CHRONIQUE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

c'est-à-dire $\rho = 0$. Maintenant dans l'expression (2), démontrée pour $\rho > 0$, passant à la limite pour $\rho = 0$, tous les termes doivent être étudiés séparément, et après les conclusions qui s'y rattachent, on ne doit plus penser à la relation (1) et à celle dont elle a été déduite, toujours dans l'hypothèse $s > 1$. De plus il faut observer que Dirichlet démontre, et n'admet pas, comme dit M. Aubry, que $\lim\limits_{s=1} \log L_0 = +\infty$ (p. 598, § II).

L'objection de M. L. Aubry, qui consiste dans l'examen des relations dont on déduit (2), pour $s = 1$, n'est pas compatible avec les considérations du passage à la limite, qui suivent ces relations.

Gênes, le 27 juillet 1921.

CHRONIQUE

Académie des Sciences de Paris. — Prix décernés.

Mathématiques. — Prix Francœur (1000 fr.), M. René BAIRE, professeur à la Faculté de Dijon.

Mécanique. — Prix Montyon (700 fr.), M. E. FOUCHÉ. — Prix Poncelet (2000 fr.), M. JOUGUET, professeur à l'Ecole des Mines. — Prix Boileau (1300 fr.), M. MAILLET, professeur à l'Ecole des Ponts et Chaussées.

Astronomie. — Prix Lalande (540 fr.), M. P. STROBANT, directeur adjoint de l'Observatoire de Belgique. — Prix Valz (460 fr.), M. TROUSSET, astronome à l'Observatoire de Bordeaux. — Prix G. de Pontécoulant (700 fr.), M. CROMMELIN, astronome à l'Observatoire de Greenwich.

Prix généraux. — Prix Petit d'Ormoy, sciences mathématiques (10.000 fr.). Le prix est décerné à feu Georges HUMBERT, membre de l'Académie, pour l'ensemble de ses travaux. — Prix Saintour (3000 fr.), M. Pierre BOUTROUX, professeur au Collège de France, pour ses travaux sur la théorie des équations différentielles et ses études sur l'histoire de la philosophie des Sciences.

Fonds de recherches scientifiques. — Fondation Henri Becquerel (prix de 3000 fr.), M. Camille FLAMMARION, directeur de l'Observatoire de Juvisy, pour l'ensemble de son œuvre scientifique.

Académie Royale de Belgique.

Prix décernés. — La Classe des Sciences a décerné un prix de mathématiques à M. P. MONTEL (Paris), pour son Mémoire « Sur les familles quasinormales de fonctions holomorphes. Un autre prix de mathématiques a été attribué à M. L. GODEAUX (Bruxelles), auteur du Mémoire « Sur les transformations rationnelles de Jonquières de l'espace ».

Concours de 1923. — La Classe de sciences met au concours les questions suivantes:

I. On demande une contribution importante à la géométrie infinitésimale.

II. On demande une contribution au problème des corps dans la théorie d'Einstein.

Pour chacune des questions, l'Académie peut accorder un prix de 1500 fr. — Délai: 1er août 1922.

Conférences mathématiques à Bruxelles.

I. — A l'*Institut des Hautes Etudes de Belgique* (anciennement Université Nouvelle) M. KRAITCHIK a exposé en 25 leçons pendant le dernier trimestre 1920, la *Théorie des Abaques et ses applications.*

Le 20 décembre 1920, le même auteur a fait une conférence spéciale sur la *Nomographie.*

Le 19 mai 1921, M. KRAITCHIK a terminé son cours sur la *théorie des nombres.* Procédés graphiques et applications à la factorisation.

Le 23 mai, M. Pierre BOUTROUX a fait une conférence sur l'*Œuvre scientifique de Pascal.*

Les 30 et 31 mai, M. Charles MOUREU, membre de l'Institut, a fait deux conférences avec projections lumineuses sur les *gaz rares des gaz naturels.*

M. A. GÉRARDIN, de Nancy, a fait les 2, 3 et 4 juin, trois conférences sur les sujets suivants: *Carrés magiques en nombres tous premiers.* Construction mécanique; applications au tissage, à l'ameublement, aux mosaïques et aux travaux de dames. — *Les jeux et les nombres entiers.* Historique. Questions attachantes pour parents et enfants. Enseignement visuel. Nombres pensés. — *La Théorie des Nombres.* Son domaine et son histoire. L'avenir passionnant de cette « Reine des Sciences ».

II. — *Deuxième quinzaine internationale* (20 août-5 septembre) au Palais Mondial (Cinquantenaire). — Le 24 août 1921, conférence de M. Paul OTLET, sur *la question bibliographique et documentaire.*

Les 1, 2 et 3 septembre, M. A. GÉRARDIN a fait trois conférences dont voici les titres: *Origine de nos chiffres.* Systèmes de numération. — *Questions d'analyse indéterminée* en nombres entiers, sur les degrés 2, 3 et 4. Méthode universelle. — *Polynomes de degrés quelconques* ne donnant que des nombres premiers pour les h premières valeurs de la variable.

Aux mêmes dates, M. Kraitchik a fait trois conférences sur *la nomographie* (abaques). Après avoir exposé une théorie sommaire des différents modes de représentation graphique, l'auteur — qui depuis des années fait des abaques pour les divers services de la Société Financière de Transports et d'Entreprises Industrielles — a montré différents abaques; la plupart sont faits pour les besoins de la susdite Société. Il a exposé plus en détail le *Tokomètre* (dont il est parlé spécialement dans la chronique A. F. A. S. 1921). Il est vraiment regrettable que cet appareil, d'une utilité indiscutable pour les banquiers soit si peu connu. Et cependant il existe sous sa forme actuelle depuis 1914, et il a été utilisé avec succès.

54e Congrès des Sociétés savantes, Paris, mars 1921.

La section des Sciences, sous-section de mathématiques et astronomie s'est réunie à la Sorbonne le mardi 29 mars 1921, à 14 h. 30 sous la présidence de M. Bigourdan, membre de l'Institut et du Comité des travaux historiques et scientifiques.

M. Bigourdan donne lecture de certains paragraphes de son mémoire: Un essai d'Institut d'optique au XVIIIe siècle, à Paris. L'auteur raconte les efforts faits sous Louis XV et Louis XVI pour créer à Poissy le cabinet de physique du roi. On devait y perfectionner ou y construire les instruments d'optique et principalement d'astronomie.

L'impulsion la plus vigoureuse a été donnée à cette institution par l'abbé Rochon qui construisit divers appareils encore utilisés de nos jours. On lui doit la découverte de la distribution de la chaleur dans le spectre, puis le spectre infra-rouge, les miroirs de platine, le prisme objectif, etc...

Ce cabinet de physique fut supprimé en 1790.

M. A. Gérardin, de Nancy, présente une communication sur la Primalité et la Factorisation, suite de ses recherches pour le 53e Congrès des Sociétés savantes.

Par exemple:

$$N = 2^q - 1 \ , \qquad q \text{ premier} = 2n + 1$$

si

$$u_{2n} = -3 \qquad \text{avec la loi} \qquad u_{p+1} = u_p^2 \qquad (\text{mod. N})$$

et $u_0 = 3$, le nombre N est premier s'il n'est pas divisible par $6qx + 1$.

Lorsque N est composé, u_{2n} est différent de -3; on poursuit le calcul jusqu'à la rencontre d'un deuxième nœud ce qui donne la factorisation.

Exemple:

$$q = 11 \ , \qquad N = 2047 \ ,$$

$$3,\ 9,\ 81,\ \mathbf{420},\ 358,\ -797,\ 639,\ 968,\ -502,\ 223,\ 601,\ 929,\ -793,\ \mathbf{420}$$

Les diviseurs sont donnés par $793^2 - 81^2$.

M. H. GROUILLER, assistant à l'Observatoire de Lyon, envoie une note pour la septième question du programme: Utilisation d'une série importante d'observations non encore publiées d'étoiles variables.

Les travaux de la Section de mathématiques et d'astronomie de l'Association française pour l'Avancement des Sciences.

Congrès de Rouen, 1-6 août 1921.

Les sections I et II (mathématiques, astronomie, géodésie, mécanique) ont fonctionné du premier au six août sous la présidence de M. LELIEUVRE (Rouen), assisté de M. A. GÉRARDIN (Nancy), comme Secrétaire. MM. J. DE LASSUS (Paris) et M. KRAITCHIK (Bruxelles) ont été élus Vice-Présidents.

Communications présentées.

1. — M. LELIEUVRE. — *Note sur les surfaces cerclées.* — L'auteur montre la possibilité d'arriver *sans intégration* à la représentation paramétrique des surfaces cerclées rapportées à leurs génératrices circulaires et aux trajectoires orthogonales de ces génératrices.

2. — M. J. DE LASSUS. — *Sur un compresseur rotatif dit* « hydromécanique ».

3. — M. KRAITCHIK. — *Applications industrielles des abaques. Tokomètre. Calcul des titres à revenu fixe.* — L'auteur montre les ressources que la théorie des abaques offre aux applications industrielles. Il a fait un abaque pour les calculs concernant les obligations (titres à revenu fixe). Cet abaque est un véritable appareil, car l'échelle mobile se déplace dans deux directions par des dispositifs mécaniques. Au moyen de cet appareil, que l'inventeur appelle « Tokomètre » (du grec Tokos = intérêt) on peut résoudre par simple lecture, donc pour ainsi dire instantanément, les problèmes suivants:

a) Etant donné le taux effectif qu'on se propose de réaliser par un placement en obligations, trouver la parité (prix) d'un titre.

b) Etant donné le prix d'un titre (cote de la Bourse) trouver le taux effectif. (Partant, on trouve le placement le plus avantageux entre plusieurs titres).

c) Trouver le taux d'une annuité donnée.

