propos d'un article de M. Bioche sur un cas de discontinuité.

Autor(en): **Zoretti, L.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos d'un article de M. Bioche sur un cas de discontinuité.

Dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mai (p. 184-186), M. Bioche a présenté quelques remarques au sujet desquelles un grand nombre de lecteurs ont dû faire les réflexions que je m'excuse d'apporter ici.

Il donne des exemples « de fonctions discontinues ayant une dérivée continue », de « fonctions ayant une dérivée continue et s'annulant pour $x = a$, $x = b$, sans que la dérivée s'annule entre a et b », et il en déduit que dans l'énoncé du théorème de Rolle, il faut faire expressément l'hypothèse que la fonction est continue, l'existence de la dérivée étant insuffisante.

D'abord, au sujet des exemples donnés, on peut remarquer qu'ils sont inutilement compliqués : Prenons une droite $z'z$ dans le plan xOy ; faisons sur la portion Az une translation parallèle à Oy qui l'amène en Bt : la courbe composée des deux demi-droites z'A et Bt est représentée par une fonction $y(x)$ discontinue en A, B et qui d'après M. Bioche possède une dérivée continue (constante). Les exemples de M. Bioche sont tous de ce genre-là.

Pour lui, la dérivée paraît définie ainsi : on constate qu'une expression algébrique coïncide en général avec la dérivée d'une fonction donnée, nous dirons qu'elle est la dérivée de cette fonction toutes les fois qu'elle a un sens : c'est ainsi que dans l'exemple précédent la *constante* (coefficient angulaire de la droite) a été appelée la dérivée de la fonction pour la valeur de x qui correspond au point A.

Il est évident qu'en adoptant cette définition, on ne peut pas dire que les exemples de M. Bioche et ses conclusions soient à reprendre. On peut simplement observer qu'il est loin d'être d'accord avec la définition adoptée en général pour la dérivée.

On dit qu'une fonction $f(x)$ a une dérivée pour $x = a$, si, 1° la fonction est définie pour $x = a$ et dans son voisinage... ; et par *définie* on entend « n'a qu'une valeur pour $x = a$ », sinon que peut bien représenter le symbole $f(a)$ qu'on met dans le numérateur de l'expression

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} ?$$

Avec cette définition, les objections de M. Bioche aux énoncés habituels, notamment du théorème de Rolle, tombent d'elles-mêmes.

Qu'on me permette d'en tirer cette conséquence que, même dans l'enseignement (sauf, évidemment, en élémentaires où il n'y a pas question de transcendantes), il n'est guère possible d'éluder la distinction entre les mots de « fonction » et d'« expression algébrique » ; et que, s'occuper exclusivement des fonctions qui sont représentées par des combinaisons de symboles de l'algèbre, n'apporte pas toujours une simplification.

L. Zoretti (Grenoble).

A propos d'une lettre de M. Martinetti sur le caractère d'orthogonalité et de parallélisme de lignes droites et de plans.

L'Enseignement mathématique du 15 novembre 1908 contient l'extrait d'une lettre du professeur V. Martinetti au professeur G. Loria, sur la condition d'orthogonalité de deux droites dans le système de Monge. Il en est même fait mention dans une note que l'on trouve dans les très récentes « Méthodes de Géométrie descriptive », de M. Loria (*collection Hœpli,* Milan). Je crois devoir y revenir, non pas pour une question de priorité, qui du reste n'en vaut la peine, d'autant plus qu'aucun des auteurs susmentionnés n'avait des raisons d'être au courant de mes travaux, mais plutôt pour faire connaître *une observation analogue relative aux plans.* Je désire rappeler ici — et mes nombreux élèves ainsi que les livraisons lithographiées de mes cours en font foi — que, depuis plus de dix ans, j'indique dans mes leçons, à l'Université de Palerme, cette vérification facile de l'orthogonalité de deux droites qui se fonde sur la possibilité de mener par chacune d'elles le plan perpendiculaire à l'autre, en ajoutant toutefois que « si deux plans sont orthogonaux, il est alors seulement possible de considérer dans l'un d'eux, n'importe lequel, des lignes droites qui soient perpendiculaires à l'autre plan ». Par conséquent si la projection horizontale ou verticale d'une de ces droites est normale à la trace de même nom du second plan, cette projection verticale ou horizontale sera pareillement perpendiculaire à l'autre trace.

Il y a donc là une vérification de l'orthogonalité de deux plans, indépendante de la section droite de leur angle dièdre.

Pour ce qui est du parallélisme entre droites et plans, je fais observer que lorsque une droite et un plan sont parallèles, et dans ce cas seulement, on peut conduire par la droite un plan parallèle au plan donné ; d'où il résulte, comme vérification, que les droites parallèles que l'on mène par les traces d'une droite à celle d'un plan qui lui est parallèle, doivent se rencontrer en un même point de la ligne de terre.

F.-P. Paternó (Palerme).