

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BIBLIOGRAPHIE

Jean BECQUEREL. — **Le principe de relativité et la théorie de la gravitation.**

Leçons professées en 1921 et 1922 à l'École polytechnique et au Muséum d'histoire naturelle. — 1 vol. in-8°, IX-342 p.; 25 fr.; Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris 1922.

Cet important traité de relativité écrit par un savant français se recommande de lui-même au lecteur. Il est très clair et pourrait constituer une initiation à la théorie, en même temps que très complet, tant au point de vue mathématique que physique. Qu'il me suffise de mentionner les questions traitées d'une manière plus spécialement détaillée; telles, l'étude des phénomènes optiques dans les systèmes en mouvement relatif et en relativité générale, les méthodes permettant de déduire la dynamique tout entière de la loi de gravitation ou la loi de gravitation elle-même d'un principe d'action stationnaire.

L'étude de la courbure de l'espace et du temps, de l'espace fermé, de la forme de l'univers, suivant que l'on admet l'hypothèse cosmologique d'Einstein ou celle de de Sitter, des raisons que l'on a d'adopter l'une plutôt que l'autre de ces deux hypothèses est très approfondie.

Mentionnons tout particulièrement un développement des idées d'Einstein et de Weyl de date récente et dont ne traitent pas les ouvrages déjà analysés dans cette revue. Je veux parler de la géométrie de M. Eddington.

On ne saurait nier son intérêt philosophique. L'univers n'y est tout d'abord assujéti qu'à la condition de posséder une structure géométrique, puis en spécifiant la nature d'un certain tenseur généralisé, donnant l'expression de la variation d'un vecteur transporté par déplacement parallèle le long d'un contour fermé, on retrouve la géométrie de Weyl qui rend compte à la fois du champ électro-magnétique et du champ gravifique et dans un cas plus particulier encore la géométrie de Riemann.

Peut-être cette géométrie générale contient-elle l'élément analogue à la pression de Poincaré, cette troisième forme d'énergie qui expliquerait la cohésion de l'électron. Il serait philosophiquement remarquable que des considérations de géométrie pure nous fissent découvrir dans la nature une nouvelle forme d'énergie, mais les considérations de M. Eddington ne laisseront pas de paraître, à quelques esprits, d'ordre purement métaphysique.

M. Becquerel a réussi dans son livre à être simple et clair jusque dans les problèmes les plus ardues. Il semble à certains égards s'être inspiré le plus possible des mémoires originaux en respectant la pensée de chaque auteur. Je ne saurais mieux faire que de respecter aussi la sienne en citant les deux derniers paragraphes de son introduction.

« On doit répandre aujourd'hui les idées nouvelles. Elles ne conduisent

pas à une complication de la science; bien au contraire, il en résulte une admirable harmonie, une merveilleuse synthèse des lois naturelles, par laquelle on aperçoit pour la première fois les liens qui unissent des phénomènes en apparence indépendants.

Le souci de la vérité, la satisfaction qu'éprouve l'esprit à pénétrer plus avant dans la compréhension des phénomènes, compensent largement les efforts que demande l'étude du principe de relativité. La principale difficulté qu'on rencontre vient de la répugnance à abandonner des idées acquises, et de l'étonnement où l'on est plongé devant certaines conséquences qui, par leur étrangeté, choquent ce que l'on considère comme le bon sens. Il faut, en abordant cette étude, avoir le courage de renoncer résolument aux idées préconçues. »

Rolin WAVRE (Genève).

Emile BOREL. — **L'espace et le temps.** (Nouvelle Collection scientifique).
— 1 vol. petit in-8° de IV-246 pages; 8 fr.; Félix Alcan, Paris, 1922.

