M. Fields modifie séparément et d'une manière convenable, par suppression des termes de moindre degré, chacune des séries de puissances

$$Q_1 , Q_2 , \dots Q_{n-1} .$$

M. Fields suppose donc connue toute la théorie du développement des fonctions algébriques en séries de puissances dans le voisinage d'un point donné.

Une fois résolues toutes les questions qui touchent au problème fondamental, M. Fields arrive sans difficulté au point central de toute sa théorie, à son *théorème complémentaire*, par lequel du nombre des constantes qui interviennent dans une fonction arbitraire, on passe à celui des constantes de la fonction la plus générale dont les infinis constituent un *système adjoint* du système des infinis de la fonction donnée.

Du théorème complémentaire découlent ensuite comme simples corollaires les propositions les plus essentielles, celles de Brill-Nœther et de Riemann-Roch qui, en dernier ressort, lui sont d'ailleurs équivalentes. Les théorèmes connus touchant les points de Weierstrass en sont de même des conséquences immédiates. M. Fields peut aussi, en se basant sur le théorème complémentaire, établir que le genre reste inaltéré à la suite d'une transformation birationnelle quelconque, puis généraliser les formules de Plücker et esquisser enfin une théorie des systèmes corésiduels. Le livre s'achève par un aperçu rapide des propriétés essentielles des intégrales abéliennes de chaque espèce.

Les deux théories, celle de M. Fields d'une part et celle de MM. Hensel et Landsberg d'autre part, quoique tout à fait distinctes et indépendantes, suivent une marche parallèle. Au moment, toutefois, où le premier de ces auteurs s'arrête, les deux autres poursuivent en utilisant systématiquement une notion dont M. Fields ne fait usage nulle part mais qui simplifie la plupart des énoncés, celle des diviseurs premiers algébriques.

N'importe. Le but que M. Fields s'était proposé se trouve complètement atteint. Sa théorie ne laisse rien à désirer. Le théorème complémentaire est établi sans aucune hypothèse restrictive touchant les singularités de l'équation qui sert à la définition du corps. A cet égard, M. Fields va très loin puisqu'il lui est indifférent de supposer que celle-ci soit ou non irréductible, pourvu que les facteurs multiples en aient été éliminés. Cette hypothèse a son avantage car elle le conduit dans le cours du volume à une extension de la notion de genre ainsi qu'à un certain critère d'irréductibilité.

Le livre de M. Fields est intéressant d'un bout à l'autre ; la personnalité de son auteur, connu par d'excellents travaux antérieurs, sa compétence absolue, le soin apporté à chaque page du volume rédigé une première fois en 1898, sont autant de garants que l'ouvrage ci-dessus sera aussi bien accueilli des chercheurs en quête de méthodes nouvelles que des amateurs de rigueur absolue, désireux en même temps d'une exposition aussi rigoureuse que possible.

G. Dumas (Zurich).

R. Le Vavasseur. — **Quelques démonstrations relatives à la théorie des nombres entiers complexes cubiques.** — Propriétés de quelques groupes d'ordre fini. — 1 vol. gr. in-8°, 66 p. ; 3 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1908.

Dans un mémoire publié en 1897 *(Ann. de la Fac. des Sciences de Toulouse)* Stieltjes a énoncé, sans démonstration, quelques propositions relatives à la théorie des nombres entiers cubiques. M. Le Vavasseur fait voir, dans son premier mémoire, que les théorèmes de Stieltjes se déduisent très simplement de la loi de réciprocité d'Eisenstein. Pour mettre le lecteur en mesure de lire les mémoires d'Eisenstein et de Stieltjes l'auteur esquisse rapidement les principes essentiels de la théorie du corps cubique. On sait que ce corps rentre comme cas particulier dans la catégorie des corps algébriques formés avec les racines de l'unité qui ont été étudiés pour la première fois par Kummer. Mais on peut en faire une étude directe soit à l'aide des méthodes fécondes de Kummer et de Dedekind, soit en prenant pour modèle Gauss dans son mémoire « Theoria residuorum biquadraticorum commentatio secunda ». La méthode de Gauss est certainement l'une des plus élémentaires, — c'est elle qui a servi de modèle à M. Le Vavasseur dans son mémoire sur les nombres cubiques.

Le second mémoire de M. Le Vavasseur est consacré à l'étude de quelques groupes d'ordre fini. On sait l'énorme importance qu'a prise, depuis Abel et Galois, la théorie de ces groupes dans la résolution algébrique des équations. Mais il reste encore beaucoup à faire dans ce domaine malgré les travaux de Jordan, de Kronecker, de Hermite.

M. Le Vavasseur s'occupe d'abord des groupes cycliques d'ordre quelconque et de leurs isomorphismes. Il passe ensuite à des groupes plus complexes. Le problème de la formation des groupes et la recherche des isomorphismes deviennent alors beaucoup plus difficiles. Mais l'emploi heureux des imaginaires de Galois et l'introduction d'un exposant imaginaire symbolique permettent de simplifier considérablement l'étude des groupes considérés par M. Le Vavasseur, et l'auteur arrive à des résultats curieux. Ce travail se rattache du reste à un autre mémoire du même auteur publié en 1904 dans les *Annales de l'Université de Lyon* (fasc. 15). On le lira avec intérêt.

D. Mirimanoff (Genève).

F. Pietzker. — **Lehrgang der Elementar-Mathematik.** II. Teil. Lehrgang der Oberstufe. — 1 vol. in-8°, relié, 442 p., Teubner, Leipzig.

Nous avons analysé le premier volume de cet ouvrage dans le n° de mai 1907. Le second volume est plus spécialement destiné aux élèves des classes supérieures des gymnases prussiens. De même que dans le premier, l'auteur a tenu compte dans une très large mesure du vœu, exprimé dans les milieux pédagogiques, et notamment au sein de la « Société allemande des naturalistes et des médecins », en vue d'une réforme de l'enseignement des mathématiques élémentaires. La matière traitée dans ce nouveau volume lui a permis de donner encore plus d'extension à sa méthode d'enseignement. L'ouvrage se divise en deux parties : Algèbre et Géométrie.

I^re^ partie. *Algèbre*. — *a)* Fonctions définies au moyen d'équations ; représentations graphiques ; résolution d'un système d'équations du premier degré et introduction des déterminants ; propriétés de ces derniers ; équations des deuxième, troisième et quatrième degrés ; quelques propriétés générales des équations ; méthodes d'approximation pour la recherche des racines incommensurables ; maxima et minima de quelques fonctions. — *b)* Extension de la notion de nombre ; nombres entiers, fractionnaires, irrationnels ; nombres imaginaires ; formule de Moivre. — *c)* Arrangements et combinaisons ; propriétés du symbole $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$;