4. — M. Emile BELOT, Vice-Président de la Société Astronomique de France, adresse son mémoire. — *Sur l'évolution de la Cosmogonie dualiste et tourbillonnaire.* — La faillite de la cosmogonie jusqu'ici est due à une faute de méthode dans la recherche. Les Astronomes ont abandonné la méthode inductive suivie inconsciemment par Képler trouvant des lois empiriques du système solaire d'où Newton put remonter à une hypothèse explicative. C'est en reprenant cette méthode et trouvant de nouvelles lois empiriques de notre système que l'auteur a pu fonder la nouvelle cosmogonie dualiste qui explique l'origine des Mondes dans tous leurs détails et dans toutes leurs formes.

Voici la conclusion du mémoire: Tous les êtres cosmiques comme les êtres organisés, doivent leur naissance à un dualisme où se rencontrent deux procréateurs différents dans leur nature, qui transmettent à leurs descendants les caractères propres de leur espèce.

5. — M. J. CAMESCASSE (Paris) envoie un mémoire intitulé: *l'Initiateur mathématique, et l'éducation mathématique objective* (avec fig. et tableaux). — Origines et procédés antérieurs. — Unité de la Mathématique et Avantages de la Présentation *simultanée* (Arithmétique, Algèbre, Géométrie) grâce à la méthode Objective Expérimentale. — Indélébilité des Impressions et connaissances acquises par le contact et la vue des Formules et Phénomènes Mathématiques matériellement présentés. — Connaissance et Compréhension instantanée du système métrique décimal quand numération apprise par l'Initiateur Mathématique. — Règle des opérations Fondamentales comprises parce que Objectives.

6. — M. KRAITCHIK présente sa note *Sur un procédé graphique de criblage.* — L'auteur explique en quelques mots son procédé qui sera exposé avec détails dans le volume I de sa Théorie des Nombres, que la maison Gauthier-Villars éditera fin 1921. Il donne deux exemples de recherche des facteurs de grands nombres:

$$2^{53} + 2^{27} + 1 = 15\,358\,129 \times 586\,477\,649 \ ,$$
$$2^{61} + 2^{31} + 1 = 3\,456\,749 \times 667\,055\,378\,149 \ .$$

7. — M. CLAPIER envoie un mémoire: *Sur les équations aux dérivées partielles dont les caractéristiques sont des géodésiques sur les surfaces intégrales.*

8. — M. A. GÉRARDIN. — *Problèmes sur des sommes de carrés égalant d'autres sommes de bicarrés* « Solutions nouvelles ». — L'auteur

indique la bibliographie du sujet, donnée dans l'*History of Theory of Numbers* de L. E. Dickson, et il rappelle que l'étude de toutes ces questions se ramène à

$$Am^3 + Bm^2 + Cm + D = 0 \ , \tag{1}$$

où A, B, C, D sont des fonctions de nouvelles indéterminées. Il a exposé ce procédé en détail dans l'*Intermédiaire des mathématiciens* (1915, pp. 149-161).

L'étude complète de (1) se ramène à 11 cas généraux. Les identités données par le procédé de Fermat, ou trouvées par d'autres mathématiciens découlent de l'un seulement de ces onze cas, dont l'ensemble fournit bien toutes les solutions, comme M. G. Humbert l'a confirmé par les hautes mathématiques. L'auteur utilise ici sa méthode universelle (*Bull. Soc. Philom.*, 1911).

9. — M. Léon Aubry envoie une note, présentée par M. A. Gérardin: *Solutions récurrentes du système en nombres entiers*

$$x^2 + 2axy + by^2 = u^2 \qquad x^2 + 2cxy + dy^2 = v^2 \ .$$

L'auteur a donné dans le *Sphinx-Œdipe* (Numéro Spécial, avril 1920, p. 8-9), pour le cas particulier: $a = -3$, $b = -9$, $c = -1$, $d = 3$, que Ed. Lucas avait signalé à tort comme impossible, une méthode qui permet de déduire par récurrence une infinité de solutions de la solution immédiate $x = u = v = 1$, $y = 0$. Il généralise cette méthode, pour tous les systèmes dans lesquels on n'a pas $c = a$ ou $b - a^2 = d - c^2$.

10. — M. R. Goormaghtigh adresse un mémoire, présenté par M. A. Gérardin: *Extension aux cycloïdales de la propriété fondamentale de la spirale logarithmique.* — La spirale logarithmique coupe sous un même angle tous les rayons vecteurs menés du pôle; or la spirale appartient, avec la cycloïde et les épi-hypo- et pseudocycloïdes, à la classe des cycloïdales, caractérisées par l'équation intrinsèque $\rho^2 + ls^2 = a^2$. L'auteur établit dans sa note le théorème suivant:

Pour une cycloïdale quelconque, il existe toujours dans l'espace un point tel que les rayons vecteurs menés de ce point rencontrent tous la courbe sous un même angle.

Le pôle n'est réel que pour les spirales logarithmiques et les pseudocycloïdes avec rebroussements. Dans le cas de la cycloïde ordinaire, le pôle est à l'infini.

11. — M. Pomey, Ingénieur des télégraphes, envoie un mémoire: *Remarques sur l'application du théorème des moments cinétiques.* — « La vitesse de l'extrémité de l'axe du moment des quantités de mouvement est équipollent à l'axe du moment des forces extérieures. » Dans

un énoncé de ce genre tous les vecteurs sont censés ramenés parallèlement à eux-mêmes à une même origine. Qu'arrive-t-il si l'on prend les moments par rapport à un point A animé d'une vitesse $\overrightarrow{V_A}$?

Si $\overrightarrow{AK}$ est le moment cinétique par rapport à A, M la masse du système, $\overrightarrow{V_G}$ la vitesse du centre de gravité, $\overrightarrow{A\mathcal{M}}$ le moment par rapport à A des forces extérieures, on a:

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{A\mathcal{M}} - [\overrightarrow{V_A}, \; M\overrightarrow{V_G}]$$

les crochets indiquant un produit vectoriel; ce terme complémentaire provient de la vitesse du point A; la note a pour objet d'exposer sa raison d'être.

En appliquant de même le théorème dans le mouvement autour du centre de gravité, mais en prenant les moments par rapport à un point A:

Le moment cinétique par rapport à A est le même que par rapport à G et l'on a:

$$\frac{d}{dt}\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{A\mathcal{M}} + \left[\overrightarrow{GA}, \; \frac{d}{dt} M\overrightarrow{V_G}\right].$$

Le terme complémentaire disparaît quand A coïncide avec G; il faut remarquer que dans ce terme la dérivation ne porte que sur le second facteur.

12.— M. Véronnet, astronome à l'observatoire de Strasbourg: *Sur les Etoiles nouvelles et Etoiles géantes.* — Le calcul permet de montrer que les deux composantes d'une *étoile double* peuvent se rapprocher, se fusionner et produire une température intense, qui explique les principaux caractères des *étoiles nouvelles.* La *pression de radiation,* due à cette température, peut repousser certaines fines particules avec des vitesses comparables à celle de la lumière, expliquer les *nébulosités* et les *nébuleuses spirales*, en tenant compte de la rotation originelle. Ces nébulosités, en se contractant, peuvent former une enveloppe continue autour de l'étoile centrale, expliquer ainsi les *étoiles géantes*, Bételgeuse, Antarés, d'un diamètre extérieur mesuré de 300 et 40 fois celui du soleil, expliquer les étoiles variables du genre *céphéide*, et plusieurs phénomènes de notre *soleil.*

13. — M. A. Gérardin présente à la Section *Treize Lettres inédites de J. J. Sylvester et six de Th. Pépin adressées à Ed. Lucas de 1877 à 1880.* — Cette importante contribution à l'Histoire de la Théorie des Nombres étudie surtout les solutions initiales de $x^3 + y^3 = Az^3$. Après traduction et réajustement, elles seront publiées au *Sphinx-Œdipe.*

14.— M. A. Gérardin. — *Histoire des Sciences, un ancêtre de la presse mathématique française:* « Le Géomètre ». — Ce recueil, à l'usage des candidats aux écoles spéciales, était édité en 1836 à Paris par Guillard. L'exemplaire, cartonné, contient quatorze feuilles 13×21 et 9 planches. Gerono, Sturm, Miquel, Catalan, Terquem, Chasles... s'y sont intéressés. On y trouve des mémoires, des questions et réponses, la solution de certains concours généraux, et des problèmes résolus ignorés des mathématiciens et géomètres modernes.

15.— M. A. Gérardin expose divers *Procédés et problèmes de calcul mental*, avec applications à des problèmes des 2e, 3e, et 4e degrés. — Partant d'*une* solution *rationnelle* de $ax^2 + bx + c = y^2$, l'auteur apprend à trouver *toutes* les solutions *entières*.

La juxtaposition de ses méthodes fournit une solution élégante de la question.

16. — M. Tripier. — *Mouvement d'une surface invariable.* — Détermination graphique de la caractéristique.

17. — M. le Cdt Litré. — *Principes de la rotation des fluides.*

18. — M. Cadenat.— *Sur des formes se reproduisant par la multiplication.*

Ainsi:

$$(a^2 + ab + b^2)(c^2 + cd + d^2) = e^2 + ef + f^2$$

avec

$$e = ac + d(a + b) \ , \qquad f = bc - ad \ ;$$

ou encore

$$e = ad + b(c + d) \qquad f = ac - bd \ .$$

Le prochain Congrès se tiendra à *Montpellier*. Le président des Sections I et II sera M. E. Fabry, et le secrétaire M. A. Gérardin.

Société mathématique suisse.

Réunion de Bâle, 8 mai 1921.

Les mathématiciens suisses ont tenu leur réunion de printemps à Bâle, le 8 mai 1921, sous la présidence de M. L. Crelier, professeur à l'Université de Berne. Donnant suite à un vœu qui avait été émis en septembre 1920, à l'occasion du Congrès de Strasbourg, le Comité avait invité les mathématiciens de Strasbourg à prendre part à la réunion.

L'ordre du jour comprenait deux conférences, l'une de M. Fréchet, Directeur de l'Institut de mathématiques de l'Université de Strasbourg, l'autre de M. Gustave DUMAS, professeur à l'Université de Lausanne, puis une série de courtes communications.

CONFÉRENCES.

