturat dans sa *Conclusion*, ses essais inachevés et, somme toute, infructueux, sont restés presque entièrement inédits et ignorés pendant près de deux siècles ; les philosophes ont continué à adorer Aristote, et ce sont des mathématiciens qui ont eu l'honneur, dans la seconde moitié du XIXe siècle, de ressusciter, sans le savoir, la pensée de Leibniz. L'algèbre de la Logique paraît aujourd'hui définitivement fondée ; et la Logique des relations commence à se constituer. Il ne faut donc pas dire que la Logique est une science faite (comme si une science humaine pouvait jamais être achevée !) ; la vérité est que la plus grande partie reste à faire ».

Le livre se termine par des *Appendices* (96 p.) et par des *Notes* (54 p.), relatives aux documents cités. Ces appendices, au nombre de cinq sont intitulés : Précis de logique classique. Leibniz et Hobbes, leur Logique, leur Nominalisme. Sur quelques inventions mathématiques de Leibniz qui se rapportent à la Combinatoire et à la Caractéristique. Sur Leibniz fondateur d'Académies. Sur le calcul géométrique de Grassmann.

En résumé, dans cet ouvrage, d'un caractère essentiellement historique, M. Couturat donne à la fois une analyse et une reconstitution de la Logique du grand philosophe allemand. Son exposé accompagné de nombreuses citations et références, facilitera dans une large mesure l'étude de la philosophie de Leibniz.

H. Fehr.

Snyder and Hutchinson. — **Differential and Integral Calculus** ; 1 vol. in-8°, relié, 320 p. ; prix : 2 dollars 50 ; American book Company, New-York, Cincinnati et Chicago.

La série des publications de l'Université de Cornell, à laquelle appartient ce volume, est adoptée et fort appréciée dans les collèges et les Universités des Etats-Unis. Le but de l'ouvrage de MM. Snyder et Hutchinson a été de présenter un exposé rapide, à la fois de tout le calcul infinitésimal dans sa partie élémentaire. Bien qu'on ait utilisé les précédents ouvrages, plus amplement développés, le calcul intégral a cependant fait l'objet d'une rédaction pour ainsi dire entièrement nouvelle. Ou trouve de nombreux exercices gradués, et des exemples bien choisis, tantôt dans le texte, tantôt à la fin des chapitres. La méthode suivie est rigoureuse, mais simple et pratique, comme il convient dans un livre qui s'adresse aux étudiants, auxquels il est dangereux de jeter le doute dans l'esprit, sous prétexte de raffinements exagérés.

Peut être les auteurs auraient-ils bien fait de renoncer à l'emploi de la fonction *vers* (sinus verse $=1-\cos.$) abandonné en Europe depuis plus d'un siècle, alors que tant de bons esprits proposent au contraire de renoncer aux sécantes et cosécantes, et même de se borner aux trois fonctions fondamentales, sin., cos. et tang. Mais ce n'est là qu'une insignifiante critique, et elle ne porte aucune atteinte aux mérites d'un excellent ouvrage, qui sera utilement étudié par les élèves et consulté par les professeurs.

Pour donner une idée du contenu de ce volume, nous reproduisons simplement ci-après les titres des divers chapitres.

Calcul différentiel : Principes fondamentaux. — Différentiation des formes élémentaires. — Différentiations successives — Développement des fonctions. Formes indéterminées. — Mode de variation des fonctions d'un variable. — Vitesses et différentielles. — Différentiation des fonctions de deux variables. — Changement de variable. — Tangentes et normales ; coordonnées polaires. — Dérivée d'un arc, d'une corde, d'un volume, et d'une surface de révolution. — Asymptotes. — Concavité, convexité ; points d'inflexion. — Contact et courbure ; développées et développantes. — Points singuliers. — Enveloppes.

Calcul intégral : Principes généraux d'intégration. — Formules de réduction. — Intégration des fractions rationnelles. — Intégration par rationalisation. — Intégration des fonctions trigonométriques et autres transcendantes. — Intégration comme sommation. — Applications géométriques. — Intégrations successives.

C. A. L.

ERN. WEINNOLDT. — **Leitfaden der analytischen Geometrie,** bearbeitet auf Veranlassung der K. Inspektion des Bildungswesens der Marine. 1 vol. cartonné, gr. in-8°, 80 pages; prix : Mk. 1,60. B. G. Teubner, Leipzig, 1902.

Ce *Précis* contient les premiers éléments de Géométrie analytique limités à la notion de coordonnées, aux problèmes essentiels concernant le point, la droite, la circonférence et les coniques. Présentées sous une forme à la fois claire et concise, ces notions forment le minimum des connaissances que l'on peut exiger dans ce domaine de tous ceux qui ont suivi un enseignement élémentaire de Géométrie analytique. Elles sont accompagnées d'application pratiques et d'exercices numériques.

Nous sommes persuadés que ce petit manuel est appelé à rendre d'utiles services non seulement aux élèves de l'Ecole de Marine auxquels il est spécialement destiné, mais aussi à ceux des établissements secondaires pour lesquels il constituera un excellent guide dans une première initiation.