

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 9 (1907)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** PARALLÉLISME ET TRANSLATION RECTILIGNE  
**Autor:** Hioux, V.  
**Kapitel:** Angles formés par deux droites parallèles coupées PAR UNE SÉCANTE.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-10157>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

grand que soit le nombre entier  $n$ , la distance  $MQ$  du point  $M$  au côté  $OZ$  de l'angle aigu  $ZOY$  sera égale ou supérieure à  $(n + 1) d$ . On aura par suite  $QM > OP$ . Soit sur  $QM$  un segment  $QR = OP$ , le point  $R$  sera entre le point  $Q$  et le point  $M$ . Or la perpendiculaire en  $P$  sur  $OX$  est parallèle à  $OZ$  et, comme à droite de  $OZ$ , c'est le lieu des points situés à la distance  $PO$  de  $OZ$ , elle passe par le point  $R$  situé dans l'angle  $ZOY$ . Donc :

La perpendiculaire en un point quelconque  $P$  au côté  $OX$  a deux points  $P$  et  $R$  de part et d'autre du côté  $OY$  ; donc cette perpendiculaire doit rencontrer  $OY$ . C. Q. F. D.

*Corollaire.* — Si deux droites  $AB$  et  $A'B'$  sont parallèles, toute droite qui rencontre l'une rencontre l'autre.

*Démonstration.* — Soit  $Y'Y$  (fig. 6) une droite qui rencontre  $AB$  au point  $O$ , il faut prouver qu'elle rencontre sa parallèle  $A'B'$ . Pour cela menons en  $O$  la perpendiculaire  $OX$  sur  $A'B'$ . Cette droite qui est aussi perpendiculaire sur  $AB$  fait avec la demi-droite  $OY$  un angle aigu  $YOX$  complémentaire de l'angle aigu  $AOY$ . Soit  $P$  le point de rencontre de  $OX$  avec  $A'B'$  ; la droite  $PA'$  perpendiculaire au côté  $OX$  de l'angle aigu  $YOX$  doit rencontrer le côté  $OY$ .

Donc la droite  $Y'Y$  qui rencontre  $AB$  en  $O$  doit rencontrer sa parallèle  $A'B'$ . C. Q. F. D.

*Remarque.* — L'angle  $P$  est droit et l'angle  $POY$  est aigu ; leur somme est donc inférieure à deux droits ; si on remplace  $POY$  par son supplément  $POY'$  on aura une somme supérieure à deux droits. La rencontre aura lieu du côté de  $OP$  où cette somme est inférieure à 2 droits.

On appelle *sécante* une droite qui rencontre deux droites parallèles.

#### ANGLES FORMÉS PAR DEUX DROITES PARALLÈLES COUPÉES PAR UNE SÉCANTE.

*Théorème VI.* — Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante :

1° Deux angles correspondants sont égaux ;

2° Deux angles alternes-internes sont égaux ;

3° Deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante sont supplémentaires.

*Démonstration.* — Considérons (fig. 9) les deux parallèles  $AB$  et  $A'B'$  coupées en  $C$  et  $C'$  par la sécante  $SS'$ . Nous allons prouver d'abord que les angles correspondants  $\widehat{SCB}$  et  $\widehat{SC'B'}$  sont égaux. Pour cela, d'un point arbitraire  $M$  de  $CS$  menons  $MP$  perpendiculaire sur  $AB$  et par suite sur sa parallèle  $A'B'$  qu'elle rencontre en  $P'$ . Les deux triangles rectangles  $MPC$ ,  $MP'C'$  ont un angle aigu commun au point  $M$ . Cet angle a pour complément d'une part  $\widehat{SCB}$  et d'autre part  $\widehat{SC'B'}$  ; donc ces deux angles correspondants sont égaux. C. Q. F. D.

