

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1912)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: COMPTE RENDU DU CONGRÈS DE CAMBRIDGE
Autor: Fehr, H.
Kapitel: DISCUSSION
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-14295>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

RUNGE (Göttingue), TIMERDING (Braunschweig), WEBSTER (Worcester, E. U.), WIRTINGER (Vienne).

(Extrait de la circulaire de M. le prof. C. RUNGE.) — Objet : *Les mathématiques dans les études universitaires des physiciens.*

1. — Quelles sont les branches mathématiques qui appartiennent à un enseignement régulier destiné au physicien ? Dans la préparation mathématique des physiciens fait-on une différence entre les étudiants qui suivent une direction plutôt expérimentale et ceux qui suivent une voie plus théorique ?

Les professeurs de mathématiques tiennent-ils particulièrement compte des besoins des physiciens ?

Y a-t-il des cours de mathématiques spécialement destinés aux physiciens ?

Dans quelle mesure et à quel point de vue les mathématiciens participent-ils aux cours *a)* de mécanique ; *b)* à d'autres cours et particulièrement à ceux qui se rattachent au domaine moderne de la physique mathématique ?

2. — Jusqu'à quel point les méthodes graphiques modernes d'intégration et de nomographie sont-elles répandues dans les universités ?

Les étudiants en physique sont-ils appelés à apprendre la géométrie descriptive, le calcul numérique, la résolution numérique des équations différentielles et la méthode des moindres carrés ?

Apprennent-ils le maniement d'instruments mathématiques tels que la règle à calcul, la machine à calculer et les planimètres ?

Y a-t-il des cours ou des exercices spéciaux à cet effet ou cet enseignement se fait-il dans les travaux pratiques de physique ?

3. — Quelle est l'organisation des exercices mathématiques destinés aux physiciens ? Ces exercices ont-ils lieu suivant le mode habituel des travaux de laboratoire ? Le professeur ou ses assistants entrent-ils en relation personnelle avec les différents étudiants ?

4. — Quelle est votre opinion personnelle sur l'opportunité de l'organisation actuelle de cet enseignement ?

Avez-vous des propositions à faire au sujet d'une extension ou d'une réduction de l'enseignement mathématique ou au sujet d'une distinction des étudiants en physique en divers groupes ou encore pour ce qui concerne l'organisation de l'enseignement ?

DISCUSSION

Sir J.-J. THOMSON remercie M. Runge de sa belle conférence. Elle a été suivie d'une discussion d'un grand intérêt à laquelle ont pris part MM. P. STÆCKEL, C. BOURLET, F. ENRIQUES, Sir G. GREENHILL, A.-G. WEBSTER, E. BOREL, Sir J. LARMOR, C. BIOCHE, A.-E.-H. LOVE, E.-W. HOBSON, G.-A. GIBSON, Sir J.-J. THOMSON et C. RUNGE. En outre, afin de ne pas allonger le débat, M. LANCHESTER nous a adressé par écrit les remarques qu'il comptait présenter à la séance.

Quelques orateurs ont insisté sur les dangers qu'il y aurait de négliger le côté logique dans l'enseignement supérieur, même si celui-ci s'adresse uniquement à des physiciens, ce qui n'est généralement pas le cas. Tout en reconnaissant la nécessité d'accorder une juste place au côté pratique, à l'aide de problèmes bien choisis, ils estiment que le côté utilitaire ne doit pas prédominer. D'autres font remarquer que les étudiants en mathématiques eux-mêmes retireraient un grand bénéfice d'un enseignement par lequel on les initierait davantage aux applications d'ordre pratique. C'est de ce côté qu'on devrait diriger l'effort sans porter préjudice à l'enseignement théorique bien approprié. Le temps nécessaire se trouvera aisément; on pourrait le prendre sur les heures de laboratoire de la physique, dont le nombre, au dire même des physiciens, est parfois exagéré. Il suffirait de renoncer à des manipulations souvent sans intérêt et sans aucune portée théorique ou pratique.

On lira ci-après le résumé de la seconde partie de cette séance qui a été l'une des plus intéressantes du Congrès.

Prof. STAECKEL (Karlsruhe) ist überzeugt, dass die Vorschläge Runges durchgeführt zu werden verdienen, und möchte nur eine gewisse Schwierigkeit beleuchten, die darin liegt, dass die Ausbildung der Physiker und Mathematiker zum Teil gemeinsam erfolgt und dafür gesorgt werden muss, dass die Pflege der logischen Seite der Mathematik nicht vernachlässigt wird.

M. BOURLET (Paris) présente les excuses de la Sous-commission française de n'avoir pas répondu au questionnaire de M. le Prof. Runge. La raison est que, devant une question aussi vaste, la Sous-commission a décidé de faire plus que de donner des renseignements sommaires, et qu'elle publiera tout un volume.

