**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 20 (1918)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** NOUVEAUX THÉORÈMES SUR LE VIRIEL DE FORCES ET LEURS APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES ET MÉCANIQUES

**Autor:** Boulad, Farid

**Kapitel:** Définition et convention du viriel des forces et des couples liés.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-18045

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 17.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

*forces en équilibre appliquées aux sommets de ces figures et ayant mêmes directions et valeurs que celles des côtés ou arêtes de ces figures.*

3° La valeur du travail virtuel total des forces extérieures et intérieures dans un système de points matériels assujettis à des liaisons sans frottement, peut être fourni au moyen du viriel de la manière suivante : On ramène les forces à des couples en considérant l'ensemble des deux systèmes suivants de forces : 1° Le système de forces obtenu en changeant le sens de toutes les forces extérieures et intérieures appliquées aux divers points du système matériel avant la déformation virtuelle. 2° Le même système primitif de forces appliqué parallèlement à lui-même en ces mêmes points dans leurs nouvelles positions après la déformation. Il en résulte que le viriel total du système de couples liés formés ainsi par l'ensemble de ces deux derniers systèmes de forces, est égal au travail virtuel effectué par les forces extérieures et intérieures du système matériel ci-dessus.

4° Le viriel permet d'établir aussi directement l'expression ayant pour différentielle, le travail virtuel total ci-dessus des forces dans un système matériel.

Avant d'exposer les théorèmes annoncés ci-dessus, rappelons d'abord en quelques mots les expressions usuelles du viriel des forces de ces couples.

## Définition et convention du viriel des forces et des couples liés.

Désignons par P la valeur absolue d'une force liée AP et par $\theta$ l'angle que forme cette force avec le prolongement du rayon polaire OA joignant son point d'application A au pôle O. Le viriel de cette force, défini ci-dessus, relativement à ce pôle, a pour expression :

$$V = Xx + Yy + Zz = P.OA \cos\theta \ . \qquad (1)$$

Ce viriel sera considéré + ou — selon que l'angle $\theta$ est aigu ou obtus.

De même, considérons dans l'espace un couple formé par

deux forces AP et BQ égales, parallèles et de sens contraire, liées à deux points A et B.

Désignons par P la valeur commune de ces deux forces, par $\omega$ l'angle que forme l'une quelconque de ces deux forces avec le prolongement de la distance AB de leurs points d'application, et par $l$ la projection de cette distance AB sur la direction de ces forces. Appelons *longueur de liaison* de ce couple, la longueur représentant la distance AB estimée suivant la direction de ces forces.

Relativement à un pôle quelconque, le viriel de ce couple lié est constant. Il a pour valeur

$$V = P.AB \cos \omega = \pm Pl \,. \qquad (2)$$

Il est + ou — selon que l'angle $\omega$ est aigu ou obtus.

Si $\omega = 0$ ou $2\pi$, le couple lié sera formé par deux forces directement opposées. Dans ce cas particulier, il sera dit *rectiligne*. Son viriel est égal à P.AB en considérant P comme + ou — selon que les deux forces se repoussent ou s'attirent.

## Enoncé des nouveaux théorèmes sur le viriel.

THÉORÈME I. — *Relativement à un même pôle* O, *le viriel de la projection d'une force liée* AP *sur un plan quelconque passant par le rayon polaire* OA, *est égal au viriel de cette même force* AP.

Soit AP′ la projection de cette force sur le plan considéré passant par OA, et soit R la projection commune des extrémités P et P′ sur le rayon OA, les viriels de ces deux forces AP et AP′ par rapport à O, ont la même valeur $V = \pm OA.OR$.

THÉORÈME II. — *Le viriel d'une force liée* AP *relativement à un pôle* O *est égal au viriel de cette même force relativement à la projection de ce pôle sur un plan quelconque passant par cette force.*

Ce dernier théorème résulte de ce que le viriel est symétrique par rapport au pôle O et à l'extrémité P.