Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 11 (1909)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: H. Poincaré. — Leçons de Mécanique céleste professées à la Sorbonne. Tome II1. Première partie : Développement de la fonction perturbatrice. Deuxième partie : Théorie de la Lune. — 2 fascicules gr. in-8° de 165 et 136 p. : 10 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

d'initier les étudiants aux recherches historiques et bibliographiques. L'ouvrage de M. Müller a précisément pour but de faciliter la tâche du professeur dans cette direction. Sans avoir la prétention de donner une bibliographie très complète sur les publications mathématiques, il est cependant appelé à rendre de grands services aux étudiants et aux professeurs. Dans une *première partie* il présente les ouvrages sur l'histoire des mathématiques les principales œuvres complètes, les éditions classiques, les périodiques mathématiques et les encyclopédies.

La *seconde partie* est consacrée à la philosophie et à la pédagogie des mathématiques, à l'algèbre, à l'arithmétique et à l'analyse élémentaire et supérieure.

La *troisième partie* contient la bibliographie concernant les différentes branches de la géométrie élémentaire et supérieure. L'ouvrage se termine par une table alphabétique des matières, et une table alphabétique des noms des auteurs.

On comprend que dans un ouvrage de ce genre on ne puisse atteindre la perfection dès la première édition. Il se trouve çà et là quelques lacunes. Ainsi, pour n'en citer qu'une, l'auteur ne mentionne pas la Géométrie de Méray. Malgré des lacunes de ce genre ce volume constitue un guide précieux pour le débutant.

H. POINCARÉ. — **Leçons de Mécanique céleste** professées à la Sorbonne.

Tome II¹. Première partie : *Développement de la fonction perturbatrice*.

Deuxième partie : *Théorie de la Lune*. — 2 fascicules gr. in-8° de 165 et 136 p. : 10 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Les deux parties qui composent ce second volume ont été publiées en fascicules séparés. Je parlerai plus du second que du premier, car mes études personnelles m'ont plus familiarisé avec les théories lunaires qu'avec les nouveautés concernant la fonction perturbatrice. M. Poincaré et les lecteurs de *l'Enseignement mathématique* voudront bien m'excuser à cet égard. L'illustre auteur dont il s'agit ici se trouve fort à l'aise dans des questions très différentes, quelle qu'en soit la difficulté ; heureux l'humble lecteur s'il peut dire sincèrement qu'il en a convenablement étudié seulement un fragment.

Quoi qu'il en soit, le plan de M. Poincaré, en ce qui concerne le développement de la fonction perturbatrice, est aussi simple qu'il pouvait l'être. Il nous rappelle d'abord comment le problème se pose, comment le dit développement dépend à volonté des éléments elliptiques ou d'éléments canoniques formant plusieurs systèmes distincts et comment on peut passer d'une forme à une autre. Puis viennent les propriétés fondamentales des fonctions de Bessel qui jouent toujours le rôle d'instruments préliminaires indispensables.

Les coefficients de Laplace sont formés par l'emploi large et élégant des fonctions elliptiques ; les notations sont celles de Weierstrass et Schwartz. Du cas où les excentricités et les inclinaisons ont été simultanément négligées, nous passons au cas où les excentricités seules sont négligeables. Ici s'introduisent des polynômes considérés en premier lieu par Tisserand, mais liés à une série hypergéométrique à deux variables dont l'étude est due à M. Appell.

¹ Voir l'analyse du tome I dans *l'Ens. math.*, t. VIII, 1906, p. 248.

Enfin, si l'on ne veut négliger ni excentricités ni inclinaisons, on peut avoir recours à un développement comparable à un développement taylorien, mais où les dérivations sont remplacées par des opérateurs plus généraux dus à Newcomb.

Lorsque le développement est complètement obtenu au point de vue formel, il faut encore discuter sa convergence, chercher entre ses termes des relations de récurrence qui peuvent faciliter sa prolongation et enfin examiner un peu aussi comment il se prête aux calculs numériques. Ce sont là trois points importants à chacun desquels un chapitre est consacré. Un dernier point, d'un intérêt et d'une importance extrêmes, consiste à se demander si un terme très éloigné et que, de ce fait, on pourrait croire négligeable, n'est pas susceptible, lors de l'intégration, de s'affecter d'un petit diviseur qui lui ferait représenter alors une perturbation importante. L'examen de cette question termine le fascicule; elle a donné lieu à des travaux récents dûs surtout à MM. Hamy et Féraud; elle se rattache à l'étude des périodes des intégrales doubles, étude ardue où les résultats fondamentaux sont dûs à M. Poincaré lui-même et à M. Picard.

Voyons maintenant la Théorie de la Lune.

C'est d'abord un cas particulier du problème des trois corps si l'on ne considère que le système Lune-Terre-Soleil; il est indispensable ensuite, ne serait-ce que pour mettre en évidence les accélérations séculaires, de tenir compte des perturbations d'origine planétaire. Toutes les théories de la Lune commencent par le premier cas; à l'heure actuelle trois seulement conservent un intérêt direct différent de l'intérêt historique, celles de Delaunay, Hansen et Hill-Brown. C'est la dernière qu'expose M. Poincaré, mais d'une manière extrêmement originale et où ses propres réflexions transparaissent à chaque instant.

