

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONSIDÉRATIONS SUR L'ASTRONOMIE, SA PLACE
INSUFFISANTE DANS LES DIVERS DEGRÉS DE L'ENSEIGNEMENT
Autor: Richard, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9269>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

tionnels) sera aussi décomposable. Donc dans ce cas le déterminant

$$D_n = \begin{vmatrix} x_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_3 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x_4 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x_{n-1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x_n \end{vmatrix},$$

où les indéterminées laissées dans la diagonale principale sont désignées par $x_1, x_2, \dots, x_n$, devrait être décomposable. Mais pour, $n = 1$ et 2, les formes

$$D_1 = x_1 \quad D_2 = x_1 x_2 - 1$$

sont évidemment irréductibles, et à tout autre cas s'applique la conclusion de $n - 1$ à n .

On a

$$D_n = x_n D_{n-1} - D_{n-2}$$

où les déterminants D_{n-1} et D_{n-2} semblables à D_n ne contiennent pas x_n . Par conséquent la forme D_n linéaire en x_n en peut se décomposer que si D_{n-1} et D_{n-2} avaient un facteur commun différent de l'unité positive ou négative. Mais c'est impossible parce que D_{n-1} et D_{n-2} sont deux formes différentes supposées irréductibles.

JOS. KÜRSCHAK (Budapest).

CONSIDÉRATIONS SUR L'ASTRONOMIE, SA PLACE INSUFFISANTE DANS LES DIVERS DEGRÉS DE L'ENSEIGNEMENT

Dans la classification des sciences l'Astronomie occupe une place toute particulière. Si l'on envisage l'objet étudié, l'Astronomie se range parmi les sciences naturelles. Le phy-

sicien en effet fait naître ou modifie les phénomènes qu'il étudie, le naturaliste au contraire observe les phénomènes se produisant d'eux-mêmes. Or s'il existe des phénomènes que l'homme ne peut ni faire naître, ni modifier d'aucune manière, ce sont à coup sûr les phénomènes célestes.

Par sa méthode au contraire l'Astronomie est toute mathématique. L'Analyse, la Géométrie, la Mécanique, le Calcul des probabilités y trouvent leurs plus belles applications.

Les connaissances des anciens relatives aux astres étaient très limitées, par contre l'aspect de la voûte étoilée était, semble-t-il, plus familier au grand nombre que chez les modernes. Les poètes anciens, Virgile, Ovide, par exemple, font preuve d'une connaissance des constellations à laquelle les poètes modernes sont en général loin d'atteindre.

Ces derniers font souvent preuve d'ignorance et même d'un certain dédain pour la connaissance du ciel. Le seul mérite scientifique de Boileau est de s'être moqué de l'Astronomie en faisant rimer axe avec parallaxe.

Mais prenons La Fontaine, le seul des poètes français de cette époque qui ait vu de la poésie dans la nature. Lisez la fable où le renard aperçoit la lune au fond d'un puits et la prend pour un fromage. Elle témoigne d'une rare ignorance. D'abord la lune pour être vue ainsi doit être à peu près au zénith, chose impossible en nos régions ; de plus, d'après la fable, elle s'y trouve encore deux jours après, et :

« Le temps qui toujours marche avait pendant deux nuits
Echancré selon l'ordinaire
De l'astre au front d'argent la face circulaire ».

Or, deux nuits après la pleine lune, l'astre n'est nullement échancré.

Au dix-neuvième siècle, les poètes et littérateurs ne sont pas plus avancés en Astronomie. Lamartine fait lever Vénus le soir, Musset fait commencer le printemps au mois de Mai.

Dans une petite comédie récente, un personnage regardant dans une cheminée aperçoit la lune au bout. La lune au zénith de Paris !

Cependant de telles absurdités ne choquent personne. Celà

prouve que les notions astronomiques les plus simples sont peu répandues. Cependant d'excellents ouvrages de lecture attrayante mettent cette science à la portée de tous.

Mais du moins ceux qui étudient les sciences, les élèves des lycées, des universités connaissent-ils l'Astronomie ? La réponse est certainement celle-ci. Ils la connaissent fort peu.

Dans les programmes de l'enseignement secondaire la Cosmographie tient une faible place. En 1902 pourtant des réformes importantes furent introduites dans l'enseignement scientifique. La Cosmographie en profita, mais pour peu de temps. Par une modification récente des programmes son importance fut de nouveau diminuée.

Cette diminution ne me semble pas logique. L'esprit des nouveaux programmes est de donner à l'enseignement mathématique un caractère plus concret. On veut faire voir en la mathématique non pas une science purement idéale ayant pour objet de pures conceptions de l'esprit, mais une science ayant pour objet la réalité concrète s'appliquant à tout ce qui nous entoure, servant à accroître notre connaissance du monde extérieur.

