Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 15 (1913)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: G. Arnoux. — Essai de géométrie analytique modulaire à deux dimensions (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in-8°, XI-159 p.; 6 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Mirimanoff, D.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Cours universitaires.

BELGIQUE[1]

Gand (2e semestre 1912-1913). — A. Demoulin : Théorie des fonctions analytiques et application aux fonctions elliptiques, 1 ; Géométrie infinitésimale des courbes et des surfaces, 1. — M. Stuyvaert : Méthodologie ; principes de la Géométrie, 1 ; Théorie des grandeurs algébriques, 1. — E. van Aubel : Physique mathématique générale, 1 ; Chapitres choisis de physique mathématique, 2.

Bruxelles (2e semestre 1912-1913). — Th. DeDonder : Le principe de relativité et ses conséquences, 1 ; Les théories statique et cinétique de la chaleur et du rayonnement, 2. — E. Brand : Fonctions elliptiques, 2 ; Histoire des sciences physiques et mathématiques, 1.

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1913. Avec des notices scientifiques. — 1 vol. in-16, 800 p. ; 1 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

L'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1913, si précieux par le nombre des documents qu'il contient, vient de paraître. Cet excellent Recueil renferme cette année, après les documents astronomiques, des tableaux relatifs à la métrologie, aux monnaies, à la géographie, à la statistique et à la météorologie. Il contient en outre deux intéressantes notices : celle du commandant Ferrié sur l'*Application de la télégraphie sans fil à l'envoi de l'heure*, et de M. Bigourdan sur l'*Eclipse de soleil du 17 avril 1912* (résumé des observations qu'elle a permis d'effectuer).

G. Arnoux. — **Essai de géométrie analytique modulaire à deux dimensions** (Essais de psychologie et de métaphysique positives). — 1 vol. gr. in-8o, XI-159 p. ; 6 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Nous avons déjà attiré l'attention des lecteurs de l'*Ens. math.* sur l'arithmétique graphique de MM. Arnoux et Laisant (*Ens. math.*, juillet 1907 et novembre 1908). On se rappelle comment M. Arnoux, après avoir jeté des clartés nouvelles sur des théories arithmétiques déjà connues, a réussi, à l'aide de ses espaces arithmétiques, à traiter des problèmes nouveaux se rattachant à la théorie des congruences. Et on comprend le succès de sa méthode basée sur l'application systématique de la représentation et du

[1] Non compris les cours des deux premières années ni les cours des écoles techniques annexées aux Universités.

langage géométriques. Il existe, en effet, comme l'a dit si bien Poincaré dans sa conférence au Congrès de Rome, un parallélisme parfait entre la théorie des congruences et celle des courbes algébriques. A toute congruence à deux variables (mod m) répond une courbe déterminée; les solutions de la congruence sont représentées par les points de la courbe à coordonnées entières que la modularisation ramène toujours à l'intérieur d'un carré de longueur m. On peut donc transporter le langage géométrique dans la théorie des congruences et faire une étude des courbes par rapport à un mod m. C'est à cette géométrie analytique modulaire, limitée aux modules premiers, que MM. Arnoux et Laisant ont consacré leur dernière étude, faite sur le même plan que celle des courbes en géométrie analytique ordinaire. Après une introduction fort intéressante, nous abordons l'étude de la ligne droite et du cercle : nous passons ensuite aux coniques rapportées à leurs axes et à l'étude de l'équation générale du deuxième degré, toujours par rapport à un module premier m bien entendu, et l'ouvrage se termine par quelques applications arithmétiques très intéressantes. Mais des chapitres auxiliaires ont dû être intercalés ; je signalerai surtout le chap. II, consacré à la trigonométrie modulaire. Dès le début de ses recherches M. Arnoux a eu des surprises, les résultats obtenus présentant un aspect très différent suivant la forme du module m. C'est ainsi que dans la trigonométrie modulaire il est tombé, dans le cas d'un module de la forme $4q + 1$, sur des directions singulières, qu'il a appelées isotropes, et qui sont celles des droites allant de l'origine aux points a, b, pour lesquels le carré de la distance $a^2 + b^2$ est divisible par m. Ces directions sont caractérisées par des angles α tels que l'addition d'un angle quelconque β à α n'altère pas tang α, à moins que tang $(\alpha + \beta)$ ne prenne une forme indéterminée. Ce fait, qui ne paraît paradoxal que parce qu'on se sert du terme « égal » au lieu de « congru », ne se présente pas dans le cas des modules premiers de la forme $4q - 1$. On rencontre du reste des singularités analogues dans l'étude des courbes et en particulier dans celle de la spirale logarithmique. Le fait le plus important souligné par M. Arnoux est le suivant : lorsque le module m est de la forme $4q - 1$, la spirale peut recouvrir l'espace modulaire tout entier ; en d'autres termes, il existe des points a, b tels que les puissances de $a + bi$ donnent tous les points du réseau, sauf l'origine ; mais il n'en est plus de même pour les modules de la forme $4q + 1$. Les auteurs de la géométrie modulaire en donnent la raison, et leur explication s'harmonise avec l'ensemble de leur ouvrage, mais je crois qu'il serait utile de la comparer à celle qui nous est fournie par la théorie des formes et des corps quadratiques. De ce rapprochement naîtrait une clarté plus grande. Les nombres $a + bi$ envisagés par M. Arnoux sont, en effet, les fameux nombres complexes de Gauss, et on sait que dans ce nouveau domaine plus large les nombres premiers ordinaires m de la forme $4q + 1$ sont décomposables en deux facteurs conjugués ; or les directions isotropes sont précisément données par les points dont les affixes sont divisibles par l'un de ces facteurs. On comprend pourquoi les puissances successives de $a + bi$ ne donnent qu'une partie des points du réseau : les nombres de la forme $4q + 1$ n'étant pas premiers dans le domaine de Gauss, le théorème de Fermat prend une apparence différente. Mais si, à la place des nombres de Gauss, on considère avec M. Tarry les nombres de la forme $a + bj$, j étant la racine carrée d'un non résidu, le théor. de Fermat s'applique sous sa forme la plus générale, *les nombres* m *étant premiers dans ce nouveau domaine*, et l'on retombe sur une propo-

