

# III. La tridimensia spaco.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1918)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

7. La *folyeto*, or figuro *PRE*, konsistanta el un punkto *P*, ligita al sur un reglo *R*, siavice ligita al sur un edro *E*. Punkto *P* estas la origino, reglo *R* la stango, kay edro *E* la folio, de la folyeto; la stango havas antro (indikata per sagpinto) kay postro, kay la folio havas supro kay infro (indikatan per la signon + kay -). Irg ni folyeto estas nura pozicio kay enhavas nenia grando; folyeto ne povas gliti sur si self; el tio seqas, ke se al folyeto *PRE* oni ligas irg nia rigida korpo *K*, la pozicio de ti folyeto plene konigos tiu de la korpo *K*.

La sistemon de rigidan korpon (korparon) estas do reduktiblan al sistemon de folyeton (folyetaron); or, se oni preferas, folyeto estas nenio alia, ol, kio restas, kiam de ni rigida korpo oni forprenas la formo k. la grando.

Resume, el la sep fundamentan pozici-figuron tri estas figuron unelementan (punkto, reglo, edro), tri estas duelementan (sago, shildo, flago), kay un estas trielementa (folyeto).

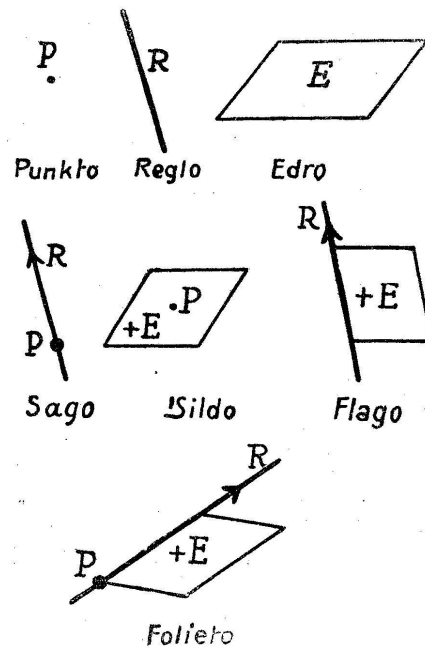


Fig. 1. — La sep fundamentan figuron

## II. DIFINON.

*Poliserio* estas plurople infinita serio de figuron identan, or almeyne samspecan; seque:

unopla serio, enhavanta	$\infty^1$	elementan figuron,	nomivos	<i>monoserio</i>
duopla	"	"	"	<i>biserio</i>
triopla	"	"	"	<i>triserio</i>
qaropla	"	"	"	<i>tetraserio</i>
&c.				&c.

Exemple, punktlinio estas monoserio de punkton (or punktara monoserio), punktsurfaco estas biserio de punkton, reglosurfaco estas monoserio de region (or reglara monoserio), komplezo estas reglara triserio, &c.

Du figuron estas *inversan*, kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni punkto.

Du figuron estas *kontran*, kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni reglo.

Du figuron estas *reflektan*, kiam lu estas simetrian una ye la alia relate al ni edro.

Du figuron estas *reciprokan*, kiam lu estas inter su ligatan tiamanere, ke una el la du figuron naskas *lineara* poliserio relate al la alia.

Omni speco de geometrio estas fondata sur la reciprokrelato, kiu existas inter du figuron. Kiam tin figuron estas identan, la korespondanta geometrio nomivos geometrio *unsexa*; kiam lu estas malsaman, ji nomivos *dusexa*.

## III. LA TRIDIMENSIA SPACO.

La tridimensia spaco havas strukturo duala, or, se oni preferas, dusexa, kar omnitempe k. omniloke oni bezonas du fundamentan

grandon por mezuri spaco: la *longo* k. la *angulo*. Tin grandon estas nereduktiblan una ye la alia; lu estas *geandran* grandon kay oni povas diri, almejne figure, ke la unma estas vira, dur ke la duma estas virina.

Al la longo korespondas la *punkto*, kar longo estas la granda kushanta inter du punkton (dupunkta longo). Al la angulo korespondas la *edro*, kar angulo estas la granda kushanta inter du edron (duedra angulo).

La figuro formita da du punkton  $P, P'$ , nomivas *dupunkto*, or *punktparo*. La figuro formita da du punkton  $P, P'$ , kay da la rektopeco  $PP'$  nomivas *dupunktlongo*, or *segmento*. Fine la longo  $PP'$ , kushanta inter du punkton  $P$  k.  $P'$ , nomivas *punktlongo*, or *disto* de tin punkton.

La figuro formita da du edron,  $E$  k.  $E'$ , nomivas *uedro*, or *edroparo*. La figuro formita da du edron  $E, E'$ , kay da la faskopeco  $EE'$  nomivas *uedrangulo*. Fine la angulo  $EE'$ , kushanta inter du edron  $E$  k.  $E'$ , nomivas *edrangulo* (t. e. angulo formita da edron).