1. — *Conférence* de M. Maurice FRÉCHET (Strasbourg). — *Sur la désaxiomatisation de la Science.* — L'auteur rappelle d'abord qu'ayant fondé sur la méthode axiomatique la plupart de ses propres travaux, il ne saurait être suspecté de vouloir diminuer l'importance de cette méthode.

Mais il estime qu'il serait dangereux de lui assigner un rôle exclusif. Bien souvent cette méthode substitue à un concept d'ordre concret un concept abstrait sur lequel on peut édifier des raisonnements rigoureux; mais il arrive trop souvent qu'on en applique les conséquences à la réalité concrète en substituant sans s'en apercevoir le concept concret qui était le but de l'étude au concept abstrait, base unique de ces déductions logiques. L'auteur cite quelques exemples: la définition usuelle de la tangente impossible à réaliser graphiquement, la définition de la différentielle totale exacte qu'on abandonne tacitement après l'avoir énoncée, etc... Il y aurait lieu d'introduire des définitions où intervient l'ordre d'approximation admis pour l'élément à définir. Par exemple,à titre d'indication, la dérivée moyenne dans un intervalle de longueur ε remplacerait la dérivée exacte, la valeur de ε étant trois ou quatre fois supérieure à l'épaisseur concrète de la courbe, etc.

2. — *Conférence* de M. Gustave DUMAS (Lausanne). — *Tableaux de Poincaré et propriétés topologiques des surfaces.* — Poincaré, dans ses recherches mémorables d'Analysis Situs, a fait usage de tableaux permettant de caractériser, au point de vue topologique les variétés d'un nombre quelconque de dimensions.

M. Gustave Dumas, dans une large esquisse, montre, à grands traits, comment ces tableaux facilitent l'étude des propriétés des surfaces bilatérales ou unilatérales de l'espace à trois dimensions et comment le nombre permet de retrouver, d'une manière rigoureuse, tous les résultats que l'on doit à l'intuition géométrique.

La méthode, dans son essence, fait correspondre à des polyèdres, tracés sur les surfaces, certaines formes bilinéaires.

Les polyèdres sont orientés de la manière indiquée par MM. Veblen et Alexander, lesquels ont introduit encore, à propos des formes ci-dessus, des systèmes d'équations linéaires [1].

Les solutions de ces systèmes fournissent un moyen avantageux de représenter les contours fermés. On est ainsi conduit directement

---

[1] O. VEBLEN and J.-W. ALEXANDER, Manifolds of N dimensions. *Annals of Mathematics*, 2me série, t. 14, p. 163, 1912-13.

à la notion d'*homologie* que Poincaré a introduite et dont la place est prédominante dans ses travaux[1].

La première formule d'Euler acquiert de son côté une interprétation facile [2], tandis que, d'un autre, on se trouve en possession d'un procédé commode donnant les contours d'encadrement [3].

Les questions d'homéomorphie, enfin, se greffent sans grande difficulté sur ceci [4].

On sait, ce qu'en esprit de finesse, les plus illustres, les Riemann, les Jordan, les Möbius et, combien d'autres, ont dépensé d'ingéniosité dans l'exploration de ce domaine si riche et si attrayant de l'Analysis Situs, dernière citadelle, selon quelques-uns, de l'esprit de finesse.

Leurs efforts n'ont point été vains ; mais, dans ce champ aussi, grâce au génie si varié et si illimité de Poincaré, l'on verra peu à peu les tendances des Weierstrass et des Kronecker prédominer. Tant il est vrai, comme souvent on l'a dit, que, si les nombres ne gouvernent point le monde, ce sont eux néanmoins qui nous enseignent comment le monde est gouverné.

COMMUNICATIONS.

1. — M. G. VALIRON (Strasbourg). — *Sur les fonctions entières.* — Soit $f(z)$ une fonction entière d'ordre fini non entier ρ ; l'exposant de convergence de la suite des zéros est égal à ρ. Soit r_n le module du $n^{\text{ième}}$ zéro, je dirai que la fonction est de *première classe* si la série

$$\sum \frac{1}{r_n^\rho} \tag{1}$$

converge, dans le cas contraire qu'elle est de *deuxième classe.* En m'appuyant sur une généralisation simple de l'inégalité de M. Jensen, j'ai établi que, la condition nécessaire et suffisante pour que la fonction soit de première classe est que l'intégrale

$$\int_\alpha^r \frac{\log M(x)}{x^{\rho+1}}\, dx \tag{2}$$

dans laquelle $M(x)$ désigne le maximum de $|f(z)|$ pour $|z| = x$, converge. Si l'on désigne par R_n le rapport rectifié du coefficient de rang n au

---

[1] Gustave DUMAS et Jules CHUARD, Sur les homologies de Poincaré. *Comptes rendus de l'Ac. des Sc.*, t. 171, p. 1113, 1920.

Voir aussi la thèse « *Questions d'Analysis Situs* » présentée à l'Université de Lausanne par M. J. CHUARD.

Rendiconti del Circolo mat. di Palermo, t. 46.

[2] Voir à ce propos : O. VEBLEN, An application of modular equations in Analysis Situs. *Annals of Mathematics*, 2e Série, t. 14, p. 86, 1912-13.

[3] Gustave DUMAS, Sur les contours d'encadrement. *Comptes rendus de l'Ac. des Sc.*, t. 172, p. 1221, 1921.

[4] Gustave DUMAS, Sur un tableau normal relatif aux surfaces unilatérales. *Comptes rendus* de l'Ac. des Sc., t. 174, p. 93, 1922.

coefficient de rang $n - 1$ dans le développement de Taylor de $f(z)$, on déduit de la proposition précédente que la série (1) converge ou diverge en même temps que la série

$$\sum \frac{1}{R_n^\rho} \tag{3}$$

Dans le cas de l'ordre ρ entier, la convergence de (3) entraîne que le genre est $\rho - 1$. Il résulte de là que la classe se conserve par la dérivation, que les fonctions $f(z) - x$ sont toutes de même classe; de même ces opérations conservent le genre dans le cas de l'ordre entier lorsque (3) converge.

Comme application on voit que si l'on pose

$$f(z) = \sum a_n z^n$$

et si l'on suppose que la série

$$\sum \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|^k$$

converge, ou bien l'ordre de $f(z)$ est moindre que k, ou bien l'ordre est k et la fonction de la première classe et si k est entier le genre est $k - 1$ au plus (Voir la communication de M. Polya à la dernière réunion de la Société, Neuchâtel, août 1920. *L'Ens. Math.*, t. XXI, p. 217).

2. — M. R. Fueter (Zurich). — *Le critère de Kummer relatif au dernier théorème de Fermat.* — Afin de pouvoir appliquer les méthodes de la théorie moderne des nombres à l'étude de l'équation de Fermat

$$a^l + b^l + c^l = 0 \qquad (l \text{ nombre premier impair}) , \tag{1}$$

il faut d'abord remplacer la *forme additive* de l'énoncé de Fermat par une *forme multiplicative*. Des transformations simples permettent de ramener l'expression (1) à

$$(a + bh)^{r_0}(a + bh^r)^{r_{-1}} \dots (a + bh^{r^{l-2}})^{r_{-l+2}} = h^\rho \psi^l \tag{2}$$

où $h = e^{\frac{2\pi i}{l}}$, r étant une racine primitive (mod. l) et r_i le plus petit reste positif de r^i. ψ est un nombre du corps $k(h)$ et ρ un nombre déterminé par $\rho \equiv - \dfrac{b}{a+b}$ (mod l).

La formule (2) est valable pour c premier avec l. Elle fournit immédiatement les critères de Wieferich et de Furtwaengler. On peut aussi en déduire facilement les conditions de Kummer et de Mirimanoff.

3. — M. Alex. Véronnet (Strasbourg). — *Variation de la masse et de la distance d'une planète dans un milieu résistant.* — On suppose que l'atmosphère de la planète absorbe toutes les particules rencontrées. Alors sa distance au centre d'attraction varie en raison inverse du carré de sa masse: $m^2 r =$ const. L'équation du mouvement et l'équation de la trajectoire se déterminent facilement quand on se donne la loi de variation de la densité du milieu. De deux planètes, celle dont la valeur de $m^2 r$ est la plus faible se rapproche le plus vite du soleil. Le calcul montre que, quelque soit la loi de densité, les planètes n'ont pas pu se former à des distances très différentes des distances actuelles sans se rencontrer.

4. — M. A. Speiser (Zurich). — *Sur la décomposition des nombres premiers dans les corps algébriques.* — Etant donnée une équation à coefficients entiers

$$x^n = a_1 x^{n-1} + \dots + a_n ,$$

on peut former avec les nombres a_n, a_{n-1}, ... , a_1 une série récurrente en commençant par n nombres entiers quelconques, par exemple par 0, ... ,0, 1. En réduisant les termes de cette série par un nombre premier p qui ne divise pas a_n, on reçoit une série périodique. Soit u le nombre de termes dans la période et soit f le plus petit nombre satisfaisant à l'équation $p^f \equiv 1 \pmod{u}$, on démontre que f est le degré des idéaux premiers divisant p dans le corps algébrique formé par les racines de l'équation proposée.

5. — M. Maurice Fréchet (Strasbourg). — *Sur divers modes de convergence.* — Les ensembles de fonctions où la limite d'une suite est définie au moyen d'une définition particulière de la convergence donnent lieu à une extension plus ou moins complète des propriétés des ensembles linéaires suivant que la définition adoptée pour la convergence peut ou non s'énoncer au moyen d'un écart de deux fonctions.

La convergence uniforme, la convergence en moyenne de Fischer, la convergence en mesure de F. Riesz convenablement généralisée, la convergence relativement uniforme de E. H. Moore peuvent être définies par l'intermédiaire de définitions, convenant à chaque cas, de la distance de deux fonctions.

Dans un mémoire sous presse [1], l'auteur a montré qu'au contraire la convergence ordinaire, la convergence quasi-uniforme d'Arzelà, la convergence presque partout de Lebesgue ne peuvent être définies par l'intermédiaire d'une définition de l'écart, quelle qu'elle soit.