Ce nouveau livre est d'une portée immense et d'une simplicité admirable. C'est une singulière agacerie, pour ceux qui ont le droit d'enseigner les théories relativistes, que d'entendre une foule d'ignorants se réclamer sans cesse de l'observation vulgaire et du « bon sens » pour décréter la carence de théories qu'ils ne comprennent pas. Théories mystiques, théories religieuses a-t-on dit. M. Emile Borel est aussi peu religieux que possible; il tient aux théories einsteiniennes pour ce qu'elles ont déjà donné et se déclare prêt à aller vers celles qui donneront plus encore; ce n'est point de la fidélité mystique mais du pur esprit scientifique. En attendant nous sommes einsteiniens parce qu'Einstein nous a révélé de magnifiques choses, telle le lien unissant la gravitation aux phénomènes électromagnétiques.

Ce que nous devons aussi aux nouvelles théories, et ce n'est pas le moins précieux, c'est l'analyse qu'elles nous forcent à faire quant à la structure de nos idées concernant l'espace et le temps; le livre de M. Emile Borel, comme l'indique le titre, est surtout écrit à ce dernier point de vue.

Bravo ! Trois fois bravo pour la défense préliminaire des mathématiques qui, selon certains, ne créent rien et se contentent de transformer des éléments venus du dehors (p. 98). Il serait aussi raisonnable d'affirmer qu'un beau poème n'est rien de plus qu'un assemblage de lettres et un tableau de maître qu'un ramassis de couleurs !

Beaucoup d'art et de simplicité à propos de la notion de coordonnées. On sait le rôle immense des géodésiques, de l'intégration de la direction le long d'un contour fermé conçu dans un espace courbe; ce sont là des notions fondamentales, à analyse délicate, pour les savants traités de Weyl et Eddington. Ici M. Emile Borel nous fait parcourir, à la surface de la Terre, un carré de un kilomètre de côté puis il propose de recommencer le parcours pour un carré dont le côté serait dix mille fois plus grand; il suffirait de parcourir trois côtés de ce pseudo carré pour revenir au point de départ.

C'est en vain que l'on essaye de s'attacher à la continuité, l'intuition étant aussi bien en défaut dans le domaine des infiniment petits que dans celui des infiniment grands. Si d'un mètre on enlève, autour des divisions décimétriques, un décimètre en tout, puis, autour des divisions centimétriques, un centimètre en tout et ainsi de suite indéfiniment, on aura rompu toute continuité, déchiqueté le mètre d'une manière d'autant plus inimaginable...

qu'on n'en aura pas enlevé la neuvième partie. Les gens qui abusent de l'intuition géométrique sont invités à se représenter cela (p. 123). Les notions logiques dépassent de beaucoup les notions intuitives; les mathématiques nous invitent à nous dépasser nous-mêmes.

On imagine le plus souvent que le caractère non-euclidien de l'espace ne pourrait être mis en évidence qu'à l'aide de très grandes figures; il semble en être de même pour l'échelle sous-atomique ou paraît se révéler une structure granulée ne laissant subsister les propriétés euclidiennes que comme propriétés moyennes.

Signalons encore les si curieuses questions de topologie chères, sous un aspect extrêmement abstrait, à un Camille Jordan et qui maintenant interviennent dans les recherches sur la structure de l'espace physique!

Quant à l'infime multiplicité des explications théoriques que défendait Henri Poincaré elle conduit tout naturellement à rechercher des invariants qui, comme le nom l'indique, sont choses communes aux diverses images phénoménales. Le progrès de la Théorie des ensembles, puis ceux du Calcul intégral et enfin ceux de la Théorie des invariants intégraux, voilà probablement avec quoi on va bâtir la Physique de demain. Je retrouve ici une opinion personnelle sur laquelle je n'ose insister davantage de peur de donner à cette brève analyse un caractère transcendant qui correspondrait peu à l'exquise simplicité du style de M. Emile Borel. Rappelons plutôt que l'ouvrage ne contient que quelques formules très élémentaires, qu'il est accessible à tous ceux qui savent ou veulent penser correctement et qu'il est éminemment propre à donner une idée claire de captivantes théories autour desquelles ce sont surtout des incompetents qui ont forgé des légendes d'extraordinaires difficultés.

A. BUHL (Toulouse).

L. Gustave DU PASQUIER. — **Le principe de la relativité et les théories d'Einstein.** — 1 vol. in-8° de XVI + 530 pages, avec 37 fig.; 20 fr.; G. Doin, Paris.