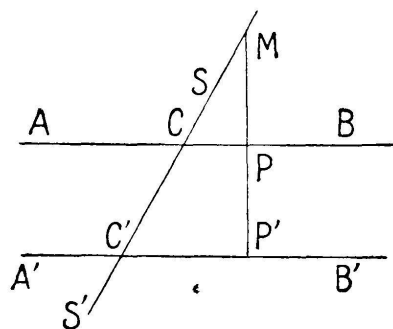


FIG. 9.

Les deux autres parties de l'énoncé sont des conséquences immédiates de la première.

*Théorème VII.* — Réciproquement : Deux droites coupées par une sécante sont parallèles :

1° Si deux angles correspondants sont égaux ;

2° Si deux angles alternes-internes sont égaux ;

3° Si deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante sont supplémentaires.

*Démonstration.* — Supposons (fig. 13) que la sécante  $SS'$  rencontre en  $C$  et  $C'$  les deux droites  $AB$  et  $A'B'$  de manière que les angles correspondants  $SCB$  et  $SC'B'$  soient égaux. D'un point  $M$  de  $CS$  menons  $MP'$  perpendiculaire sur  $A'B'$  et soit  $P$  son point de rencontre avec  $AB$ . Dans le triangle rectangle  $MP'C'$  l'angle en  $M$  a pour complément l'angle  $MC'B'$ .

Or, par hypothèse  $\widehat{SCB} = \widehat{SC'B'}$  ; donc dans le triangle  $MPC$  la somme des angles aigus en  $M$  et en  $C$  vaut un droit ; donc l'angle  $P$  est droit. Donc  $MP'$  perpendiculaire sur  $A'B'$  est aussi perpendiculaire sur  $AB$ . Il en résulte que les droites  $AB$  et  $A'B'$  perpendiculaires sur une même droite sont parallèles. C. Q. F. D.

Les deux autres réciproques se ramènent à la première.

*Corollaire.* — Si deux angles ont leurs côtés parallèles

deux à deux, soit de même sens, soit de sens contraires, ces angles sont égaux.

Si deux des côtés sont parallèles et de même sens et les deux autres parallèles de sens contraires, les deux angles sont supplémentaires.

Enfin, comme autre conséquence on démontre que :

Si deux angles ont leurs côtés perpendiculaires ils sont égaux s'ils sont de même nature, et ils sont supplémentaires quand ils sont de nature différente.

#### TRANSLATION RECTILIGNE D'UNE FIGURE PLANE. COMPOSITION DE DEUX TRANSLATIONS.

6. PARALLÉLOGRAMME. — Si on coupe un système de deux droites parallèles  $AB$ ,  $A'B'$ , par deux sécantes parallèles  $AA'$  et  $BB'$ , on forme un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2; un tel quadrilatère s'appelle un *parallélogramme*.

On démontre facilement qu'une diagonale  $AB'$  par exemple la partage en deux triangles égaux. On a par suite :  $AB = A'B'$  et  $AA' = BB'$ . Donc :

Dans un parallélogramme les côtés opposés sont égaux 2 à 2. On dit habituellement : Les portions de deux droites parallèles comprises entre parallèles sont égales.

On voit de même que dans un parallélogramme deux angles opposés sont égaux et que deux angles consécutifs sont supplémentaires. Enfin, signalons encore la propriété suivante :

Si dans un quadrilatère deux côtés sont à la fois égaux et parallèles la figure est un parallélogramme.

Cela posé, reportons-nous au début de la *première partie*. Par une translation rectiligne de direction  $\Delta$  le triangle  $MAB$  a passé de sa première position à une 2<sup>e</sup>  $M'A'B'$ . Si on considère les côtés  $AM$  et  $A'M'$  on constate qu'ils forment avec la sécante  $\Delta$  deux angles correspondants égaux  $\widehat{A'} = \widehat{A}$ . Donc  $AM$  et  $A'M'$  sont deux droites parallèles. Il en est de même de  $BM$  et de  $B'M'$ . D'ailleurs, dans le déplacement considéré,