

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1927)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE TRIANGLE DES PIEDS DES HAUTEURS
Kapitel: 2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.
Autor: Streit, Arnold
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21251>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Cette formule exprime la surface d'un triangle en fonction du rayon du cercle inscrit, du diamètre du cercle circonscrit et du rayon du cercle inscrit dans le triangle des pieds des hauteurs.

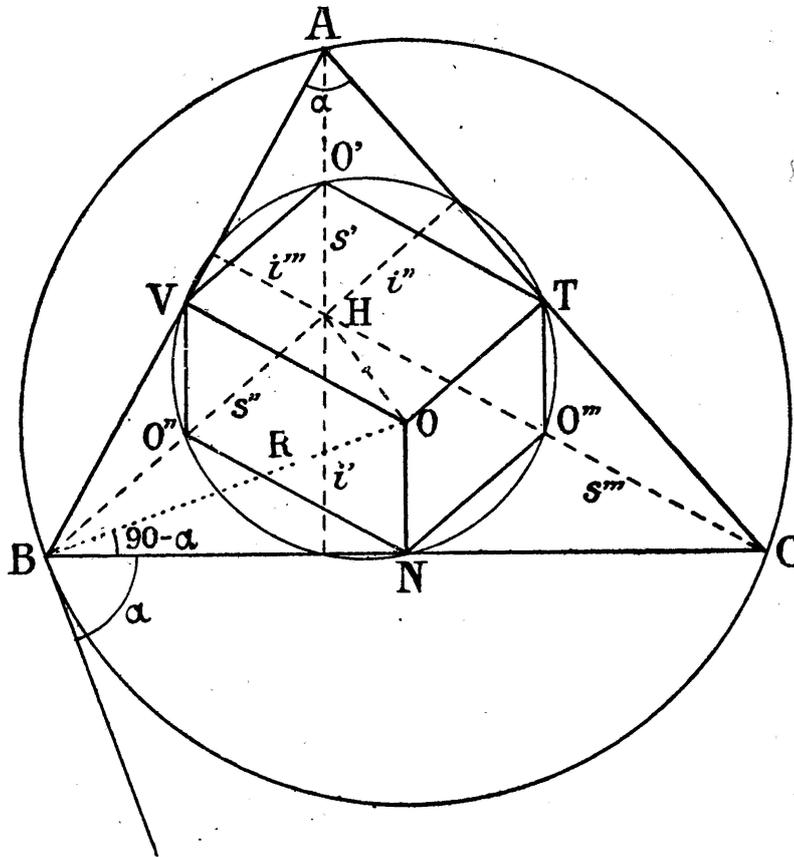


Fig. 5.

2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.

La figure (5) donne

$$ON = R \cos \alpha = \frac{s'}{2},$$

$$OT = R \cos \beta = \frac{s''}{2},$$

$$OV = R \cos \gamma = \frac{s'''}{2};$$

$$ON + OT + OV = \frac{1}{2}(s' + s'' + s''').$$

Or

$$s' + s'' + s''' = 2(r + R). \quad (30)$$

¹ *Op. cité*, p. 42 (formule 11).

Donc

$$\underline{ON + OT + OV = r + R}, \quad (31)$$

c'est-à-dire

THÉORÈME. — *La somme des distances du centre du cercle circonscrit à un triangle aux côtés du triangle est égale à la somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit.*

Conséquence. — Il en résulte que le périmètre de l'hexagone $O'VO''NO'''T$ est égal à $2(r + R)$.

3. — Triangles aux sommets.

A. CERCLES INSCRITS. — Les triangles aux sommets AB_1C_1 , BC_1A_1 , CA_1B_1 étant semblables au triangle ABC donné, nous avons (fig. 1):

$$\Delta AB_1C_1 \dots \quad \frac{r'}{r} = \frac{a_1}{a} = \cos \alpha,$$

d'où

$$\Delta AB_1C_1 \dots \quad r' = r \cos \alpha,$$

$$\Delta BC_1A_1 \dots \quad r'' = r \cos \beta,$$

$$\Delta CA_1B_1 \dots \quad r''' = r \cos \gamma,$$

c'est-à-dire

Le rayon du cercle inscrit dans l'un quelconque des triangles aux sommets est égal au rayon du cercle inscrit dans le triangle donné multiplié par le cosinus de l'angle commun.

Par suite

$$r' + r'' + r''' = r(\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma).$$

Or

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \frac{r + R}{R}. \quad (32)$$

Donc

$$\underline{r' + r'' + r''' = r + \frac{r^2}{R}}. \quad (33)$$

En outre

$$r' r'' r''' = r^3 (\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma).$$

Mais (16)

$$\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma = \frac{r_1}{2R}.$$