L'ouvrage de M. L. G. Du Pasquier a un caractère didactique. L'auteur a mis un grand soin à ordonner les matières de façon à graduer les difficultés.

Après une biographie de M. Einstein, le livre commence par la doctrine de la relativité restreinte, ce qui est conforme à l'ordre logique et au développement historique. Les idées fondamentales sont exposées en un langage clair et simple, de sorte que cette première partie peut être comprise par toute personne connaissant les rudiments de l'algèbre. De nombreuses figures soutiennent le raisonnement.

Dans la seconde partie, où se trouve exposée la doctrine de la relativité générale, l'auteur procède aussi du simple au compliqué. Aucun point essentiel à la compréhension de la théorie relativiste n'est omis. Vu la grande beauté philosophique que le calcul des variations permet de donner à cette doctrine, en l'unifiant et la condensant autant que possible, le dernier paragraphe est consacré au principe de moindre action. Là aussi, M. Du Pasquier, en partant du cas le plus simple amène le lecteur par étapes jusqu'à la dernière synthèse réalisée par M. Hilbert. Les divers stades qui ont abouti à la nouvelle figure du monde sont magistralement résumés.

Le style clair et souvent imagé des comparaisons ingénieuses rendent attrayante la lecture de ce livre où la démonstration mathématique est en général complétée par des exemples nombreux et variés, empruntés

au domaine de la mécanique, de la physique, de la chimie et principalement de l'astronomie.

Dans un appendice, l'auteur explique l'opposition entre le point de vue de M. Einstein et la plus récente théorie de Weyl relative au rapport de la relativité et de l'électro-magnétisme. Le livre se termine par l'examen des objections soulevées par M. Paul Painlevé dans la récente discussion de la doctrine relativiste à l'Académie des Sciences de Paris.

L'ouvrage de M. Du Pasquier, avec ses nombreuses notes bibliographiques permet au lecteur de s'initier rapidement aux théories d'Einstein.

E.-M. LÉMERAY. — **Leçons élémentaires sur la Gravitation**, d'après la Théorie d'Einstein. Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Marseille pendant le quatrième trimestre 1920. — 1 vol. in-16 de 98 pages; 7 fr.; Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1921.

Les universités françaises abordent maintenant, de toutes parts, l'enseignement des théories einsteiniennes; l'École Polytechnique en a fait autant grâce à M. J. Becquerel. Aussi faut-il savoir gré, à M. Lèmeray, d'avoir professé, à Marseille, un cours libre dédié aux théories relativistes, à une époque où l'enseignement officiel ne s'occupait encore point de la chose. Le nouveau petit volume est d'ailleurs une suite naturelle de celui consacré au « Principe de Relativité » lequel a été signalé et analysé dans cette Revue (1916, p. 449).

La relativité généralisée peut être abordée de deux manières fondamentales. On peut trouver la notion de tenseur dans le « Calcul différentiel absolu »; on peut aussi la trouver dans le « Calcul des variations ». L'équivalence des deux méthodes est aisée à apercevoir mais, ne serait-ce que lorsque l'on se sent limité par des considérations pédagogiques, on peut parfaitement s'en tenir à l'une d'elles. Ici l'auteur a pris la seconde.

L'ouvrage débute par quelques problèmes classiques de calcul des variations; de la géométrie on passe à la dynamique et on compare le principe d'Hamilton avec celui de la moindre action. Toujours au point de vue classique, l'auteur a repris le problème képlérien et distingue, à son sujet, la trajectoire spatiale et la trajectoire temporelle; il montre ainsi que de telles distinctions ne relèvent pas essentiellement des théories relativistes. Plus loin, il fait une remarque analogue au sujet de l'espace-temps de Minkowski imaginé très indépendamment des conceptions postérieures d'Einstein.