M. Bourlet indique à grands traits ce que sera cet ouvrage.

Comme il l'a déjà expliqué dans des réunions antérieures, l'enseignement est donné en France dans un esprit très général dans les classes de *Mathématiques spéciales* et dans les *Cours de Mathématiques générales* des Universités. En France, on essaie de donner aux jeunes gens qui se destinent aux sciences mathématiques, physiques et naturelles, une éducation générale commune. C'est ainsi que les élèves de l'Ecole normale Supérieure, suivaient jadis, en première année *tous les mêmes cours*.

En dehors de l'étude de l'état actuel de l'enseignement oral, la Commission étudiera les ouvrages en usage pour donner un tableau complet de ce qui se fait en France.

Mais M. Bourlet estime que le travail ne devrait pas s'arrêter là et que le rôle de la Commission internationale est de chercher des directions communes au moyen d'une enquête parmi les mathématiciens, les physiciens et les ingénieurs. Cette enquête pourra porter sur deux points : les *matières* qu'il faut enseigner, les *méthodes* qu'il y a lieu d'employer. M. Bourlet estime que c'est surtout le choix des matières qu'il y a lieu de faire avec soin; quant à la méthode, il est d'avis qu'il ne peut pas y en avoir deux : une pour les mathématiciens et l'autre pour les physiciens, et que l'enseigne-

ment des mathématiques aux physiciens doit conserver son caractère de rigueur et de logique. On n'enseignera pas les fonctions monogènes de M. Borel, mais ce que l'on enseignera on devra le faire avec toute la précision nécessaire. La Commission internationale devant se réunir vraisemblablement à Pâques 1914 à Paris, M. Bourlet espère que le volume sera prêt quelques mois d'avance.

M. F. ENRIQUES (Bologne), remarque que M. Runge s'est placé à un point de vue utilitaire en se demandant quels instruments il faudra donner au physicien. Il y a lieu de poser une autre question qui n'a pas moins un intérêt pratique, c'est-à-dire comment on peut attirer les jeunes gens à l'étude de la physique.

M. Enriques remarque que, dans plusieurs pays au moins, il y a une tendance des étudiants les *mieux doués* à préférer l'étude des questions de mathématiques pures à celles de physique. Cela dépendrait-il de ce que l'on néglige le plus souvent de présenter aux élèves les côtés de la physique théorique qui sont les plus beaux et les plus intéressants, en expliquant le but même de la science qui consiste à mettre d'accord les faits avec les représentations de notre esprit ?

Il n'est pas douteux que les progrès de la physique exigent de se tenir près des faits d'expérience et que l'expérience demande un long apprentissage. Cependant on ne peut méconnaître que certains esprits élevés ne sauraient se soumettre à l'effort de cet apprentissage s'ils ne voient d'abord l'intérêt des questions qu'on est appelé à résoudre par cette voie. D'autres aussi qui n'auront jamais la faculté de fournir eux-mêmes un travail expérimental utile, pourraient apporter une contribution aux questions théoriques grâce à une intuition heureuse.

M. Enriques pense que l'enseignement actuel de la physique mathématique n'est pas fait assez dans le sens de développer cette intuition et parfois même qu'il tend à repousser les esprits qui ont une plus grande intuition par un excès de développement des algorithmes de l'analyse où le moyen semble être pris comme une fin.

Sir G. GREENHILL (London). — The Report we have had in our hand for preliminary study, and the exposition of it by Prof. Runge, has covered the whole ground of the state of mathematical training of the student of Physics.

But a participator in the discussion must confine himself to some detail, where his experience encourages him to offer some remarks.

In my own case I endorse heartily what is said of the overgrowth of Descriptive Geometry (see Question II).

The subject is too often easy and soft, and the student grows too fond of it, and cannot be brought back to harder study of the Calculus.

We found this at Coopers Hill College, where I was one of the original staff. Reports from India complained of the young engineer we sent out; that he knew no mathematics, but he could *draw*.

Give him a task on the drawing board with his instruments and he is pleased to work for ever. In fact his instructors at Coopers Hill used to groan at his output of drawings.

So although we envy Prof. Gutzmer his Mathematical Institute at Halle, there is one point of his equipment we do not admire so much- the elaborate laboratory for drawing and descriptive Geometry.

For my part I would rather see a Mathematical Workshop in its place, with a carpenter's bench and tools, an anvil and some large hammers, and other simple apparatus for illustrating elementary dynamical principles, and making them familiar to the muscular sense.