Pli jenerale, la figuro, formita da pluran edron, nomivas *pluedro*; exemple: *triedro*, *qaredro*, *qinedro*, &c.

\* \* \*

La fundamenta geometrio de l' tridimensia spaco estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato inter la du geandran spacelementon: punkto k. edro.

*Punkto  $P$  k. edro  $E$  estas reciprokan, kiam lu plenumas la kondito:*

$$d = 0,$$

en kiu  $d$  signas la interspaco, or disto, inter punkto  $P$  k. edro  $E$ .

Efekte, nu supozu, ke edro  $E$  estas fixa; tiam, por plenumi la ci-sura kondito, punkto  $P$  devas movivi en la plano de edro  $E$ ; ji do naskas *lineara* punktaro (biserio de punkton). Reciproke, se punkto  $P$  estas fixa, edro  $E$  povas movivi nur cirker ti fixa punkto; ji do ulsor naskas *lineara* edraro (biserio de edron, nomita *garbo* de edron).

La punktedrara geometrio estas triparametra, kar la pozicio de un punkto, or de un edro, en la tridimensia spaco, dependas de tri parametron (*koordinaton*).

Kar du punkton sufitas por difini lineara monoserio de punkton (punktara *rekto*), kay tri punkton por difini lineara biserio (punktara *plano*), kay reciproke: kar du edron sufitas por difini lineara monoserio de edron (edrara *rekto*), kay tri edron por difini lineara biserio (edrara *punkto*), oni konstatas, ke la punktedrara geometrio estas *lineara* slo-karaktere.

\* \* \*

Ulter la punktedrara geometrio existas, en tridimensia spaco, alia fundamenta geometrio, nome: la *reglara geometrio*. Ti geometrio estas unsexa, kar la figuro geandra ye reglo ulsor estas reglo. La reglara geometrio estas fondita sur la reciprokrelato inter du region (geandran figuron):

*Se oni elektas konstanta granda  $c$ , nomita „indico“, du region  $R, R'$ , estas reciprokan pere de indico  $c$ , kiam lu plenumas la kondito:*

$$h \operatorname{tang} \omega = c,$$

en kiu  $h$  signas la pley kurta disto, kay  $\omega$  la angulo, inter la region  $R$  k.  $R'$ .

Efekte, se una el la du region, exemple reglo  $R$ , estas fixa, la alia reglo  $R'$  naskos, konforme al la ci supra kondito, lineara triserio de region (*lineara komplezo*).

Kar tri region estas necesan por difini la lineara monoserio (*reglara hiperboloido*), qar region por difini la lineara biserio (*lineara kongruenco*), kay qin region por difini la lineara triserio (*lineara komplezo*), oni konstatas, ke la reglara geometrio estas *qadratika* slokaraktere. Tio ulsor rezultas de la fakto, ke la reciprokrelato inter du region enhavas arbitera konstanto  $c$ .

Kiam indico  $c$  estas nula, la region  $R$  k.  $R'$  plenumas la kondito:  $h \text{ tang } \omega = 0$  (t. e.:  $h = 0$ , or  $\omega = 0$ ), kay la koresponda lineara komplezo farivas *speciala*. Oni tiam diras, ke la du region estas „reciprokan pere de indico nul“, or pli simple, ke lu estas „reciprokan“, sen mencii ni indico; kay tio signifas, ke la region  $R$  k.  $R'$  e su renkontas.

La reglara geometrio estas qarparametra, kar la pozicio de omni reglo, en tridimensia spaco, dependas de qar parametron, or koordinaton.

\* \* \*

Omnin geometrion de la tridimensia spaco estas sinteziblan en un sola geometrio, kies spacelemento estas la *folyeto PRE*; la geometrio de folyeton, or *folyetara geometrio*, estas la pley jenerala el omtiun, kar folyeto estas la sintezo de la tri fundamentan elementon (punkto  $P$ , reglo  $R$ , k. edro  $E$ ). Ti geometrio estas sisparametra, kar la pozicio de irg ni folyeto dependas de sis parametron, or koordinaton; ji estas unsexa, kar la figuro geandra ye folyeto ulsor estas folyeto; fine, ji estas *qadratika* slokaraktere, kar:

*lineara monoserio* de folyeton estas difinata per 3 folyeton,

”	<i>biserio</i>	”	”	”	”	”	4	”
”	<i>triserio</i>	”	”	”	”	”	5	”
”	<i>tetraserio</i>	”	”	”	”	”	6	”
”	<i>pentaserio</i>	”	”	”	”	”	7	”

kay reciproke:

2	<i>linearan pentaserion</i>	e su sekcas slo	<i>lineara tetraserio,</i>	
3	”	”	”	<i>triserio,</i>
4	”	”	”	<i>biserio,</i>
5	”	”	”	<i>monoserio,</i>
6	”	”	”	<i>dufolyeto (folyetparo).</i>