Rien de mieux que cette conception. Si les problèmes abstraits ont de l'intérêt pour le savant, le concret seul intéresse l'élève. Or c'est là le véritable problème de l'enseignement. Il s'agit, pour que l'enseignement soit fructueux, d'intéresser l'élève.

Mais ne convient-il pas, dès lors, d'attribuer plus d'importance aux applications concrètes des mathématiques¹. La Cosmographie, même assez élémentaire, fournit d'intéressantes applications. La construction des cadrans solaires n'est pas bien compliquée. On pourrait avec avantage en trigonométrie remplacer certains développements peu utiles par la

¹ Les applications élémentaires à la Géographie mathématique et à l'Astronomie occupent une très bonne place dans les nouveaux programmes allemands (1902). Consulter, entre autres, les recueils de A. SCHÜLKE, *Aufgaben-Sammlung aus der Arithmetik, Geometrie, u. Stereometrie*, Leipzig, 1902, et de SCHUSTER, *Geometrische Aufgaben u. Lehrbuch der Geometrie*, II. *Trigonometrie*, Leipzig, 1903. Voir aussi, dans les *Neue Beiträge zur Frage des math. u. phys. Unterrichts*, publiés par KLEIN u. RIECKE, l'article de K. SCHWARZSCHILD sur les observations astronomiques que l'on peut faire à l'aide de moyens tout à fait élémentaires. (NOTE DE LA RÉDACTION.)

démonstration des trois formules du « Groupé de Gauss » en trigonométrie sphérique. On indiquerait aux élèves la manière de se servir de ces formules, et on leur laisserait le soin de démontrer eux-mêmes les formules donnant les angles en fonction des côtés.

Dans ces conditions les exercices de calcul logarithmique au lieu de porter sur des problèmes de pure fantaisie deviendraient tout à fait réels. Voici des exemples :

1° Questions relatives au lever et coucher des astres.

2° Distance de deux points dont on connaît la latitude et la longitude.

3° Calculer l'azimuth d'un mur, connaissant l'heure où l'ombre de ce mur ne se projette ni d'un côté ni de l'autre.

4° De Dijon on aperçoit le Mont-Blanc. On donne les latitudes et longitudes des deux points. Dans quelle direction faut-il braquer une lunette à Dijon pour que le Mont-Blanc soit dans le champ ?

5° De Marseille on aperçoit le Canigou lorsque le soleil se couche derrière ; à quelles époques de l'année le phénomène se produit-il ?

Il est possible d'aller plus loin, et de donner à des élèves n'ayant que les connaissances exigées à la seconde partie du Baccalauréat, quelques notions de Mécanique céleste.

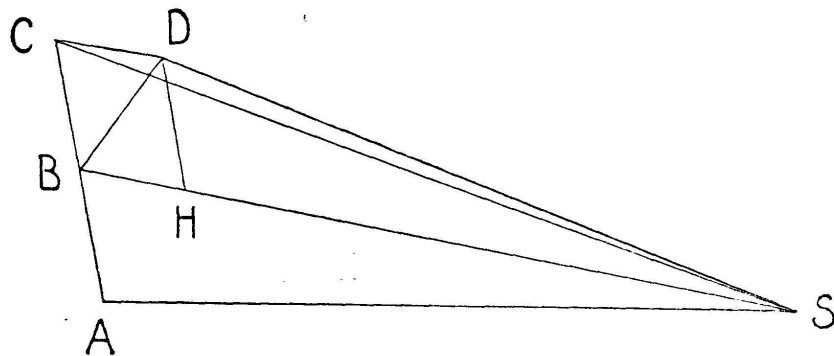
J'ai trouvé dans les œuvres de Voltaire une démonstration de la loi des aires. Cette démonstration due probablement à Newton, est d'une remarquable simplicité. Je la reproduis ici en abrégeant le plus possible.

Supposons le point A attiré vers le point S. La force d'attraction agit d'une manière continue ; on suppose pour la démonstration qu'elle agisse en quelque sorte par saccades à intervalles de temps égaux à $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}$ étant très petit.

Pendant un premier intervalle de temps $\mathfrak{S}$, le mobile parcourt le petit segment AB. Si la force n'agissait pas, pendant un second intervalle $\mathfrak{S}$, le mobile parcourrait un second segment $BC = AB$ dans le prolongement de AB. Mais l'attraction de S donne en B une impulsion, et amènerait le point de B en H si la vitesse acquise n'existait pas. Pour avoir la

véritable position du mobile au bout du second intervalle de temps, on n'a qu'à composer les déplacements BH et BC, on construit le parallélogramme BHDC. BD est le déplacement résultant. Le point vient donc en D.