Prof. WEBSTER (Clark University, Etats-Unis). — I find myself in general agreement with most of the gentlemen who have spoken, especially with the ideas of Professor Runge, as expressed in his admirable report. I regret very much the distance that often separates the mathematician from the physicist, especially the lack of perception that often exists of what the physical student needs. I should like to point out a very important practical consideration in the words « *Ars longa, vita brevis* ». In other words so much time must be taken for the education of the physicist that it is totally wrong to waste precious time on what is not useful. I fully agree that the teaching should be thorough — the best is none too good, but it is foolish to spend time in pointing out to the student imaginary difficulties that he will never encounter. As an example, the physicist will need to integrate many functions, but he will not require a rigid discussion of the conditions of integrability of a function, since all the functions that he will meet will probably be integrable. He will have to make frequent use of Fourier's series, but it would be wrong to devote several months of his time to the study of all sorts of convergence and non-convergence of series in general. I believe that every mathematician should know the main principles of physics, just as much as the physicist should be acquainted with the leading methods of mathematics. It is also quite possible to illustrate mathematical ideas, by physical examples which are interesting, illuminating and perfectly logical. I need only suggest the notions of velocity and acceleration, and the employment of such physical ideas as are the possession of everyone.

Sir Joseph LARMOR (Cambridge) said that what he had heard induced him to ask them to consider the position of the mathematicians. In mathematical teaching they ought not to be expected to give up everything that was interesting, and confine themselves to routine work and to providing mere tools to be used in more attractive occupations. What we were suffering from was overspecialisation. In his view mathematics included the whole of theoretical physics; there was no essential difference between reasoning on the doctrine of thermodynamics and reasoning on the doctrine of limits. Mathematics was not all technical algebraical analysis, any more than physics was all experimental dexterity.

M. E. BOREL (Paris) se déclare entièrement d'accord avec M. Runge. Nous devons tendre à rendre plus simple l'enseignement des mathématiques. Puis il donne des renseignements sur ce qui se fait à l'Ecole normale supérieure. En première année l'enseignement est commun aux physiciens et aux mathématiciens, sauf de rares exceptions. La méthode et le choix des matières dépendent souvent des questions d'actualité, de mode et de la personnalité du maître.

M. Ch. BIOCHE (Paris) estime que les physiciens ou naturalistes doivent avoir quelques connaissances générales des mathématiques, en dehors des connaissances pratiques qu'ils utilisent journellement, de façon à ce qu'ils puissent savoir qu'à l'occasion de telle question les intéressant ils trouve-

ront auprès d'un mathématicien professionnel les indications qui leur seraient utiles.

Lorsqu'on veut traiter un problème d'ordre pratique il ne suffit pas d'en avoir une solution théorique ; il faut en avoir une solution commode. Il importe que, dans l'enseignement mathématique, on se préoccupe de discuter les solutions des problèmes au point de vue de la simplicité dans les applications

Prof. LOVE (Oxford) wished to associate himself with Sir J. Larmor's view. The ideal thing would be, every mathematician a physicist and every physicist a mathematician. To gain time for the necessary training it would be desirable to discard obsolete things in mathematics and to devise some scheme by which a general knowledge of physics could be brought within the reach of all students of mathematics. In regard to the proposed choice of mathematical matter, he thought there might be a tendency to make the subject too narrow, with too little regard to the possible future application of branches of analysis which are now studied for their own sake.

Prof. HOBSON (Cambridge) said that perhaps too large a share of the blame for the undoubted evils of the present divorce of Mathematical and Physical teaching had been put upon the Mathematicians. If the mathematical teacher spent too much time on matters which would be better omitted and in the teaching of merely analytical expertness, it might be said that the Physicist spent too much time on the merely manipulative work of the Laboratory. Mathematical teachers were expected to teach only what was directly useful to the Physicist, and also what was directly useful to the Engineer, or to the Chemist. The main object of the Mathematical teaching ought to be that of developing habits of clear and logical thinking in the pupils, and that could not be hampered by a too close adhérence to what was required only for application in other departments. Dexterity in such matters as the use of the slide rule was not part of what the Mathematician should be expected to teach. He would lose his self-respect if he became a mere provider of tools for use in subjects outside his own.

Sir J.-J. THOMSON (Cambridge), l'illustre physicien, reconnaît que de nos jours on exagère parfois le temps accordé aux travaux pratiques dans l'enseignement supérieur où ils prennent une trop grande place. Ce serait nuisible de donner aux physiciens un enseignement mathématique spécialisé, par contre il faut qu'ils soient familiarisés avec les applications pratiques.

Prof. RUNGE. — I believe that the introduction of numerical and graphical exercises do not interfere in any way with the logical deduction of pure mathematical theorems. My idea is that practical mathematics are indispensable not only to the physicist but also to the pure mathematician in so far as they enable him to work out examples for the application of pure mathematical theorems, and in this way enlighten him and aid his logical deductions.