La relativité généralisée étant bornée ici aux trois problèmes fondamentaux qui consacrèrent la gloire d'Einstein (mouvement planétaire à déplacement périhélique, incurvation de la lumière stellaire dans le voisinage du soleil, déviation des raies du spectre solaire vers le rouge), l'auteur n'a pas eu besoin d'une théorie générale de la courbure ni même des symboles de Christoffel. Ainsi l'œuvre est aussi voisine que possible de la dynamique habituelle; elle constitue une habile et excellente initiation.

A. BUHL (Toulouse).

Roberto MARCOLONGO. — **Relativita**. — 1 vol. in-8°, 192 p.; 30 liras; Casa Editrice Giuseppe Principato; Messina 1921.

M. R. Marcolongo fit à l'Université de Naples durant les années scolaires 1918-1919, 1919-1920 deux cours sur la relativité dont son dernier livre est un résumé, d'une clarté et d'une simplicité digne de tous les éloges. Sans

être en aucune manière une œuvre de vulgarisation, il fournit un excellent moyen de s'initier aux théories nouvelles. Il semble que M. Marcolongo ait cherché à suivre d'aussi près que possible les conceptions classiques afin de ne pas dépayser, plus que de raison, un lecteur ne connaissant que la physique ancienne. Parmi les ouvrages d'ensemble écrits sur la théorie de la relativité, on pourrait le caractériser par les faits suivants :

Il ne traite que de la partie des théories nouvelles qui semble acquise à la science, relativité restreinte dans son aspect mathématique et gravifique d'Einstein, mais ne touche pas aux généralisations, extensions ou applications un peu aventureuses, données par des savants désireux d'aller plus avant dans la conception relativiste, et qui revêtent aujourd'hui encore un caractère trop hypothétique.

Notons en particulier que l'électromagnétisme n'y occupe que deux pages. En ce sens l'ouvrage est beaucoup plus restreint que ceux de M. Weyl et de M. Eddington par exemple.

Il est conçu spécialement du point de vue de la mécanique et à plusieurs reprises l'auteur rattache et compare les méthodes nouvelles aux principes fondamentaux de la mécanique analytique.

En s'inspirant des travaux de Ricci, Levi-Civita et Bianchi, l'auteur a précisé quelques-uns des aspects géométriques de la théorie, qu'il étudie pour eux-mêmes et il a cherché autant que possible à ne pas rebuter le lecteur par ces sortes d'artifices du calcul tensoriel dont la signification concrète échappe souvent.

Si ce livre est restreint dans son objet, il fournit un solide point de départ pour affronter les développements ultérieurs et les questions plus ardues qui restent ouvertes.

La première partie « des fondements analytiques de la théorie de la relativité », à laquelle on peut adjoindre l'appendice consacré à l'étude de la métrique d'une multiplicité à n dimensions est l'exposé le plus clair, que nous connaissions, de la théorie de la forme quadratique, du calcul différentiel absolu et de leurs applications géométriques. L'auteur n'a pas négligé de donner à côté de la théorie générale quelques applications à des cas particuliers spécialement intéressants.

La seconde partie traite de « La relativité restreinte ». La transformation de Lorentz est introduite de plusieurs manières et le côté cinématique de la question nous paraît être spécialement approfondi.

Enfin dans la troisième partie « La théorie générale de la relativité », après avoir établi les équations du champ de gravitation, l'auteur expose d'une manière détaillée la statique d'Einstein et ses applications astronomiques, au déplacement du périhélie et à la déviation des rayons lumineux dans un champ gravifique.

La lecture de ce livre nous laisse l'impression d'un chapitre classique d'analyse ou de mécanique; c'est peut-être par sa simplicité, sa clarté et son élégance.

Rolin WAVRE (Genève).

Louis ROY. — **Cours de Mécanique rationnelle** à l'usage des élèves de l'Institut électrotechnique et de Mécanique appliquée et des candidats au Certificat de Mathématiques générales. — 1 vol. gr. in-8° de VI-260 pages et 103 figures; Prix 25 fr.; Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1921.