Or les deux triangles BSD, BSC sont équivalents : ils ont même base BS et même hauteur, la distance de CD à BS, d'autre part BSC et BSA sont équivalents, ils ont même base AB = CD et même hauteur, la distance de S à la droite ABC.



Donc l'aire ASB est égale à l'aire BSD. Les aires décrites par le rayon vecteur pendant les intervalles égaux à $\mathfrak{S}$ sont donc égales.

C'est le principe des aires.

Il ne me semble pas facile d'aller plus loin, et de déduire les autres lois de Kepler de la loi de l'attraction, par des procédés élémentaires. Mais on peut faire l'inverse.

Voici une manière de procéder.

J'établis d'abord deux formules fournissant deux expressions de la vitesse aréolaire soient FM et FM' les rayons vecteurs aux époques t et $t + \mathfrak{S}$, et soit α leur angle. L'aire parcourue est comprise entre les deux secteurs circulaires de rayons FM et FM' et tous deux d'angle α , c'est-à-dire entre $\frac{1}{2} \alpha \cdot \overline{FM}^2$ et $\frac{1}{2} \alpha \cdot \overline{FM'}^2$

En divisant par $\mathfrak{S}$ chacune de ces deux expressions, et faisant tendre $\mathfrak{S}$ vers 0, on voit que leur limite commune est

$$A = \frac{1}{2} \omega \cdot \overline{MF}^2,$$

ω désignant la limite de $\alpha : \mathfrak{S}$, c'est-à-dire la vitesse angulaire

de rotation du rayon MF. Telle est une première expression de la vitesse aréolaire.

On en a une seconde en remarquant que l'aire du triangle FMM' est égale à $\frac{1}{2} MM' \times h$ (h est la hauteur issue de F), en divisant par $\mathfrak{S}$, remarquant que $\frac{MM'}{\mathfrak{S}}$ a pour limite la vitesse v du point M, et h a pour limite la distance p du point F à la tangente en M, on voit que la vitesse aréolaire est

$$A = \frac{1}{2} pv .$$

Considérons une ellipse de foyer F, parcourue par un mobile M, de façon que la vitesse aréolaire du rayon vecteur FM soit constante. Si T désigne le temps employé par le mobile pour parcourir l'ellipse, a et b les demi-axes de cette ellipse, l'aire de l'ellipse étant πab , la vitesse aréolaire est :

$$A = \frac{\pi ab}{T} . \quad (1)$$

Nous allons chercher l'accélération du point M. Soit F' le second foyer, p la distance du foyer F à la tangente en M, et p' la distance du foyer F' à cette même tangente. On sait que :

$$pp' = b^2 .$$

Soit P le symétrique de F' par rapport à cette même tangente, on sait que $FP = 2a$.

D'autre part

$$F'P = 2p' ,$$

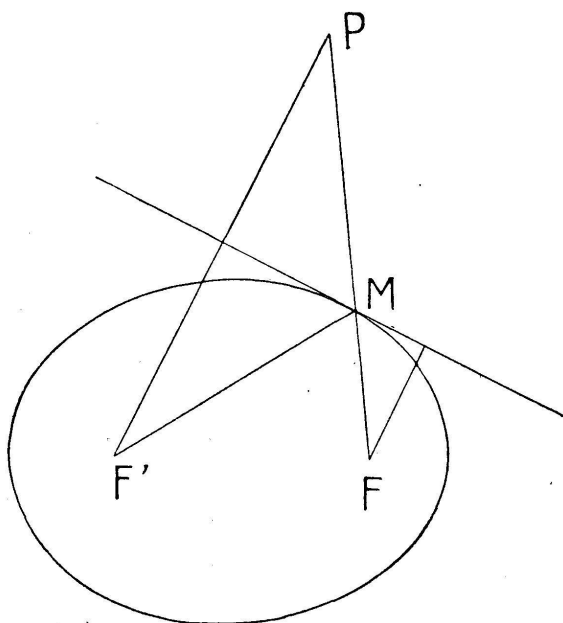
or

$$p' = \frac{b^2}{p} = \frac{b^2 v}{2A} ,$$

donc

$$F'P = \frac{b^2 v}{A} = kv . \quad \left(k = \frac{b^2}{A} \right)$$

ainsi F'P représente la vitesse multipliée par le facteur constant k , et tournée d'ailleurs d'un angle droit, puisque F'P est perpendiculaire à la tan-



gente en M. Le lieu de P représente donc l'hodographe transformé par une homothétie de rapport k , et une rotation d'un angle droit. La vitesse du point P est donc égale à l'accélération γ cherchée multipliée par k et *tournée d'un angle droit*.

P décrivant un cercle de centre F et de rayon $2a$, la vitesse du point P est perpendiculaire à FP. Donc l'accélération qui s'obtient en faisant tourner cette vitesse d'un angle droit est dirigée suivant PF ou suivant MF.