---

[1] *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, 1921.

6. — M. L. CRELIER (Berne). — *Sur la puissance de la droite*[1]. — La puissance d'une droite par rapport à un cercle que nous avons définie par l'expression

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_s'}{2} = \frac{r+d}{r-d}$$

peut être établie également sans difficultés par la géométrie synthétique, en considérant la puissance d'une involution circulaire de points et en passant à celle de l'involution circulaire des tangentes correspondantes. La puissance de l'involution est alors égale à la puissance de l'axe de l'involution par rapport au cercle considéré.

En outre tous les théorèmes et toutes les constructions déduits de la puissance d'un point par rapport à un cercle correspondent à des théorèmes et des constructions analogues déduits de la puissance d'une droite.

Enfin la notion de puissance se laisse parfaitement étendre à la sphère. Nous aurons la puissance d'un point et la puissance d'un plan par rapport à une sphère avec des propriétés analogues aux précédentes.

Les propriétés involutives déduites de la théorie de la puissance du point ou de la droite se retrouvent également dans la puissance du point ou du plan par rapport à une sphère.

7. — M. L. KOLLROS (Zurich). — *Invariants orthogonaux de l'espace à* n *dimensions.* — La généralisation, dans l'espace à n dimensions, des notions de distance, d'angle et de courbure conduit aux résultats suivants:

1. En géométrie euclidienne, deux espaces linéaires ε_k et ε_l n'ayant aucun point commun (dans le fini et à l'infini) ont *une seule perpendiculaire commune*; il y en a plusieurs en géométrie non euclidienne.

2. Si ε_k et ε_l $(k + l \leq n)$ ont un seul point commun, le nombre de leurs angles φ est le plus petit des 4 nombres $k, l, n-k, n-l$. Ce résultat, démontré par JORDAN (*Bull. soc. math.*, t. III) avait été trouvé (22 ans auparavant) par SCHLÄFLI dans un mémoire: *Theorie der vielfachen Kontinuität* qui n'a été publié qu'en 1901. Schläfli appelle facteur de projection d'un espace sur l'autre le produit des cosinus de ces angles et le travail de Jordan permet de trouver l'équation qui détermine ces cosinus. La forme de cette équation ne montre pas immédiatement que *ces angles* φ *sont réels*, quand les espaces ε_k et ε_l le sont. Or, en prenant un des espaces donnés comme espace de coordonnées, on trouve pour $tg^2\varphi$ une équation séculaire; toutes les racines sont donc réelles et, de plus, positives, car $\operatorname{tg}^2\varphi$ s'exprime, d'ailleurs, par

[1] *Enseignement mathématique*, No 1-2, XIXe année, janvier-mars 1917.
Nouvelles Annales de Mathématiques, 4e série, t. XVII, août et septembre 1917.

le quotient de 2 formes quadratiques définies et positives. Les côtés $(m_1, n_1) \dots (m_l, n_l)$ de ces angles sont tels que chaque m_i ou n_i est perpendiculaire à tous les m_h et n_h (où $h \neq i$). Si l'on considère les éléments à l'infini de nos espaces, on déduit du résultat précédent un théorème de géométrie non euclidienne, car l'ε_{n-1} à l'infini d'un ε_n euclidien est un espace de Riemann. Pour $n = 4$, on retrouve cette proposition connue [1]: 2 droites gauches d'un espace de Riemann à 3 dimensions ont 2 perpendiculaires communes, *toujours réelles*, l'une AA_1 correspond à un minimum de la distance, l'autre BB_1 à un maximum; 2 plans passant respectivement par les 2 droites ont un angle maximum lorsqu'ils contiennent AA_1, minimum quand ils passent par BB_1.

3. Pour généraliser la notion de courbure totale, nous utilisons un théorème de Jordan (C. R.; 79) (Euler pour $n = 3$). Considérons dans l'$\varepsilon_n = \varepsilon_{m+k}$ une « k-surface » définie par un système de k équations simultanées: $x_{m+i} = f_i(x_1, \dots, x_m)$ pour $i = 1 \dots k$; elle présente en chaque point m directions rectangulaires telles que la somme des carrés des angles formés par deux « k-plans » tangents consécutifs divisée par ds^2 soit maximum ou minimum. En désignant ce quotient par $\frac{1}{R_1^2}, \dots, \frac{1}{R_m^2}$ pour chacune de ces m directions, nous appellerons *courbure totale* de la « k-surface » en un de ses points P le produit: $c = \frac{1}{R_1 \dots R_m}$. Si l'on représente les dérivées secondes par $r_{la}^i = \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_l \partial x_a}$ et la double somme $\sum_{i,l} r_{la}^i r_{lb}^i$ par le symbole (a, b), on trouve, en prenant P pour origine et son « k-plan » tangent pour espace de coordonnées

$$c^2 = \begin{vmatrix} (1, 1) & \dots & (1, m) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ (m, 1) & \dots & (m, m) \end{vmatrix}.$$

Pour $i = 1$, on a la surface: $x_n = f(x_1 \dots x_{n-1})$; le déterminant ci-dessus est alors un carré parfait et l'expression de la courbure totale est:

$$c = \begin{vmatrix} r_{11} & \dots & r_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & \dots & r_{mm} \end{vmatrix} \quad \text{en posant} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_l \partial x_a} = r_{la} \quad (l \text{ et } a = 1 \dots m)$$

$(rt - s^2$ pour $n = 3)$.

---

[1] DARBOUX. *Principes de géom. anal.*, 1917, p. 310.

8. — Chargé par le Comité de la Société mathématique suisse d'introduire la question de l'*adhésion de la Suisse à l'Union internationale mathématique*, M. H. Fehr donne un aperçu des statuts de l'Union adoptés à Strasbourg le 20 septembre 1920. Cette union se rattache au Conseil international de recherches créé sous les auspices de la Conférence internationale des académies. L'admission d'un pays à l'Union est subordonnée aux conditions fixées par le Conseil international de recherches. La Société helvétique des sciences naturelles ayant adhéré au Conseil international, en août 1920, la Société mathématique suisse ne saurait se tenir à l'écart de l'Union internationale mathématique. La question sera soumise à l'assemblée annuelle (Schaffhouse, août 1921) après entente avec le Comité central de la Société helvétique.

Société mathématique suisse.

Schaffhouse, 27 août 1921.

La Société mathématique suisse a tenu sa onzième réunion annuelle à Schaffhouse, le 27 août 1921, sous la présidence de M. le Prof. L. Crelier (Berne), à l'occasion de la cent-deuxième réunion annuelle de la Société helvétique des sciences naturelles.

Dans sa *séance administrative* la Société a décidé, à l'unanimité, d'accord avec le Comité central de la Société helvétique, d'adhérer à l'*Union internationale mathématique*. Puis, après avoir donné décharge au trésorier sortant de charge, elle a constitué comme suit le comité pour les années 1922 et 1923: M. Gustave Dumas (Lausanne), président; M. O. Spiess (Bâle), vice-président; M. A. Speiser (Zurich), secrétaire-trésorier.

La prochaine réunion annuelle aura lieu à *Berne*.

Communications scientifiques.

1. — M. S. Bays (Fribourg). — *Sur la généralisation du problème des triples de Steiner.* — Appelons *n-uple* une combinaison n à n, et *problème des n-uples*, le problème suivant, généralisant le *problème des triples de Steiner :*

Pour quel nombre N *d'éléments, peut-on trouver un* SYSTÈME DE N-UPLES, *contenant* UNE FOIS et UNE SEULE FOIS *chaque* (n — 1)-*uple de ces éléments*[1] ?

---

[1] Exemple : Le triple 123 contient les trois couples 12, 13, 23, et le système de triples (de Steiner) 123, 145, 167, 246, 257, 347, 356, contient une fois et une seule fois chaque couple des sept éléments 1, 2, ..., 7. Voir Netto, *Combinatorik*, chap. 10, p. 202.

Je peux établir, pour ce problème général, les résultats suivants:

La condition *nécessaire* pour l'existence d'un système de n-uples, est l'intégrité de tous les quotients:

$$\frac{N(N-1)(N-2)\dots(N-n+2)}{n!}, \quad \frac{(N-1)(N-2)\dots(N-n+2)}{(n-1)!}, \dots, \frac{N-n+2}{2}.$$

I. *Il y a, quel que soit* n, *indéfiniment des* N *remplissant cette condition nécessaire.* Il suffit de prendre $N = m\,n\,! + n$ (m entier positif).

II. *Pour un* n *donné, les* N *remplissant cette condition nécessaire, sont tous les nombres* N *tels que* N — n *n'est pas congru à* — 1, *suivant un module* PREMIER *inférieur ou égal à* n. Ainsi le problème des triples (de Steiner) est possible pour tous les N tels que N — 3 n'est pas $\equiv -1$ mod. 2 ou 3, ce qui donne les formes $N = 6x + 1$ et $6x + 3$. Le problème des quadruples est possible pour $N = 6x + 2$ et $6x + 4$. Le problème des quintuples est possible pour tous les N tels que N — 5 n'est pas $\equiv -1$ mod. 2, 3 ou 5; etc.

III. *D'un systéme de* n — uples *avec* N *éléments, j'obtiens un système de* (n — 1)*uples avec* N — 1 *éléments, par suite un système de* (n — 2)-*uples avec* N — 2 *éléments, etc.* Si donc, pour un certain n, il n'existe plus de systèmes de n-uples pour aucun N, il n'en existera plus pour aucun n supérieur. Mais ceci est peu probable. Pour tout $N = 6x + 1$ et $6x + 3$, il existe des systèmes de triples (de Steiner).