A une époque où le monde savant est surtout tourné vers une Mécanique de seconde approximation, c'est presque un travail redoutable que d'expo-

ser la science de première approximation qui vraisemblablement continuera à être celle des ingénieurs et techniciens de toutes sortes; il devient difficile d'être correctement élémentaire. C'est cette difficulté que M. Louis Roy vient de surmonter, non sans élégance, en mettant très explicitement en évidence les principes de la Mécanique et plus particulièrement les postulats de la Dynamique classique.

Les chapitres préliminaires sont d'une grande simplicité; c'est en discutant la réduction des systèmes de vecteurs que l'auteur parvient, naturellement, à la notion de l'axe central lequel, dans le cas de vecteurs parallèles, contient effectivement un centre G.

Après les définitions concernant la vitesse et l'accélération voici des problèmes sur les lois du mouvement. Les méthodes graphiques sont immédiatement mises en honneur et l'accélération constante en grandeur et en direction nous conduit à un premier aperçu du mouvement parabolique.

La cinématique du solide contient le théorème de Coriolis appliqué d'ailleurs au mouvement de la terre; la combinaison des translations et rotations aboutit au mouvement hélicoïdal et à la transmission des rotations par l'hyperboloïde. Cette partie se termine par l'étude du mouvement d'une figure plane dans son plan et l'indication sommaire des considérations si esthétiques attachées à la notion de centre instantané.

Mais c'est avec les principes de la Dynamique que M. Louis Roy révèle sans doute le maximum d'originalité. Il admet six postulats dont il faut surtout souligner le deuxième: *Une force est une grandeur vectorielle pouvant être considérée indépendamment de toute accélération* et aussi le sixième: *Si les composantes de la force appliquée à un point matériel sont des fonctions régulières des variables dont elles dépendent, le mouvement du point est déterminé sans ambiguïté par les conditions initiales.* Et, dans le cas où la régularité taylorienne n'existe pas, par exemple, dans le cas de l'équation $mx'' = k\sqrt{x}$, correspondant à un point d'abscisse x placé en 0 sans vitesse, on est indifféremment en présence d'un équilibre en 0 ou d'un mouvement suivant $0x$. L'aperçu est bref et élémentaire, mais on peut penser qu'en développant de telles considérations on reviendrait de manière fort utile sur les questions de stabilité statique ou dynamique ainsi que sur celles concernant les singularités des équations différentielles. Certes, de tels sujets ont déjà une littérature immense; mais il ne semble pas impossible de les rajeunir de manière intéressante.

Passons rapidement sur l'étude des mouvements ponctuels simples. La notion de travail est présentée avec développements numériques; il en est de même pour celle de frottement associée d'ailleurs à celle de liaison.

La dynamique des systèmes de points, sous l'influence des postulats précédemment mis en évidence, n'a plus que des formules simples et symétriques. Les centres de gravité et les moments d'inertie préparent l'étude du solide dont nous abordons bientôt la statique; la réduction des forces y appliquées permet d'apprécier pleinement les notions vectorielles du début. D'élégants problèmes d'équilibre, avec ou sans frottement, permettent aussi d'apercevoir aisément les rôles respectifs des projections ou des moments des forces. Voici maintenant la notion de travail virtuel introduite avec précaution mais avec l'exemple des machines simples dont la théorie est ainsi plus immédiate. Des exercices appropriés montrent les possibles variations de raisonnement dont un calculateur habile saura promptement tirer le procédé le plus expéditif.

Dans le mouvement d'un solide autour d'un axe fixe, nous trouvons, au delà du pendule composé et de la machine d'Atwood, le galvanomètre à cadre mobile et surtout les si importants phénomènes de résonance qui accompagnent généralement les phénomènes oscillatoires.

Un chapitre sur les percussions et chocs, un autre sur l'équilibre des fils, terminent heureusement cet exposé clair et pratique qui peut être considéré, à coup sûr, comme une excellente introduction soit à des études techniques, soit à des études théoriques à continuer dans le grand *Traité* de M. P. Appell.

A. BUHL (Toulouse).

Leonida TONELLI. — **Fondamenti di calcolo delle variazioni**. Volume primo. — 1 vol. in-8°, VII + 466 p., 55 L.; Nicola Zanichelli Editore, Bologna, 1922.

