# K. Dœhlemann. — Geometrische Transformationen. II. Teil (Sammlung Schubert), 1 vol. cart. ; 10 Mk. ; G.-J. Göschen, Leipzig.

*tional de la carte photographique du ciel* et de M. Lallemand sur *les Marées de l'écorce terrestre.*

F. Bützberger. — **Lehrbuch der ebenen Trigonometrie.** — Vierte, verbesserte und vermehrte Auflage. — 1 vol. in-8°; 84 p., 2 francs; Orell Füssli, Zürich.

Le livre de M. Bützberger se recommande tout spécialement à l'attention des maîtres de mathématiques pour la façon judicieuse dont il est conçu. Dans le premier chapitre, intitulé « Le triangle rectangle », il part de ce dernier pour définir les fonctions trigonométriques. Le sinus et le cosinus d'un angle obtus s'obtiennent en identifiant les formules qui donnent la surface d'un triangle isocèle dont l'angle au sommet est soit aigu, soit obtus; ce qui permet à l'auteur, dans le chapitre suivant, d'aborder le triangle scalène et les différents principes qui s'y rapportent. L'élève, familiarisé avec ces nouvelles fonctions, sera porté à en désirer leur généralisation à un angle quelconque; c'est le but du troisième et dernier chapitre. Il renferme tout d'abord l'exposé des systèmes de coordonnées rectangulaires et de coordonnées polaires, pour passer ensuite à la définition des fonctions sinus et cosinus. Prenant un point P $(x, y)$ sur l'un des côtés d'un angle dont le sommet coïncide avec l'origine des axes et l'autre côté. avec la partie positive de l'axe des $x$, l'auteur considère le cosinus et le sinus de cet angle comme étant le rapport au rayon vecteur, de l'abscisse et de l'ordonnée du point P. Le livre se termine par la résolution des problèmes de Pothenot et de Hansen. Ajoutons que l'introduction traite de l'histoire de la trigonométrie et que le recueil renferme également un grand nombre d'exercices.

G. Bertrand (Genève).

K. Dœhlemann. — **Geometrische Transformationen.** *II. Teil (Sammlung Schubert),* 1 vol. cart.; 10 Mk.; G.-J. Göschen, Leipzig.

Dans un précédent Ouvrage, l'auteur avait étudié les relations analytiques qui caractérisent les divers éléments de la géométrie de position. Le présent Ouvrage est une continuation très intéressante de ces théories. M. Dœhlemann a développé d'abord les transformations quadratiques définies par les relations : $x'_1 : x'_2 : x'_3 = ax_2x_3 : bx_1x_3 : cx_1x_3$, dans lesquelles $x_1 x_2 x_3$ et $x'_1 x'_2 x'_3$ sont les coordonnées trimétriques des points homologues P et P' pris, l'un dans le plan fondamental et l'autre dans le plan de transformation. Partant de ces idées, il établit la définition des points et des droites fondamentaux pour l'appliquer à l'étude des points singuliers, puis des points et des lignes de coïncidence. La comparaison par les équations linéaires lui permet de déterminer très élégamment le nombre et la nature des éléments caractéristiques d'une transformation quadratique.

L'emploi des points cycliques comme points fondamentaux conduit l'auteur à un exposé fort remarquable sur les droites isotropes et les foyers. L'application à la transformation par rayons vecteurs réciproques est illustrée de quelques propriétés simples des coniques et des courbes anallagmatiques. Une étude des inverseurs classiques : Peaucelier, Sylvester, Hart et Kempe termine cette partie. L'auteur a consacré un chapitre complet à la transformation par variables imaginaires et l'a intéressé par le développement d'un grand nombre de beaux exemples.

La seconde partie du livre traite des transformations quadratiques ou birationnelles dans l'espace. Le plan suivi est très analogue à celui de la première partie : relations algébriques, sections sphériques imaginaires et transformation par rayons vecteurs réciproques. Les applications de ces transformations à la projection stéréographique, à la géométrie de la sphère, aux cyclides de Dupin et aux surfaces anallagmatiques sont particulièrement intéressantes.

Nous ne pouvons pas entrer dans tout le détail des exemples et des sujets traités, mais c'est avec plaisir que nous recommandons l'excellent Ouvrage de M. Dœhlemann à tous ceux qui s'intéressent à la géométrie moderne.

L. Crelier (Bienne-Berne).

H. Hartl. — **Erste Einführung in die Elemente der Differential- und Integralrechnung** und deren Anwendung zur Lösung praktischer Aufgaben. — 1 vol. in-8°, 58 p. ; Franz Deuticke ; Wien und Leipzig.

A une époque où l'on est de plus en plus porté à faire figurer au programme de l'enseignement secondaire les éléments du calcul infinitésimal, le livre de M. Hartl arrive à propos. Ce petit recueil s'adresse principalement aux jeunes gens qui ont eu une préparation incomplète, et qui désirent néanmoins avoir un aperçu de cette théorie. Par suite du but que s'est proposé l'auteur, ce dernier n'a pu donner toute la rigueur voulue aux démonstrations ; il a surtout recherché une compréhension facile et rapide du sujet. Quelques applications pratiques montrent toute l'importance de ce calcul ; en outre, chaque chapitre renferme des exercices et leurs solutions.

E. Landau. — **Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen.** — 2 vol. gr. in-8° comprenant au total un millier de pages ; B. G. Teubner, Leipzig.

*La suite des nombres premiers est illimitée. — Toute progression arithmétique dont la raison et le premier terme sont des nombres premiers entre eux, contient une infinité de termes qui sont des nombres premiers absolus.*

Le premier de ces théorèmes est un cas particulier du second. L'une de ces démonstrations, devenue classique, se trouve déjà chez Euclide. Celle du second, en revanche, coûta les plus grands efforts et ce fut Dirichlet qui eut l'honneur d'y parvenir en 1837. En l'obtenant au moyen des séries qui portent son nom, il ouvrit à la théorie des nombres des voies inconnues et devint pour ainsi dire le véritable créateur d'une nouvelle discipline, l'arithmétique analytique.

Plus tard vint Riemann. Dans un mémoire, que personne n'ignore et daté de 1859, Riemann, faisant preuve d'une divination inouïe, donna une formule désormais historique relative au nombre des nombres premiers inférieurs à un nombre donné, dont se sont occupés depuis, bon nombre de mathématiciens éminents, parmi lesquels MM. Hadamard, von Mangoldt, de la Vallée Poussin et Landau[1]. Riemann obtint ce résultat capital en partant de considérations profondes sur la fonction

$$S(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

[1] Au sujet du rôle exact de chacun de ces géomètres dans les recherches que nécessita le mémoire de Riemann, voir aussi Landau, « Sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une limite donnée. » (*Ann. de l'Ecole normale,* t. 25, 3me série, 1908).