IV. Appelons système *cyclique* de n-uples, celui qui possède le groupe cyclique $\{(123 \dots N)\}$. On a le théorème: *les systèmes cycliques de* n-*uples vont par* PAIRES *de systèmes conjugués*; *les* 2 *systèmes de la même paire sont déductibles l'un de l'autre par la substitution* $|x, N - x|$ *et n'ont aucun* n-*uple commun.*

Je puis donner des systèmes de quadruples ($n = 4$) et de quintuples ($n = 5$) pour les premières valeurs de N permises, et j'ai le moyen de reconnaître les systèmes de n-uples *différents*, c'est-à-dire ne provenant pas l'un de l'autre par une permutation des éléments. Exemple: les éléments étant 0, 1, ..., 9, 0′, les 2 systèmes cycliques conjugués déterminés par [1]:

01235	01269	01278	01347	01368	01579
01239	01247	01256	01348	01357	01469

sont les 2 seuls systèmes cycliques de quintuples pour 11 éléments.

---

[1] Chaque système est constitué des 66 quintuples découlant des 6 donnés par la permutation cyclique (012 ... 0′).

2. — M. G. Pólya (Zurich). — *Sur les zéros des dérivées successives.* — 1. On désigne a comme *valeur exceptionnelle* de la fonction entière $g(z)$, si la fonction $g(z) - a$ n'a qu'un nombre fini de zéros. Supposons que $g(z)$ ne soit pas de la forme $P(z)\, e^{Q(z)} + a$, où $P(z)$ et $Q(z)$ sont des polynomes et a une constante. Alors au moins une des trois fonctions $g(z)$, $g'(z)$, $g''(z)$ ne possède aucune valeur exceptionnelle.

2. Soit $F(z)$ une fonction méromorphe. Le « champ d'activité » d'un pôle de $F(z)$ soit défini comme l'ensemble des points plus rapprochés du pôle en question que des autres pôles de $F(z)$; le champ d'activité de chaque pôle est un polygone convexe. Les zéros des fonctions $F(z)$, $F'(z)$, $F''(z)$, ... forment un ensemble dénombrable; l'ensemble dérivé de celui-ci coïncide avec la totalité des segments séparant les champs d'activité des différents pôles de $F(z)$.

3. Soient $P(z)$, $Q(z)$ des polynomes, de degré p, q respectivement, $q \geqq 2$. Posons $F(z) = P(z)\, e^{Q(z)}$. On peut déterminer l'ensemble dérivé de l'ensemble dénombrable formé par les zéros des fonctions $F(z)$, $F'(z)$, $F''(z)$, ...: il consiste en q demi-droites issues de la racine de l'équation linéaire $Q^{(q-1)}(z) = 0$, partageant le plan en q angles égaux et tendant vers les directions dans lesquelles $F(z)$ décroît le plus vite.

3. — M. Chr. Moser (Berne). — *A propos d'équations se rapportant à une association qui se renouvelle, avec application aux caisses d'assurances sociales.* — Soient H personnes qui se réunissent pour constituer une association. A la suite de diverses circonstances (décès, etc), l'association, que nous supposons tout d'abord fermée, c'est-à-dire ne se renouvelant pas, sera devenue plus petite à l'époque t. Le nombre des participants sera représenté à ce moment-là par $H \cdot p(t)$, où $p(t)$ désigne la probabilité pour un adhérent du début d'appartenir encore à l'association au temps t, de telle sorte que $p(0) = 1$ et $p(\infty) = 0$. La fonction $p(t)$ est supposée connue.

Si l'association se renouvelle d'une manière continue, dans la même mesure qu'elle diminue, et par des éléments tels que, dans leur composition, ils correspondent à la génération du début au moment de la constitution de l'association, et si, de plus, le renouvellement à l'époque τ est désigné par $H\, f(\tau)\, d\tau$, il faut que l'équation suivante soit satisfaite, pour toutes les valeurs de t, et indépendamment de la base H:

$$1 = p(t) + \int_0^t f(\tau)\, p(t - \tau)\, d\tau \ . \qquad \text{(I)}$$

L'association a pour but de supporter en commun un risque bien déterminé, par exemple, garantir des rentes de veuves dans le cas d'une caisse de secours pour veuves.

La veuve d'un participant décédé touchera, durant la période 1, une rente 1, donc durant le temps $d\tau$, une rente $d\tau$ [1]. Si H $\omega(t)$ désigne le nombre de veuves, provenant de l'association fermée $Hp(\tau)$, $0 \leqq \tau \leqq t$, qui jouissent de leur rente à l'époque t, ω (t) indique la probabilité pour un adhérent du début de n'être plus en vie à l'époque t, mais de laisser une veuve, en jouissance de la rente à ce moment-là. Dès lors, le nombre de veuves $H\Omega(t)$ pour l'association qui se renouvelle se déterminera à l'aide de la relation

$$\Omega(t) = \omega(t) + \int_0^t f(\tau)\,\omega(t-\tau)\,d\tau \ . \tag{II}$$

D'une manière analogue, la réserve mathématique $HZ(t)$ afférente à l'association qui se renouvelle pourra être exprimée par l'équation suivante:

$$Z(t) = z(t) + \int_0^t f(\tau)\,z(t-\tau)\,d\tau \ , \tag{III}$$

en désignant par $Hz(t)$ la réserve mathématique pour l'association fermée.

Le passage à l'époque du plein fonctionnement de l'assurance présente un intérêt particulier. Si P désigne la prime nette constante d'un adhérent pour la période 1, $Pd\tau$, pour la période $d\tau$ et si v représente la valeur du capital qui, avec ses intérêts, au bout du temps 1 atteindra la valeur 1, nous aurons

$$P = \frac{\int_0^\infty v^t\,\omega(t)\,dt}{\int_0^\infty v^t\,p(t)\,dt} \ , \tag{IV}$$

et si l'on considère que, pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, les fonctions f, Ω et Z doivent se rapprocher de cons-

---

[1] Dr O. Schenker. — IIme Bulletin de l'Association des Actuaires suisses. — Berne, 1916.

tantes, nous aurons

$$\left.\begin{aligned}
\alpha &= \lim_{t=\infty} f(t) = \frac{1}{\int_0^\infty p(t)\,dt}\,, \\
\beta &= \lim_{t=\infty} \Omega(t) = \frac{\int^\infty \omega(t)\,dt}{\int_0^\infty p(t)\,dt}\,, \\
\gamma &= \lim_{t=\infty} Z(t) = \frac{\int_0^\infty z(t)\,dt}{\int_0^\infty p(t)\,dt}\,,
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(V)}$$

et nous pourrons établir les relations

$$e^{\frac{\beta - P}{\gamma}} - 1 = i\,, \qquad \text{(VI)}$$

et

$$P \int_0^\infty p(t)\,dt + \delta \int_0^\infty z(t)\,dt = \int_0^\infty \omega(t)\,dt\,, \qquad \text{(VII)}$$

où e désigne la base des logarithmes népériens, $i = \frac{1}{v} - 1$, l'intérêt, et δ, l'escompte logarithmique.

Pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, le rapport R entre les recettes en intérêts de la réserve, d'une part, et les recettes en primes, d'autre part, est donné par la relation

$$R = \gamma \cdot \delta \cdot \frac{1}{P} = \frac{\int_0^\infty z(t)\,dt}{\int_0^\infty p(t)\,dt} \cdot \delta \cdot \frac{\int_0^\infty v^t \cdot p(t)\,dt}{\int_0^\infty v^t \cdot \omega(t)\,dt} \qquad \text{(VIII)}$$

On remarquera la facilité et l'élégance avec lesquelles les grandeurs principales, valables pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, peuvent être établies. La considération d'autres risques, par exemple, du risque d'invalidité, ou la combinaison de divers risques, conduirait à des équations tout à fait analogues.

4. — M. Emile MARCHAND (Zurich). — *Le problème fondamental de l'assurance.* — Le problème fondamental de l'assurance peut être énoncé comme suit:

« *Etant donné le principe de la péréquation des ressources avec les engagements, ayant établi une hypothèse quant au développement futur d'un groupement d'assurance, et étant connues les prestations futures aux adhérents, comment déterminer les primes et répartir les charges* ».

Le problème formulé d'une manière aussi générale conduit à une infinité de solutions, qui toutes doivent satisfaire l'équation suivante [1] :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^{N} \frac{1}{r^n} (A_{x,n}^{(t)} - M_{x,n}^{(t)} \cdot p_{x,n}^{(t)}) = 0$$

en désignant par:

r $1 + i$, i étant le taux annuel de l'intérêt,

x l'âge des assurés au moment de leur adhésion, x_0 l'âge minimum, ω l'âge maximum,

t l'époque de l'adhésion, comptée à partir de la constitution du groupement,

n la durée d'assurance, comptée à partir de l'adhésion de l'assuré au groupement, N la plus grande durée qui puisse intervenir,

$M_{x,n}^{(t)}$ le nombre de personnes qui adhèrent au groupement à l'époque t, âgées de x années, et qui en font encore partie comme payeurs de primes, à l'époque $t + n$, âgées de $x + n$ années, avec une activité de n années,

$p_{x,n}^{(t)}$ le montant que chacun des $M_{x,n}^{(t)}$ assurés doit verser à l'époque $t + n$.

$A_{x,n}^{(t)}$ la valeur des versements aux assurés, à effcetuer dans l'intervalle de temps $t + n$ à $t + n + 1$, valeur rapportée à l'époque $t + n$, et correspondant à l'ensemble des assurés qui ont adhéré à l'époque t, à l'âge x, et pour lesquels, après n années, des droits aux prestations subsistent pour eux-mêmes ou pour leurs ayants droit.

Tous les systèmes d'assurance doivent satisfaire cette équation et, réciproquement, de cette équation doivent dériver tous les modes de répartition des charges dans tout groupement d'assurance. *Les diverses possibilités pour la répartition des charges diffèrent l'une de l'autre uniquement par la manière dont le groupement total est subdivisé en*

---

[1] Dr Julius KAAN. Die Finanzsysteme in der öffentlichen und in der privaten Versicherung. — *Versicherungswissenschaftliche Mitteilungen des österreichisch-ungarischen Verbandes der Privat-Versicherungsanstalten.* Neue Folge, 5. Bd. Wien, 1910.

sous-groupements, tels que chacun subvienne à ses propres charges, sans apport extérieur.