Certains lecteurs seront certes étonnés d'apprendre que l'on entreprend aujourd'hui de remanier les fondements d'une partie aussi classique de l'analyse, que le calcul des variations et que cette entreprise est tout à fait à l'ordre du jour.

A la suite des recherches faites sur les ensembles de points et la fonction sommatoire de M. Lebesgue, des études de M. Baire et de leurs continuateurs, à la suite aussi des études des ensembles de fonctions, de courbes et des fonctions de lignes, qui constituent l'objet propre du calcul fonctionnel, le calcul des variations change un peu d'aspect et ces nouvelles disciplines permettent de résoudre, par des méthodes directes, certains problèmes d'extrémum devant lesquels les méthodes classiques seraient restées impuissantes.

On peut aller plus loin encore et dire que le calcul des variations est tout entier absorbé par le calcul fonctionnel dont les premiers principes ont été posés par M. Volterra. Le calcul fonctionnel est avant tout un point de vue nouveau, qui permettra peut-être de créer un jour le plus puissant instrument de l'analyse.

M. Hadamard, en 1910 déjà, avait écrit son premier tome de *Calcul des variations* en s'inspirant de cet esprit nouveau. Mais les résultats se sont accumulés depuis lors, les notions fondamentales et profondes se sont dégagées et M. Tonelli rend aujourd'hui un grand service à la science en réunissant en un volume toutes les notions d'origine récente qui permettent d'asseoir le calcul des variations sur de nouvelles bases. Parmi celles-ci, je ne citerai que la théorie de l'intégrale de Lebesgue, la notion de semi-continuité de M. Baire et l'étude des ensembles de fonctions. MM. Lebesgue et Baire n'avaient certainement pas en vue le calcul des variations en entreprenant leurs recherches sur les ensembles linéaires, les fonctions discontinues, et l'intégrale; mais on sait que depuis lors des applications des plus variées en ont montré la profondeur.

La contribution de M. Tonelli est déjà grande aussi. On trouvera également dans ce livre un historique fort intéressant du calcul des variations (p. 1-33). Ce premier volume sera suivi d'un second, contenant l'application des notions dont je viens de parler, à la résolution des problèmes d'extrémum libre et des problèmes isopérimétriques.

Contentons-nous de signaler ici l'importance de ce livre dont l'analyse nous entraînerait trop loin.

Rolin WAVRE (Genève).

H. WEYL. — **Temps, Espace, Matière.** Leçons sur la théorie de la relativité générale, traduites sur la quatrième édition allemande par M. Gustave JUVET et M. Robert LEROY. — 1 vol. in-8° VIII + 288 p.; 20 fr. français; Librairie scientifique Albert Blanchard, place de la Sorbonne, Paris, 1922.

Divers domaines des mathématiques doivent à la pénétration d'esprit de M. Weyl, quelques-uns de leurs plus beaux résultats, ou des critiques d'une remarquable profondeur. Je ne citerai que la théorie des équations intégrales, la géométrie des surfaces, la physique mathématique, les notions de continu et d'ensemble.

Le mouvement scientifique issu des idées d'Einstein rencontra en lui, non seulement un fervent adepte, mais encore le plus audacieux promoteur et son œuvre en relativité est après celle d'Einstein la plus importante. *M. Weyl a cherché à donner à la conception relativiste toute son ampleur et son livre est aujourd'hui l'ouvrage le plus important, le plus suggestif et le plus complet que nous possédions sur la relativité.* Je devrais me contenter de donner ici une idée générale, de ce qui fait l'originalité de cette œuvre, sans songer à en faire l'analyse.

La première édition, parue en 1918, était la rédaction d'un cours professé par l'auteur à l'École polytechnique fédérale de Zurich en 1917. La quatrième édition traduite est beaucoup plus étendue.