sition retrouvée d'une autre manière par M. Tarry. On voit que la géométrie modulaire pourrait éclairer la théorie des formes et des idéaux, et réciproquement. Il serait utile aussi de rapprocher la méthode graphique de M. Arnoux des représentations géométriques de Klein et de Minkowski.

Est-il nécessaire d'ajouter que le nouveau volume de MM. Arnoux et Laisant contient une foule d'autres choses intéressantes et qu'on y retrouve l'élégance et la clarté qui distinguent toutes les publications dues à la plume de M. Laisant. D. Mirimanoff (Genève).

H. Böttger. — **Physik.** Zum Gebrauche bei physikalischen Vorlesungen in höheren Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. I. Band : *Mechanik, Wärmelehre, Austik.* (Aus Dr. F. Schœdler's das Buch der Natur. III. Teil, 2. Abteilung). — 1 vol. in-8°, 983 p. ; 843 fig. et 2 planches ; 15 M.; F. Vieweg & Sohn, Braunschweig.

Cet ouvrage, dont le premier volume analysé ici comprend dans un millier de pages la mécanique, l'acoustique et la chaleur, est essentiellement un traité de physique expérimentale. Un caractère apparaît dès la première lecture, celui d'une petite encyclopédie physique, mais d'une encyclopédie pédagogique si je puis dire.

Encyclopédique, ce traité l'est par le souci constant d'être complet : tous les faits et lois physiques sont là, cela va de soi, mais ce souci persiste jusque dans les détails ; il s'accuse par exemple par le soin avec lequel les auteurs véritables des découvertes ont été recherchés (et les noms de ces auteurs sont volontiers accompagnés de quelques indications chronologiques ou autres souvent fort intéressantes) ; il s'accuse encore par la profusion d'appareils anciens et modernes dont on n'a épargné ni descriptions ni dessins, on rencontrera par exemple à peu près tous les modèles de pompes à faire le vide, y compris la rotative à mercure de Gæde, et jusqu'à des machines qui rentreraient plutôt dans le cadre d'un traité de mécanique industrielle. Et l'information sur ce qui concerne les travaux récents est en général fort bonne ; c'est tout au plus si l'on peut regretter l'absence de quelques recherches très importantes dont au moins une brève mention aurait eu, semble-t-il, sa place marquée ; je fais allusion, par exemple, aux résultats acquis ces dernières années sur les chaleurs spécifiques, lesquels ont si heureusement éclairé la signification des chaleurs atomiques et de la loi de Dulong et Petit. Quelques opinions à la vérité ; étonnent un peu, telle celles exprimées (p. 585) sur le zéro absolu, sous cette forme sans autre explication elles risquent d'induire en erreur le lecteur non informé. Mais ce sont là choses auxquelles est exposé tout auteur qui entreprend un livre de cette dimension ; le travail que représente celui-ci est considérable : qu'on songe que toutes les bases de la chimie physique (celles du moins qui se rattachent à la thermique) y ont encore trouvé place.

Pédagogique, ajoutais-je plus haut. Ce caractère ne saurait passer inaperçu à examiner la façon synthétique dont les principes de physique sont présentés, les notions ou grandeurs nouvelles étant en quelque sorte préparées avant leur introduction proprement dite par la considération de nombreux faits concrets où leur rôle est rendu sensible par l'exposé. Citons entre autres exemples de ce procédé éminemment pédagogique les notions de masse et d'inertie que, au lieu d'en donner une définition formelle et sèche, l'auteur amène par tous les développements susceptibles de faire sentir leur signification véritablement physique ; citons encore la vitesse et