Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 22 (1921-1922)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA CRISTALLOGRAPHIE

Autor: Winants, Marcel

Kapitel: Chapitre III. Quelques principes généraux.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515738

58. — En recherchant les ombilics par la méthode indiquée (22), on trouve:

$$c^2 x = \pm c^2 y = \pm a^2 z ,$$

ce qui donne huit ombilics. Mais il y en a certainement deux autres aux extrémités de l'axe quaternaire (21), d'équations: $x = y = 0$.

La surface semble donc admettre dix ombilics.

59. — La courbure totale (43) est:

$$k = \frac{9 a^8 c^{12} x^2 y^2 z^2}{\left\{ a^8 z^6 + c^8 (x^6 + y^6) \right\}^2} .$$

La courbure totale est constamment positive, sauf qu'elle s'annule le long des trois sections principales.

60. — Toutes les propriétés précédentes (57, 58, 59) sont conformes à la symétrie quadratique (ou tétragonale), ayant pour symbole (15):

$$\mathrm{C}\,,\ \Lambda^4,\ 2\Lambda'^2,\ 2\Lambda''^2,$$
$$\mathrm{P},\ 2\mathrm{P}',\ 2\mathrm{P}'' .$$

Voici les équations des plans de symétrie:

$$\mathrm{P} : z = 0 \ ; \qquad \mathrm{P}' : x = 0 \ ; \ y = 0 \ ; \qquad \mathrm{P}'' : x \pm y = 0 \ .$$

Les axes Λ sont perpendiculaires aux plans de symétrie, et passent par le centre.

Chapitre III.

Quelques principes généraux.

61. — Nous avons déjà rencontré plusieurs principes généraux (5, 7, 21).

Il nous semble qu'une méthode scientifique a d'autant plus de valeur qu'elle possède un plus grand nombre de pareils principes.

Notre bagage n'est certes pas encore bien vaste. Mais nous serons très heureux si nous avons pu montrer que notre méthode était, tout au moins, capable de formuler des règles générales.

Dans le n° 62, nous reprendrons et nous généraliserons plusieurs théorèmes démontrés précédemment. Leur évidence est maintenant si grande que tout nouvel essai de démonstration nous paraît superflu.

Nous tenons encore à faire observer que la méthode s'applique également bien à la géométrie plane et à la géométrie solide.

62. — Si une surface est rencontrée par un axe de symétrie d'ordre supérieur à deux, chaque point d'intersection sera un point singulier ou un ombilic.

Si une cubique plane admet un Λ^3 perpendiculaire à son plan, elle ne possède aucun point d'inflexion à distance finie, ni centre, ni point crunodal, ni rebroussement.

Si une courbe algébrique plane de troisième classe admet un Λ^3 perpendiculaire à son plan, elle ne possède, à distance finie, ni inflexion, ni bitangente.

Si une courbe algébrique plane de quatrième ordre admet un Λ^4 perpendiculaire à son plan, elle ne possède aucun point multiple à tangentes réelles.

Une cubique à Λ^3 possède toujours trois asymptotes à distance finie, et n'en rencontre aucune.

Chapitre IV.

Deux surfaces ayant la symétrie d'une tourmaline.

§ 1. — Symétrie cristallographique de la tourmaline.

63. — Imaginons une pyramide triangulaire régulière. Elle possède un axe de symétrie ternaire. Par chaque arête latérale et l'apothème de la face opposée, passe un plan de symétrie. Le symbole (15) est donc:

$$\Lambda^3, 3P.$$

Prenons un prisme triangulaire régulier, et, sur chacune de ses bases, plaçons une pyramide régulière, mais de telle façon que les deux pyramides n'aient pas la même hauteur. Le solide total conserve la même symétrie et donne une idée suffisamment exacte du cristal de tourmaline.