En se servant d'une représentation graphique, — deux systèmes de coordonnées rectangulaires dans l'espace, x, n, t: le système des dépenses et celui des recettes — il est aisé de définir les modes les plus usuels de répartition des charges. Il suffit de considérer, entre ces deux systèmes, l'équivalence par points, par droites, par plans, dans diverses positions.

Le rapporteur termine par quelques remarques concernant les principes de la capitalisation des primes et de la répartition des charges annuelles, et indique qu'il a préconisé ce dernier principe pour l'introduction des assurances sociales en Suisse [1].

5. — M. Jules Chuard (Lausanne). — *A propos des homologies de H. Poincaré.* — La notion d'homologie est fondamentale en Analysis situs. Pour la définir, l'auteur envisage des surfaces fermées de l'espace usuel, qu'il suppose triangulées et orientées de manière à faire apparaître un polyèdre de α_0 sommets, α_1 arêtes et α_2 faces. Il en tire les tableaux de Poincaré: T_1 de rang ρ_1 et T_2 de rang ρ_2.

A la matrice T_1, il associe un système d'équations linéaires et homogènes, le système A.

Il a démontré, dans sa thèse de doctorat, que:

1° Le système A possède un système fondamental de μ solutions en nombres 0, $+1$ et -1, $(\mu = \alpha_1 - \rho_1)$.

Si donc $c_1\ c_2 \ldots c_\mu$ sont ces μ solutions, toute solution entière du système A peut se mettre sous la forme

$$C = \sum_{l=1}^{\mu} t_l c_l \,, \tag{1}$$

les t_l étant des nombres entiers.

2° A toute solution en nombres entiers du système A, correspond un contour fermé, constitué par des arêtes du polyèdre et réciproquement.

L'expression (1) représente donc indifféremment un contour fermé ou la solution correspondante.

Soient Γ_k $(k = 1, 2, \ldots, \alpha_2)$ les solutions correspondant aux frontières des faces. Elles sont définies par les colonnes de la matrice T_2.

3° Si la surface est bilatère, l'on peut former un système fondamental avec ρ_2 solutions Γ_k et $\mu - \rho_2 = \alpha_1 - \rho_1 - \rho_2 = \lambda$ solutions c_l

[1] Emile Marchand. A propos de l'introduction des assurances sociales en Suisse. Contribution à l'étude des diverses possibilités pour la répartition des charges. *Bulletin de l'Association des Actuaires suisses,* 16me Bull., 1921.

de sorte que toute solution entière peut se mettre sous la forme

$$C = \sum_{l=1}^{\lambda} t_l c_l + \sum_{k=1}^{\rho_2} \tau_k \Gamma_k , \tag{2}$$

les t_l et les τ_k étant des entiers.

4º Si la surface est unilatère, le même système de solutions est complet. Il existe alors des solutions entières de la forme (2) dans lesquelles les τ_k sont des fractions multiples de $\frac{1}{2}$. Cela résulte de la présence, dans la matrice T_2, d'un coefficient de torsion (invariant ou diviseur élémentaire) égal à 2.

Mais une homologie nulle caractérise un contour fermé, qui sur une surface, limite une aire. Nous avons donc, avec Poincaré, les homologies fondamentales

$$\Gamma_k \sim 0 . \qquad (k = 1, 2, \ldots, \alpha_2)$$

Puisqu'une aire se compose nécessairement de faces, toute homologie s'exprimera à l'aide des homologies fondamentales.

Une homologie apparaît donç comme une solution entière du système A qui résulte uniquement des colonnes de la matrice T_2.

Si $C \sim 0$, c'est que dans (1) tous les t_l sont nuls. D'où

$$C = \sum_{k=1}^{\rho_2} \tau_k \Gamma_k . \tag{3}$$

Si, d'autre part

$$C = \sum_{l=1}^{\lambda} t_l c_l + \sum_{k=1}^{\rho_2} \tau_k \Gamma_k ,$$

$$C' = \sum_{l=1}^{\lambda} t'_l c_l + \sum_{k=1}^{\rho_2} \tau'_k \Gamma_k ,$$

sont tels que toutes les différences $t_l - t'_l$ soient nulles, l'on a les homologies

$$C - C' \sim 0 \qquad \text{soit} \qquad C \sim C' .$$

Plus généralement, soient σ contours C_γ

$$C_\gamma = \sum_{l=1}^{\lambda} t_{l\gamma} c_l + \sum_{k=1}^{\rho_2} \tau_{k\gamma} \Gamma_k \qquad (\gamma = 1, 2, \ldots, \sigma)$$

l'on peut écrire l'homologie

$$\sum_{\gamma=1}^{\sigma} m_\gamma \, C_\gamma \sim 0 \ ,$$

si les λ égalités suivantes sont satisfaites

$$\sum_{\gamma=1}^{\sigma} t_{i\gamma} \, m_\gamma = 0 \ ,$$

d'où une conséquence importante: Entre $\lambda + 1$ contours fermés tracés sur une surface fermée, il existe toujours une homologie nulle. $\lambda + 1$ exprime l'ordre de connexion de la dite surface.

Les homologies possèdent toutes les propriétés des solutions entières d'un système d'équations linéaires et homogènes. On peut additionner ou soustraire deux homologies, multiplier ou diviser (quand c'est possible) tous les termes d'une homologie, l'on retrouve une homologie.

Relativement à la division, il faut remarquer qu'elle peut conduire à un contour C défini par (3), tel que les τ_k soient des fractions. Dans ce cas l'homologie $C \sim 0$ est dite « par division ». Dans tous les autres cas elle est dite « sans division ».

L'homologie « par division » est une expression symbolique qui ne peut exister que dans le cas de surfaces unilatères. Elle met en évidence des contours fermés qui, parcourus une fois, ne limitent pas d'aire, mais qui en deviennent frontières, si on les parcourt deux ou un nombre pair de fois dans le même sens.

6 et 7. — M. Rolin Wavre (Neuchâtel). — I. *Réponse à la question posée par M. Plancherel sur le problème de la médiane à une courbe fermée plane.* — Voir *l'Ens. math.*, t. XXI, p. 265-277, *Sur l'équation fonctionnelle* $f[\varphi_1(t)] = f[\varphi_2(t)]$.

II. *Remarque sur quelques équations de Fredholm dans le domaine complexe.* — M. Pincherle a montré le parti que l'on pouvait tirer de l'équation de Fredholm pour l'étude de certaines équations fonctionnelles dans le domaine complexe notamment l'équation de Schröder à une variable pour le problème local. Je voudrais en partant d'un point de vue un peu différent traiter l'équation de Schrœder à plusieurs variables étudiées par M. Leau dans sa thèse (*Annales de Toulouse*, 1897).

Soient $\Gamma_1 \Gamma_2 \ldots, \Gamma_n$, n courbes fermées simples analytiques situées dans les plans des variables complexes $x_1 \ x_2 \ldots x_n$ limitant un domaine D à $2n$ dimensions et n fonctions $\psi_p(x_1 \ldots x_n)$, $(p = 1, 2 \ldots n)$ holomorphes dans le domaine D et sur sa frontière, telles que

$x_1 x_2 \ldots x_n$ étant quelconque sur $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_n$ respectivement, ψ_p soit intérieur à Γ_p.

Ceci étant, on peut démontrer en transformant légèrement une méthode employée par M. Julia, dans son mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles, qu'à tout point intérieur au domaine D correspond également un point intérieur à D et que les itérés successifs $\psi_p(x_1, \ldots x_n) \ldots, \psi_p[\psi_1(x_1 \ldots x_n), \psi_2, \ldots, \psi_n]$ d'un point quelconque de D convergent vers le point double unique P de la substitution x_p, ψ_p. Il est dès lors immédiat que sous ces conditions l'équation de Fredholm

$$A\,\varphi(x_1 \ldots x_n) = \frac{\lambda}{(2\pi i)^n} \int_{\Gamma'_n} \cdots \int_{\Gamma'_1} \frac{\varphi(z_1 \ldots z_n)\, dz_1 \ldots dz_n}{[z_1 - \psi_1(x_1, \ldots, x_n)] \times \ldots \times [z_n - \psi_n(x_1, \ldots, x_n)]}$$

est entièrement équivalente à l'équation de Schrœder

$$\varphi(x_1, \ldots x_n) = \lambda\varphi[\psi_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots \psi_n(x, \ldots, x_n)] .$$

Système d'équations fonctionnelles. Je vais donner une condition suffisante pour que le système

$$U_p(x) = \lambda \sum_{q=1}^{\infty} A_{pq}(x)\, U_q[\psi_q(x)] \qquad (p = 123 \ldots) \qquad (1)$$

où les fonctions $U_p(x)$ sont inconnues puisse se ramener à une unique équation de Fredholm. Les $A_{pq}(x)$ et $\psi_q(x)$ étant holomorphes à l'intérieur d'un cercle C et sur ce cercle lui-même, il suffit que x étant quelconque sur C, $\psi_q(x)$ soit intérieur à C et cela pour tous les $q = 1,2,3 \ldots$; et que l'on ait, les α_q formant une suite de nombres positifs tels que $\sum_{q=1}^{\infty} \alpha_q$ converge:

$$\left| \frac{A_{pq}(x)}{z - \psi_q(x)} \right| < \alpha_q$$

quels que soient $q = 1,2,3 \ldots$ et les variables x et z sur C. Les systèmes de la forme (1) à un nombre fini de fonctions inconnues

$$U_p(x) = \lambda \sum_{q=1}^{n} A_{pq}(x)\, U_q[\psi_q(x)]$$

ont été étudiés par M. Leau dans sa thèse et dans le cas où toutes les fonctions $\psi_q(x)$ sont identiques par M. Böttcher (*Annales de l'Ecole Normale*, 1909).