Remarques de M. F. W. LANCHESTER (Birmingham). — The question of the mathematical training of the physicist in the university has perhaps two aspects — that is from the point of view of the mathematician, and from the standpoint of the work which the student in after life finds it incumbent upon him to undertake. Whether trained primarily as engineer or physicist a large number of those who are trained in applied mathematics either en-

ter by intention or by accident into the engineering profession. The following remarks may be taken to relate more particularly to this class of student.

The weakness commonly exhibited by the engineering student, who having graduated in a university takes a post as an engineer or in an engineering work, is found more often than not to lie in his inability to deduce from the complex maze of facts with which he has to deal, a definite problem in what may be termed « examination-question » form¹. In my experience there is usually ample knowledge of mathematical principles and mathematical method, but there is a very obvious deficiency in the development of the mathematical student's reasoning powers, which are the essential counterpart to any purely mathematical training, before it can serve him usefully in the responsible carrying out of engineering work. It is naturally very questionable whether it is possible by any modification or supplementing of the university education to make good this deficiency entirely; in fact it stands to reason that for the elastic application of his mathematical training the latter will require to be supplemented by considerable actual experience before it can be fully utilized. Notwithstanding this, I consider that there are certain subjects (which in the discussion of the paper were belittled by some of the speakers present) which a little reflection will show to be of vital importance. As an example (and in my opinion a very important example) it is impossible to overrate the utility from an educational point of view of descriptive geometry. There is no subject that teaches a student to *think in three dimensions* so well as descriptive geometry, and the inability to think in three dimensions is one of the most common failings of the university mathematically trained engineer. This aspect of descriptive geometry is quite apart from its obvious utility in training a man to read drawings of a complicated character such as are constantly before him in the course of his duties. I would call particular attention incidentally to the difference between a study such as descriptive geometry which is a real educating factor and enlarges the capacity of the mind, and those mathematical studies which cannot be regarded in the same light, but of which one must think as analagous to tools in the hands of a workman. I do not wish to suggest that all mathematical work is merely a matter of providing a mental tool equipment, but only that a great deal of the ordinary mathematical curriculum can be looked upon from this point of view, rather than be considered as a real educative factor.

I am convinced that the mathematical investigation of three dimensional problems is in many cases detrimental to the expansion of the mind, inasmuch as the mathematician rather than think in three dimensions employs a machine process to evade mental gymnastics; for instance in fluid dynamics he thinks once and for all in three dimensions in an imaginary infinitesimal unit cube of the fluid. From this he makes equations and from these equations he obtains his results. From the time these equations are formulated he may forget all about three dimensional space until he comes to the interpretation of his results. I think that in the mathematical training of a young engineer such dangerous methods should not be introduced until

¹ It is as if some-one accustomed to dining off a well cooked and nicely served steak were shown the carcase of a freshly slaughtered ox and told to get their dinner out of that!

he has had a very thorough grounding in descriptive geometry. There is truly the risk pointed out by Professor Greenhill that after he has devoted a great deal of time to descriptive geometry he will be liable to shirk, or ignore, or neglect the more rigid mathematical method; but even if this undesirable consequence results (which in nowise appears necessary) I think that it may be taken as the lesser of two evils.

Briefly from a more general point of view I think that in the discussion of the circular there has been too much tendency to dwell on detail questions as to what should be taught and what should not be taught, and to ignore the principle that true education ought to be a process of developing and expanding the mind in those directions in which such development and expansion is most likely to serve the ends in view, and that the provision of a mental tool equipment is, or should be considered as merely an incidental.

TROISIÈME SÉANCE

Mardi 27 août, à 9 heures et demie du matin.

Présidence de M. R. FUJISAWA (Tokio) et C. GODFREY (Osborne)

Ordre du jour :

- I. — *Intuition and experiment in mathematical Teaching in the Secondary schools* (l'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes), rapport présenté par M. D.-E. SMITH (New-York). — Discussion.
- II. — Remarques sur une bibliographie de l'enseignement mathématique, par M. C. GOLDZIEHER (Budapesth).
- III. — Prolongation du mandat de la Commission, Les travaux pendant la prochaine période.

I. — INTUITION AND EXPERIMENT IN MATHEMATICAL TEACHING IN THE SECONDARY SCHOOLS¹

Report presented by

David Eugene SMITH (New-York)

1. — Method of Investigation.

In the year 1911 the Central Committee appointed a subcommittee known as « Subcommittee A » charged with the duty of investigating the rôle of intuition in the teaching of

¹ The German topic as assigned was « Anschauung und Experiment im mathematischen Unterricht der höheren Schulen ». This was translated into French as « L'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes ». The translation is not