Cetere la *qadratika* karaktero de l'folyetara geometrio estas qik rekonibla pro la fakto, ke la fundamenta reciprokrelato inter du folyeton (geandran figuron) entenas arbitera konstanto  $c$ . Efekte:

*Du folyeton PRE k. P'R'E' estas reciprokan, pere de indico c, kiam lu plenumas la kondito:*

$$h \text{ tang } \frac{\omega}{2} = c,$$

en kiu  $h$  estas la glitlongo kay  $\omega$  la angulo de la helicomovo, per kiu la folyeto povas migri de la pozicio  $PRE$  al la pozicio  $P'R'E'$ , or reciproke.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ti remarkabla formo de la reciprokrelato inter du folyeton estis unmafoye sugestita al mi da nua bone konata samideano Prof. R. Bricard, el Parizo.

Se una el la du folyeton, exemple  $PRE$ , estas fixa, la alia folyeto  $P'R'E'$ , konforme al la ci-sura kondito, naskas lineara pentaserio, kiu ludas, en folyetara geometrio, la sama rolo, kie la lineara komplezo en reglara geometrio.

Kiam indico  $c$  estas nula, folyeton  $PRE$  k.  $P'R'E'$  plenumas la kondito:  $h \operatorname{tang} \frac{\omega}{2} = 0$  (t. e.:  $h = 0$ , or  $\omega = 0$ ), kay la koresponda lineara pentaserio estas *speciala*. Oni tiam diras, ke folyeton  $PRE$  k.  $P'R'E'$  estas „reciprokan pere de indico nul“, or pli simple, ke lu estas „reciprokan“, sen mencii ni indico; kay tio signifas, ke la folyeto povas migri de la pozicio  $PRE$  al la pozicio  $P'R'E'$  per nura rotaco (sen glitmovo), or reciproke.

REMARKO. — La folyetara geometrio estas identa al la *korpara geometrio*, t. e. al la geometrio de rigidan korpon en spaco, kar nu yam konstatis, ke folyeto estas figuro egalvalora al un *pozicio* de irg nia rigida korpo.<sup>1</sup>

#### IV. LA DUDIMENSIONAN SPACON.

Existas du specon de spaco dudimensia: la *plana spaco*, or *plano*, kay la *cirkerpunkta spaco*, or *angula spaco*. Omdū tin spacon havas strukturo duala, or dusexa.

1. — LA PLANA SPACO or PLANO. — Existas en plano du fundamentan grandon: la *longo* k. la *angulo*. Al la longo korespondas la *punkto*, kar longo estas la granda kushanta inter du punkton (*punktlongo*). Al la angulo korespondas la *reglo*, or *latro*, kar angulo estas la granda kushanta inter du latron (*latrangulo*).

Kie en la tridimensia spaco, la figuro, formita da du punkton  $P$  k.  $P'$ , nomivas *dupunkto* or *punktoparo*; la figuro formita da du punkton  $P$ ,  $P'$ , kay da la rektopeco  $PP'$ , nomivas *dupunktlongo*, or *segmento*; kay la longo kushanta inter  $P$  k.  $P'$  nomivas *punktlongo*, or simple *longo*  $PP'$ .

La figuro formita da du region, or latron,  $R$ ,  $R'$ , nomivas *dulatro*, or *latroparo*; la figuro formita da du latron  $R$ ,  $R'$ , kay da la faskopeco  $RR'$  nomivas *dulatrangulo*; fine, la angulo kushanta inter la latron  $R$  k.  $R'$ , nomivas *latrangulo*, or simple *angulo*  $RR'$ .

Pli jenerale, la figuro, formita da pluran latron, nomivas *plurlatro*, or *plurangulo*; exemple: *trilatro* or *triangulo*, *qarlatro* or *qarangulo*, *qinlatro* or *qinangulo*, &c.

La fundamenta geometrio de l' plana spaco estas dusexa, kar ji estas fondita sur la reciprokrelato, kiu estas en ti spaco inter punkto k. latro (geandran figuron):

*Punkto*  $P$  k. *latro*  $R$  estas *reciprokan*, kiam lu plenumas la kondito:

$$d = 0,$$

en kiu  $d$  signas la interspaco, or disto, inter punkto  $P$  k. latro  $R$ ; alivorte,  $P$  k.  $R$  estas *reciprokan*, kiam  $P$  situas sur la rekto koincidanta kun latro  $R$ .

<sup>1</sup> Por pluan detalon koncerne la folyetara geometrio vidu diversan artiklon, publikigitan en la *Archives des sciences physiques et naturelles*, Genevo (1898–1919), kay en la 36<sup>ma</sup> tomo de la *Mémoires de la Société de Physique*, Genevo. Ulsor en la *Internacia Scienca Revuo*, 1909.