8 et 9. — M. G. Juvet (Neuchâtel). — I. *Sur la méthode de la variation des constantes en mécanique céleste.* — Soit un système canonique:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \; ; \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2 \dots n) \tag{1}$$

où $H = H_1 + R$. Supposons que ni H_1, ni R ne dépendent explicitement du temps t. Si l'on sait résoudre le système canonique où $H = H_1$, on sait qu'il est aisé de résoudre, grâce à la méthode de la variation des constantes arbitraires, le problème posé et cela, en le ramenant à un système canonique où $H = R$. La démonstration que nous donnons ici, et que nous croyons nouvelle, utilise systématiquement la notion de transformations canoniques (T.C.).

Soit une T.C.:

$$q_i = f_i(\alpha_k, \beta_k) \; , \quad p_i = g_i(\alpha_k, \beta_k) \; , \tag{2}$$

transformant H_1 en $\varphi(\alpha_1 \dots \alpha_n)$; alors, on sait que:

$$\alpha_i = \text{const.} \qquad \beta_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_i} t + \gamma_i \; . \quad (3) \qquad (\text{où} \quad \gamma_i = \text{const})$$

On peut prendre α_i et γ_i comme nouvelles variables canoniques au lieu de α_i et β_i, et chercher à mettre à leur place dans (2), des fonctions de t, tellement choisies que (2) donne l'intégrale générale de (1), où $H = H_1 + R$. On a, en effet,

$$\Sigma \beta_i \delta\alpha_i = \Sigma \gamma_i \delta\alpha_i - \delta(t\varphi) \; ,$$

ce qui montre bien qu'on peut conjuguer à α_i, la grandeur γ_i. D'autre part:

$$\Sigma p_i \delta q_i = \Sigma \beta_i \delta \alpha_i + \delta S \; ,$$

d'où:

$$\Sigma \gamma_i \delta\alpha_i = \Sigma p_i \delta q_i + \delta(t\varphi - S) \; . \tag{4}$$

Or la fonction génératrice H' du système canonique, qui définit les fonctions α_i et γ_i, est:

$$H' = -L' + \Sigma \gamma_k \frac{d\alpha_k}{dt} \tag{5}$$

où L' est définie par:

$$\frac{d(\Sigma \gamma_k \delta\alpha_k)}{dt} = \delta L' \; .$$

Mais on sait que

$$\frac{d(\Sigma p_i \delta q_i)}{dt} = \delta L \qquad \left(L = - H + \Sigma p_i \frac{dq_i}{dt}\right) ;$$

(3) montre donc que:

$$L' = L + \frac{d}{dt}(t\varphi - S) \tag{6}$$

Exprimons H' au moyen des α et des γ. On a d'après (3):

$$\Sigma \gamma_i \frac{d\alpha_i}{dt} = \Sigma \beta_i \frac{d\alpha_i}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \cdot t$$

or

$$\Sigma \beta_i \frac{d\alpha_i}{dt} = \Sigma p_k \frac{dq_k}{dt} - \frac{dS}{dt}$$

car d'après les hypothèses faites S ne dépend pas explicitement de t et $dS = \partial S$. On a donc:

$$\Sigma \gamma_i \frac{d\alpha_i}{dt} = \overline{\Sigma p_k \frac{dq_k}{dt} - \frac{dS}{dt} + t \frac{d\varphi}{dt}}$$

où la barre indique qu'il faut effectuer le changement de variables indiqué. (5) devient alors, en utilisant (6):

$$H' = \overline{- L - t\frac{d\varphi}{dt} - \varphi + \frac{dS}{dt} + \Sigma p_k \frac{dq_k}{dt} - \frac{dS}{dt} + t\frac{d\varphi}{dt}}$$

$$= \overline{- L + \Sigma p_k \frac{dq_k}{dt}} - \varphi = \overline{H - \varphi}$$

Or $\overline{H} = \varphi + \overline{R}$; donc: $H' = \overline{R}$. Le système canonique cherché est bien, comme les résultats classiques nous le confirment:

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\partial \overline{R}}{\partial \gamma_i} ; \qquad \frac{d\gamma_i}{dt} = - \frac{\partial \overline{R}}{\partial \alpha_i} .$$

II. *Les équations aux dérivées fonctionnelles et la théorie de la relativité.* — M. VOLTERRA[1] a montré que les équations lagrangiennes qui

---

[1] *Rendiconti dei Lincei*, 1890, VI, p. 127.

définissent les fonctions $y_1 \dots y_k$, rendant extrémale l'intégrale multiple:

$$I = \int \cdots \int F\left(x_1 \dots x_k ; y_1 \dots y_k ; \frac{\partial y_1}{\partial x_1}, \dots \frac{\partial y_i}{\partial x_j}, \dots \frac{\partial y_k}{\partial x_k}\right) d_{x_1} - d_{x_k}$$

peuvent prendre une forme canonique. On définit de nouvelles variables pour remplacer les $\frac{\partial y_i}{\partial x_j} = y_{ij}$, par une transformation analogue à celle de Poisson-Hamilton: $p^{ij} = \frac{\partial F}{\partial y_{ij}}$, alors si l'on introduit la fonction

$$H = -F + \sum_{ij} p^{ij} y_{ij} ,$$

le système canonique définissant les y et les p est:

$$\sum_j \frac{\partial p^{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial H}{\partial y_i} , \quad \frac{\partial y_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial H}{\partial p^{ij}} . \qquad \text{(C)}$$

Lorsque F dépend des y_{ij} par l'intermédiaire exclusif des déterminants fonctionnels $\frac{D(y_{i_1}, y_{i_2} \dots y_{i_k})}{D(x_1, x_2, \dots x_k)}$, M. Volterra a montré que le système canonique (C′) (de forme légèrement différente de celle de C) peut être résolu si l'on connaît une solution de certaine équation aux dérivées fonctionnelles partielles dépendant d'un nombre suffisant de constantes arbitraires. Il généralise ainsi les méthodes de Jacobi.

Dans le cas qui nous occupe et qui se présente en relativité (détermination des g_{ik} par un principe de moindre action, ou équations du champ électromagnétique, etc.) [1], je n'ai pu obtenir que l'équation aux dérivées fonctionnelles partielles à laquelle satisfait la fonctionnelle I. I est en effet une fonctionnelle qui dépend de la frontière R_{k-1}, limitant la région de l'espace à k dimensions sur laquelle on intègre, et qui dépend encore des valeurs des y_i sur cette frontière. En suivant pas à pas les idées de Jacobi [2], on arrive à démontrer que I satisfait à l'équation:

$$I'_n + H\left(x_1 \dots x_k ; y_1 \dots y_n , \frac{\partial I}{\partial(y_1, x_1)}, \dots \frac{\partial I}{\partial(y_i, x_j)}, \dots \frac{\partial I}{\partial(y_n, x_k)}\right) = 0 \qquad (1)$$

[1] Voir WEYL : *Raum, Zeit, Materie* (Die Miesche Theorie et le chapitre IV), Berlin, 4e éd., 1921. — Une édition française de cet ouvrage vient de paraître.

[2] *Vorlesungen über Dynamik*, 19e leçon.

On a remplacé dans $H(x_j, y_i, p^{ij})$, les p^{ij} par les $\frac{\partial I}{\partial(y_i, x_j)}$ qui sont les dérivées fonctionnelles partielles de I, par rapport à y_i, dans la direction de l'axe x_j. I'_n est la dérivée normale de I. Ces grandeurs sont définies par les identités suivantes. Calculons δI, en variant les y_i sur le contour de quantités δy_i sans altérer le contour R_{k-1}, alors:

$$\delta I = \int_{R_{k-1}} \left[\sum_i \left\{ \sum_j \frac{\partial I}{\partial(y_i, x_j)} \cos(x_j, n) \right\} \delta y_i \right] d^{(k-1)} \tau$$

où (x_j, n) est l'angle que fait la normale à R_{k-1} avec l'axe des x_j, et où $d^{(k-1)}\tau$ est l'élément d'hypervolume de R_{k-1}.

Si maintenant on fait varier le contour, sans toucher aux y_i, cette variation étant définie par un glissement δn de chacun des points de la frontière R_{k-1}, le long de la normale qui y est relative, la dérivée I'_n est définie par la formule qui donne la variation $\delta' I$ de la fonctionnelle I, dans ce cas:

$$\delta' I = \int_{R_{k-1}} I'_n \, \delta n \, d^{(k-1)} \tau \, .$$

Nous avons cherché à tirer de la considération de l'équation (1) des conséquences utiles pour l'intégration du système (C); le problème est plus difficile que celui que s'est posé M. Volterra. Nous avons obtenu jusqu'ici quelques résultats intéressants grâce à l'emploi de deux méthodes dont on trouvera l'une dans les C. R. de la Société suisse de physique, mais nous ne sommes pas encore parvenu à généraliser tous les résultats de Jacobi [1].

10. — M. C. Carathéodory (Smyrne). — *Sur des transformations générales de Legendre.*

Nouvelles diverses. — Nominations et distinctions.

Allemagne. — M. M. Dehn, professeur à l'Ecole technique supérieure de Breslau, a été nommé professeur ordinaire à l'Université de Francfort a. M.

M. P. Guthnick a été nommé professeur ordinaire d'astronomie à l'Université de Berlin et directeur de l'Observatoire universitaire à Neubabelsberg.

[1] Depuis le mois de septembre, nous avons pu faire notamment avancer cette question (janvier 1922, date de la correction des épreuves).

M. O. Haupt, professeur à l'Université de Rostock, a été nommé professeur ordinaire à l'Université de Erlangen.

M. le Prof. M. von Laue (Berlin), a été appelé à la chaire de physique théorique de l'Université de Hambourg.

M. L. Lichtenstein, professeur à l'Université de Münster, a été nommé professeur ordinaire à l'Université de Leipzig.

M. P. Riebesell a été nommé professeur à l'Université de Hambourg.

M. le Prof. A. Schoenflies, de l'Université de Francfort a. M., a pris sa retraite.

La préparation des professeurs de mathématiques en Prusse. — Jusqu'en juin 1921 les candidats aux examens d'Etat pour le professorat dans l'enseignement secondaire supérieur devaient avoir passé par les universités, les semestres suivis dans une Ecole technique supérieure n'étant compté que pour trois au maximum. A la suite d'un décret ministériel l'Ecole technique supérieure est mise sur le même rang que l'Université pour ce qui est de la préparation des candidats à l'enseignement des sciences mathématiques, physiques et chimiques. En outre les ressortissants d'une Ecole technique supérieure qui auront subi avec succès l'examen d'Etat, auront accès au grade de docteur-ingénieur.