Il part des généralités du tome I et résume rapidement les analogies et les différences qui existent entre la théorie des planètes et celle de la Lune. Il aborde ensuite l'inégalité lunaire, la plus facile à mettre en évidence, la *variation*, dont Newton savait déjà faire une théorie géométrique indépendante de toutes les autres. Son étude entraîne l'écriture d'équations linéaires du second ordre auxquelles on satisfait par des séries d'exponentielles imaginaires dépendant du temps. Si m désigne le rapport entre le moyen mouvement sidéral du Soleil et le moyen mouvement synodique de la Lune, on trouve des séries finalement ordonnées suivant les puissances de m^4 , ce qui explique la convergence si avantageuse des développements dûs aux astronomes américains précités.

Les mouvements du nœud et du périégée sont à rapprocher au point de vue analytique; ils dépendent tous deux de l'équation célèbre $z'' + \Theta z = 0$, où le double accent indique une dérivation seconde par rapport au temps, Θ étant une fonction de ce même temps et, plus exactement, une série d'exponentielles par rapport à cette variable. On satisfait à cette équation par la méthode des coefficients indéterminés, d'où une infinité d'équations à une infinité d'inconnues dont le déterminant est naturellement indéfiniment étendu. On sait que ce déterminant a été considéré en premier lieu par Hill et que M. Poincaré en a démontré la convergence.

Le mouvement du périégée s'aborde toutefois moins directement que celui du nœud, et ici se placent des préliminaires utiles quant à toute la suite de l'ouvrage. Supposons que l'on ait intégré deux équations du type

$$F(x, y, x', y', x'', y'', \alpha_1, \alpha_2) = 0$$

où α_1 et α_2 sont des paramètres très petits qui, dans l'intégration en question, ont été considérés comme nuls. Peut-on profiter de ce premier résultat pour passer au cas où α_1 et α_2 ne sont plus nuls? Cette question conduit M. Poincaré aux *équations aux variations* de l'équation précédente et, en général, le problème proposé n'exige plus que des quadratures, tout comme dans l'ordinaire méthode de la variation des constantes.

Ce sont les *équations aux variations* de celles considérées plus haut pour définir l'inégalité appelée *variation* (il est bizarre que le mot *variation* revienne ici deux fois avec des sens totalement différents) qui nous conduisent à celles du mouvement du périhélie et qui même mettent d'autres perturbations en évidence, par exemple celle connue sous le nom d'*évection*.

Jusqu'ici nous n'avons vu que les inégalités les plus immédiates ou de l'ordre le plus inférieur au point de vue analytique. Or ce qui distingue les théories lunaires des théories planétaires, c'est précisément l'existence de termes d'ordre supérieur bien inutiles à considérer pour les planètes, mais dont la Lune ne peut se passer. La méthode de recherche de ces termes offre une remarquable unité, bien mise en lumière par M. Poincaré, avec les méthodes aux variations dont il était question il y a un instant. Si l'on a des termes jusqu'à un ordre k , la recherche de ceux d'ordre $k + 1$ dépend des équations aux variations des équations qui ont donné les premiers. On conçoit que de telles recherches soient pénibles; l'aspect analytique est cependant uniforme. Même méthode pour l'obtention des inégalités planétaires; on tient compte de l'action d'un quatrième corps au moyen des équations aux variations des équations du problème des trois corps.

Ces perturbations d'origine planétaire se traduisent par les accélérations séculaires du nœud, du périhélie et de l'astre lui-même.

Le sujet est très difficile mais partout le génie de M. Poincaré y a laissé son empreinte; aucun ouvrage, pas même les mémoires originaux de Hill et Brown ne semble plus accessible. Puisse cette remarque encourager à l'étude d'une œuvre où il y a beaucoup de peine et beaucoup d'honneur à recueillir.

A. BUHL (Toulouse).

ARNOLD REYMOND. — **Logique et Mathématiques.** Essai historique et critique sur le nombre infini. — 1 vol. in-8°, 218 p.; 5 fr.; Foyer solidariste, Saint-Blaise (Suisse).

Dans cette thèse, soutenue devant la Faculté des Lettres de Genève, M. A. Reymond aborde à son tour les questions qui, si souvent au cours de ces dernières années, ont divisé les philosophes et mathématiciens: l'infini, son rôle en mathématiques, la relation des Mathématiques et de la Logique sont choses sur lesquelles, malgré tant de discussions, l'accord ne semble pas près de s'établir. « Si éloignées qu'elles paraissent être du réel, les mathématiques conservent comme lui un élément synthétique réfractaire à toute analyse ». « L'analyse pure, sans doute, ne relève que de ce principe (de contradiction), restriction faite de l'idée de succession par laquelle elle forme indéfiniment les nombres. Mais cette notion qu'elle accepte comme un fait, implique toujours un jugement synthétique à priori, tant que le nombre infini ne pourra être conçu comme une réalité ». Ces citations expliquent suffisamment le point de vue de l'auteur et son attitude négative en face des prétentions excessives des logisticiens. Kantien modéré, il se rallie aux