Disons tout de suite que sa lecture exige des connaissances mathématiques très vastes et que, à part quelques pages, il nous paraît s'adresser plutôt aux initiés qu'aux débutants. Ce livre est remarquablement touffu dans son ensemble et certains chapitres sont loin de revêtir la forme didactique d'un traité d'enseignement. Ajoutons, pour en finir avec les critiques, que sur certains points les investigations de l'auteur sont si audacieuses qu'il est permis, de ne pas le suivre partout et certaines des idées qu'il expose revêtent un caractère très conjectural, aujourd'hui tout au moins. Le sens exact, qu'il faut attribuer aux idées philosophiques exposées dans la préface, pourrait servir, à lui seul, de thème à de profondes méditations.

Mais, ce qui en fait l'incomparable beauté, c'est la richesse des idées qui y sont développées, les horizons illimités qu'il laisse entrevoir, la lueur qu'il projette sur quelques champs inexplorés de la science.

C'est la préoccupation d'un esprit systématique qui en crée la remarquable unité.

Physiciens, mathématiciens et philosophes y trouveront à côté des résultats déjà cristallisés des théories d'Einstein, l'esquisse la plus profonde de la synthèse scientifique que l'on puisse entrevoir aujourd'hui.

Dans les deux premiers chapitres, consacrés à la représentation mathématique de l'espace, la géométrie euclidienne et le continuum métrique, M. Weyl tente de légitimer l'emploi de la forme quadratique fondamentale, dont la forme embryonnaire est celle de Pythagore, en s'inspirant de considérations très variées, notamment de la théorie des groupes. C'est la recherche d'une axiomatique plus large et plus compréhensive qu'il poursuit à chaque instant. Ces quelques 120 pages, nous paraissent être une des plus belles et des plus amples systématisations des géométries que nous connaissons.

Elles contiennent en plus une extension de la géométrie de Riemann, qui constitue à elle seule un résultat mathématique de la plus haute importance, dont on ne peut mesurer aujourd'hui la portée. Alors que dans la

géométrie de Riemann, un vecteur déplacé parallèlement à lui-même revient au point de départ, non nécessairement avec la même direction, mais toujours avec la même longueur, pourquoi ne pas admettre également un changement de longueur, se demande M. Weyl, qui en levant cette restriction est conduit à introduire à côté des coefficients de la forme riemannienne quatre coefficients d'une forme linéaire qui définissent l'étalonnage, c'est-à-dire la mesure des longueurs en chaque point de la multiplicité. Cette généralisation est conforme aux idées de Riemann en géométrie infinitésimale ou d'Einstein en physique, elle élimine toute détermination de direction et de longueur, qui ne se ferait pas de proche en proche, à la manière d'un prolongement analytique. Ceci étant, par une identification de ces quatre indéterminées avec les composantes du potentiel électro-magnétique, M. Weyl fait du champ électromagnétique, qui constituait chez Einstein un résidu matériel irréductible, un élément caractérisant l'espace, au même titre, quoique d'une manière différente, que le champ de gravitation.

Dans les deux derniers chapitres consacrés à la théorie de la relativité, signalons en particulier les développements que M. Weyl donne à la théorie de Mie, au terme desquels la matière apparaît comme une singularité du champ, les considérations un peu hypothétiques sur l'univers considéré dans sa totalité, et spécialement les pages consacrées aux lois de conservations, à leurs conséquences, au principe d'action le plus simple, dont l'interprétation philosophique, quoiqu'encore fort discutable, pourrait être du plus haut intérêt.

Si nous admirons Einstein qui conçut, dans une intuition géniale de physicien, l'équivalence du champ de gravitation et du mouvement, avant de trouver, dans la géométrie de Riemann, sa parfaite expression, sachons admirer aussi cette étude où sans jamais abandonner l'instrument mathématique, M. Weyl recherche une synthèse que les physiciens n'oseraient imaginer.

Son livre, sous lequel on pressent une constante préoccupation philosophique, constitue l'œuvre la plus profonde que nous possédions aujourd'hui sur le temps, l'espace et la matière.

Félicitons aussi MM. Juvet et Leroy de nous l'avoir rendu plus accessible. L'ouvrage comprend une bibliographie des matières dont il traite.

Rolin WAVRE (Genève).