Belgique. — *Cercle mathématique de Belgique.* — Le 20 octobre 1921 a été fondé à Bruxelles le Cercle mathématique de Belgique. Cette société, qui a son siège à Bruxelles, a pour but de contribuer au progrès et à la diffusion des sciences mathématiques en Belgique. Elle s'occupe exclusivement des questions touchant les mathématiques pures et appliquées au sens le plus large de ces mots. Elle s'efforcera d'établir un lien permanent entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur. Le Cercle tient une séance ordinaire par mois, sauf en août et en septembre. Le premier comité, nommé pour deux ans, est composé comme suit: Président: M. Th. De Donder; Vice-Président: M. Mineur; Secrétaire: M. Errera; Secrétaire-adjoint: M. Van Muldera; Trésorier: M. Casteels; Trésorier-adjoint: M. Vanderlinden.

Les Amis des nombres. — Le 3 juin 1921, à Bruxelles, MM. A. Gérardin et Kraïtchik ont fondé la société « Les Amis des nombres » dont le but est de réunir les professionnels et les amateurs qui s'intéressent surtout aux nombres. La séance de constitution a eu lieu au Palais mondial, Bruxelles-Cinquantenaire, siège social. Le Bureau est composé de M. Otlet, président, et de MM. Kraïtchik, A. Errera, Bosman et A. Gérardin, secrétaire. Le « *Sphinx-Œdipe* », dirigé par M. Gérardin (Nancy) insérera les communications officielles du Comité.

Danemark. — M. J. Nielsen, professeur à l'Ecole technique supérieure de Breslau, a été nommé professeur à l'Académie d'agriculture de Copenhague, en remplacement de M. le Prof. Chr. Crone.

Etats-Unis. — *Mouvement de réforme de l'enseignement mathématique.* — A la suite des travaux publiés par la sous-commission américaine de la commission internationale de l'enseignement mathématique, un important mouvement de réforme a pris naissance aux Etats-Unis. Un comité national (National Committee on Mathematical Requirements) a été constitué sous les auspices de l'Association mathématique américaine. Il est composé de MM. J.-W. Young, Dartmouth College (Hannover, N. H.), président; J.-A. Foberg (Chicago), vice-président; A.-R. Crathorne, University of Illinois; C.-N. Moore, University of Cincinnati; E.-N. Moore, University of Chicago; David-Eugène Smith, Columbia University, New York; H.-W. Tyler, Massachusetts Institute of Technology; W.-F. Downey Boston, Mass.; V. Blair, New-York City; A.-C. Olney, Sacramento, Calif.; Raleïgh Schorling, New-York City; P.-H. Underwood, Galveston, Tex.; Eula A. Weeks, St. Louis, Mo.

Nous ne manquerons pas de tenir nos lecteurs au courant des résultats de l'enquête que vient d'entreprendre le comité américain.

France. — M. E. Borel a reçu le grade de docteur *honoris causa* de l'Université de Dublin.

M. Cotton, professeur de physique théorique et de physique céleste, est appelé à prendre la chaire de physique générale à l'Université de Paris, vacante à la suite du décès de M. Lippmann.

M. Darmois est nommé professeur d'Analyse supérieure à l'Université de Nancy.

M. Deltheil est nommé professeur de mathématiques générales à l'Université de Toulouse.

M. Drach, professeur de mathématiques générales, est appelé à la chaire d'application de l'analyse à la Géométrie de l'Université de Paris.

M. Giraud est nommé professeur de Calcul différentiel et intégral à l'Université de Clermont.

M. P. Humbert est nommé professeur de mathématiques à l'Université de Montpellier.

M. Pérès est nommé professeur de mécanique rationnelle à l'Université d'Aix-Marseille.

M. E. Turriere est nommé professeur de mécanique rationnelle à l'Université de Montpellier.

Académie des Sciences de Paris. — M. J. Andrade, professeur à l'Université de Besançon a été élu correspondant de la section de mécanique. — M. Marcel Brillouin, professeur au Collège de France, a été élu membre de la section de physique générale, en remplacement de Gabriel Lippmann, décédé.

Italie. — *R. Accademia dei Lincei.* — M. R. Marcolongo, professeur à l'Université de Naples, a été élu membre national dans la section des mathématiques pures et appliquées. — Dans la même section M. G. ARMELLINI, professeur à l'Université de Pise, a été élu membre correspondant; MM. A. EINSTEIN (Berlin) et Ch. DE LA VALLÉE POUSSIN (Louvain) ont été élus associés étrangers.

Società dei XL. — La Société des XL a conféré le prix de mathématiques pour 1921 à M. O. TEDONE, professeur à l'Université de Gênes. Elle a admis au nombre de ses membres MM. E. ALMANSI, professeur à l'Université de Rome, et G. RICCI, professeur à l'Université de Padoue.

Université de Rome. — A la suite d'un vœu de la Faculté des Sciences ont été transférés à l'Université de Rome: M. G. BAGNERA, de Palerme, pour l'Analyse infinitésimale; M. F. SEVERI, de Padoue, pour l'analyse algébrique; M. F. ENRIQUES, de Bologne, pour l'enseignement qu'on vient d'instituer, de Méthodologie mathématique. — M. ZONDADARI a été admis, en qualité de privat-docent pour la géométrie descriptive, à la Faculté des Sciences de Rome.

Institut technique supérieur de Milan. — M. U. CISOTTI, professeur de Physique mathématique à l'Université de Pavie, a été nommé professeur de mécanique rationnelle.

Conférence de M. A. Einstein. — M. A. EINSTEIN a tenu en octobre dernier quelques conférences de vulgarisation sur sa théorie de la relativité: trois à Bologne sur l'invitation de la société de philosophie scientifique présidée par M. Enriquès, et une à Padoue, sur l'invitation de l'Académie de cette ville. Ces conférences ont attiré une foule extraordinaire de savants et d'amateurs donnant lieu à grand retentissement même dans la presse quotidienne.

Società Italiana di Matematiche « Mathesis ». — La Société italienne de Mathématiques « Mathesis » s'est réunie à Naples, du 13 au 16 octobre 1921, en un congrès présidé par M. le Prof. F. ENRIQUES (Bologne). L'organisation locale de la réunion avait été confiée à un comité dirigé par M. le Prof. R. MARCOLONGO. Nous aurons l'occasion de revenir sur quelques-uns des objets inscrits à l'ordre du jour de ce congrès qui avait attiré un grand nombre de mathématiciens venus de toutes les parties de l'Italie. Bornons-nous pour le moment de signaler les *conférences* de MM.:

F. ENRIQUES: Evoluzione del concetto della Scienza nei pensatori matematici. — G. SCORZA : Il principio di causabilità e le applicazioni delle matematiche alla Scienze economiche e sociali. — R. MARCOLONGO: Sul materiale diddattico d' insegnamento. — R. MARCOLONGO: Nel mondo degli atomi. — D. MERCOGLIANO : L' insegnamento dinamico. — BEMPORAD: L' astronomia nelle scuola medie. — GALLUCCI : Critica e ipercritica. — G. FANO: Le Scuole di Magistero.

Suisse. — *Université de Genève.* — M. le Professeur C. CAILLER prend sa retraite pour raison de santé. — M. R. WAVRE a été admis en qualité de privat-docent.

Nécrologie.

Ed. Gubler. — Nous apprenons avec regrets la mort de M. le Prof. Ed. Gubler, survenue à Zurich le 6 novembre 1921. Né le 7 juillet 1845, E. Gubler fit toute sa carrière dans l'enseignement secondaire; il prit sa retraite en 1914. On lui doit des manuels très appréciés et de nombreux rapports sur l'organisation et la méthodologie des mathématiques dans les écoles moyennes. Il fut, avec le regretté C. Brandenberger, l'un des fondateurs de la Société suisse des professeurs de mathématiques (1901). Gubler fit partie de la sous-commission suisse de l'enseignement mathématique et rédigea le rapport sur les mathématiques dans les Ecoles supérieures de jeunes filles.

En qualité de privat-docent, puis de chargé de cours à l'Université de Zurich, Ed. Gubler eut l'occasion de prendre une part active à la préparation des candidats à l'enseignement scientifique par ses cours sur la Trigonométrie, l'Algèbre, l'Analyse et la théorie des assurances.

Ses recherches mathématiques se rattachent à l'Analyse et plus particulièrement à la théorie des fonctions de Bessel. Il publia avec le Professeur J.-H. Graf, une introduction à la théorie des fonctions de Bessel de 1re et de 2me espèces (Berne, 1898-1900), d'après les leçons et les manuscrits de son illustre maître le Professeur L. Schlaefli.

H. F.

H.-A. Schwarz. — On annonce la mort du mathématicien allemand M. Hermann-A. Schwarz, décédé à Berlin dans sa 79e année. Elève de Weierstrass, Schwarz débuta dans l'enseignement supérieur en 1867 en qualité de professeur extraordinaire à l'Université de Halle. Nommé professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, à Zurich, en 1869 en remplacement de Christoffel, il y resta six ans. En 1875, il fut appelé à l'Université de Gœttingue, puis, en 1892, à la mort de Weierstrass, il rentra à Berlin pour occuper la chaire de son illustre maître.

L'œuvre mathématique de Schwarz appartient aux domaines de l'Analyse et de la théorie des surfaces. Tous ceux qui ont suivi les progrès de la Géométrie infinitésimale connaissent ses importants mémoires sur les surfaces minima.

Schwarz était membre de l'Académie des Sciences de Berlin, de la Société des Sciences de Gœttingue et correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Au moment de mettre sous presse nous apprenons le décès de M. Camille Jordan, membre de l'Institut, et de M. Charles Cailler, professeur honoraire de l'Université de Genève.