Ainsi l'accélération est dirigée vers F. Pour l'avoir en grandeur, désignons par ω la vitesse angulaire de MF ou de PF. La vitesse de P est ωFP ou $2a\omega$. Mais on vient de voir que cette vitesse est $k\gamma$. Donc :

$$k\gamma = 2a\omega.$$

D'ailleurs on a l'expression de la vitesse aréolaire

$$A = \frac{1}{2} \overline{MF}^2 \cdot \omega;$$

de ces deux équations on déduit :

$$k\gamma = \frac{4Aa}{\overline{MF}^2};$$

remplaçons k par sa valeur $\frac{b^2}{A}$

$$\gamma = \frac{4A^2a}{b^2 \overline{MF}^2};$$

enfin remplaçons A par sa valeur (1), on a :

$$\gamma = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{1}{\overline{MF}^2}.$$

γ est donc *en raison inverse du carré de la distance*. En outre, d'après la troisième loi de Kepler, le coefficient $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ est le même pour toutes les planètes.

On pourra aussi étudier le mouvement d'une planète sur son orbite et établir l'équation de Kepler. L'aire du secteur

elliptique parcourue par le rayon vecteur s'évalue facilement, en considérant l'ellipse comme projection d'un cercle.

Beaucoup d'autres problèmes susceptibles d'une solution simple se présentent en Astronomie. Ainsi l'étude des étoiles doubles conduit au problème de Géométrie suivant. Une ellipse inconnue a son foyer en un point donné A d'un plan P et se projette sur le plan P suivant une ellipse connue. Déterminer l'ellipse inconnue, en grandeur et en position.

J'ai envisagé l'Astronomie dans l'enseignement secondaire. Voyons maintenant le rôle joué par cette science dans l'enseignement supérieur.

Je ne m'étendrai pas beaucoup sur ce point. Les conditions de la licence mathématique ont en effet changé. Le grade de licencié comporte un certificat d'Astronomie. Il est à croire que depuis ces conditions nouvelles les études astronomiques sont moins sacrifiées qu'autrefois dans l'enseignement supérieur. Ignorant s'il en est réellement ainsi, je ne puis qu'être très bref.

Il est certain que de mon temps, vers 1886, on faisait bien peu d'Astronomie. L'année scolaire est, on le sait, divisée en deux semestres, dont le dernier, en dépit de son nom n'a que quatre mois. Pendant ces quatre mois, nous suivions deux fois la semaine un cours d'Astronomie.

Le Professeur, M. Ossian Bonnet, dont le nom est connu de tout mathématicien, faisait un cours très détaillé. Il traitait en premier lieu les questions préliminaires indispensables. Trigonométrie sphérique, développements en série, géométrie infinitésimale sur la sphère, réfraction atmosphérique par une méthode fort intéressante. Quand toutes ces questions étaient traitées et que l'on allait aborder l'Astronomie proprement dite, la fin de l'année arrivait.

J'ai donc fait sur cette science intéressante des études tout à fait incomplètes. Je me suis depuis efforcé de combler cette lacune dans mon esprit. J'ignore si actuellement l'étude de l'Astronomie dans les Facultés est moins délaissée qu'autrefois. Cette science, comme toutes les applications des mathématiques aux sciences naturelles présente pour le mathé-

maticien un grand intérêt. Trop souvent en Analyse, surtout dans les parties les plus abstraites, les problèmes proposés sont très artificiels. Ils ont l'air d'être inventés tout exprès pour être résolubles, et le sont souvent en effet. Dans l'application des mathématiques aux phénomènes naturels, le problème est posé par la nature. Il ne s'agit pas de modifier l'énoncé de façon à avoir une solution simple. Si on le fait ce ne peut être que comme méthode pour parvenir aux cas naturels. C'est ainsi que dans le problème des trois corps on peut chercher les solutions périodiques.

Hermite, dans son cours, se plaisait à faire remarquer que les plus belles questions d'Analyse ont leur origine dans l'étude de la nature. La Série de Fourier, les polynomes de Legendre, les fonctions de Lamé, de Bessel, en sont des exemples frappants. C'est par l'étude du pendule que Greenhill aborde la théorie des fonctions elliptiques. Il y aurait donc profit pour l'étudiant, après avoir suivi un cours d'Analyse, où les choses seraient présentées d'une façon abstraite, nécessaire à la rigueur, à faire l'application de cette Analyse à des questions concrètes ; et parmi celles-ci les questions d'Astronomie se présentent tout d'abord.

Je termine ici ce plaidoyer en faveur de l'Astronomie. J'ai voulu montrer combien cette science est négligée aux différents degrés de l'enseignement, et combien elle mérite peu de l'être.

J. RICHARD (Dijon).
