

E. Lainé. — Précis d'Analyse mathématique à l'usage des Candidats au Certificat de Calcul différentiel et intégral. Tome I. Théorie des Fonctions de variables réelles; Théorie des Fonctions analytiques. — 1 vol. de viii-232 pages et 58 figures. Prix: 25...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

dépassant de beaucoup la dynamique classique; il peut aussi bien servir à fonder la Cinématique et, pour commencer, celle de Lorentz.

L'auteur recourt également à l'espace-temps mais en montrant toujours comment ses trajectoires, ses géodésiques prennent un sens tangible, en première approximation, dans l'espace ordinaire. Ses considérations d'optique le mènent non à postuler la signification de c (vitesse de la lumière) mais à la découvrir. Il retrouve les équations du mouvement d'un milieu continu rapporté à des axes fixes, les écrit en coordonnées quelconques grâce aux notations si claires et suggestives de son Calcul, les complète suivant les vues d'Einstein et en a finalement toute la généralité avec des ds^2 quelconques dont il examine la détermination *expérimentale* des coefficients. Il n'y a peut-être pas de manière plus physique d'arriver aux équations gravitationnelles de la Relativité générale.

Et la Relativité générale occupe, en effet, un dernier chapitre d'une immense importance. M. Levi-Civita commence par comparer les coefficients d'un ds^2 général avec leurs expressions possibles dans la théorie du potentiel newtonien; il retrouve, avec la plus grande simplicité, le tenseur d'Einstein à divergence nulle; les équations gravitationnelles générales sont obtenues en partant de l'équation de Poisson et le cas stationnaire en lequel

$$ds^2 = V^2 dx_0^2 - a_{ik} dx_i dx_k ,$$

les x ne se rapportant ici qu'à l'espace ordinaire, conduit à des équations réduites, dues à l'auteur lui-même, lesquelles se placent, le plus naturellement du monde, entre la dynamique classique et la Gravifique. Mais voici mieux encore. M. T. Levi-Civita reproduit (p. 395) un théorème qu'il a donné aux *Lincei*, en 1926, théorème d'après lequel tout mouvement einsteinien coïncide, jusqu'à la seconde approximation, avec un mouvement newtonien, dans l'espace euclidien, pour lequel l'énergie et le potentiel sont complétés par des termes extrêmement simples qui d'ailleurs s'évanouissent pour c infini. Viennent ensuite le mouvement planétaire à déplacement périhélique, la déflexion de la lumière, le déplacement des raies spectrales. Un paragraphe encore fort intéressant se rapporte à des expressions de la courbure harmonisées plutôt avec les équations de Lagrange qu'avec le symbolisme de Christoffel. Et le volume se termine par l'examen de différentes métriques cosmologiques (Einstein, De Sitter,...) qui, bien entendu ne peuvent être universellement *vraies* toutes à la fois mais qui toutes constituent d'élégantes images de ce que l'Univers peut être. Nous ne pouvons en attendre davantage; la seule indétermination des théories mécaniques permet de conclure à l'indétermination de la cosmologie. Il serait bien dommage qu'il en soit autrement et que quelque vérité(?) définitivement révélée nous empêchat de goûter l'art délicat et prodigieux épandu dans des ouvrages tels que celui que nous venons d'analyser.

A. BUHL (Toulouse).

E. LAINÉ. — **Précis d'Analyse mathématique à l'usage des Candidats au Certificat de Calcul différentiel et intégral.** Tome I. Théorie des Fonctions de variables réelles; Théorie des Fonctions analytiques. — 1 vol. de VIII-232 pages et 58 figures. Prix: 25 francs. Vuibert, Paris, 1927.

Ce premier volume, comportant une préface de M. G. Bouligand, pourrait

être présenté rien que par reproduction de cette préface. Nous allons essayer d'être un peu plus original sans pouvoir toutefois émettre de meilleures idées. Il s'agit d'un Précis d'Analyse étroitement soudé aux Mathématiques générales, s'adressant à des élèves encore novices mais très justement supposés dans un excellent état de réceptivité.

Il débute par des Compléments d'Algèbre et de Géométrie analytique en lesquels on glisse rapidement sur le Théorème de Bezout et l'élimination. Le rôle des éléments imaginaires liés avec l'homographie, les courbes algébriques, etc. fait déjà présager un heureux usage du symbolisme, même le moins tangible comme celui des droites isotropes et des points cycliques, dans des questions finalement réelles. L'avenir de la Science est là; ces notions imaginaires le sont encore plus que celles d'espaces non-euclidiens à n dimensions, elles peuvent y conduire et quand tout le monde aura bien compris que nous pouvons lier le réel au réel par des intermédiaires dépourvus de réalité physique, bien des querelles tomberont d'elles-mêmes.

Les fonctions de variables réelles débutent par une analyse brève mais des plus justifiées de la notion de continuité. Quel autre sujet de tourment! L'observation physique révèle la discontinuité de toutes parts et notre analyse, développée en toute ingénuité, considérerait volontiers la continuité comme une notion première! Sur cette notion il faudra sans doute encore s'appuyer beaucoup et longtemps mais un peu de défiance préliminaire ne messied pas. Après l'intégrale suivant les idées de Darboux, Riemann, ... nous trouvons les séries *réelles* de Taylor et de Fourier étroitement rapprochées. Les difficultés concernant la continuité sont examinées derechef sur les fonctions de plusieurs variables.

A propos des fonctions implicites nous trouvons l'élégante analyse des déterminants fonctionnels puis les notions d'*extrema libres* ou *liés* éclaircies par le procédé taylorien et suivies d'un élégant problème relatif aux lignes polygonales inscrites.

Le Calcul intégral, toujours réel, se poursuit avec la petite formule de Green-Riemann, génératrice de tant de choses, les périodes des intégrales curvilignes, la réduction des intégrales elliptiques d'où l'on passe aux intégrales eulériennes, celles-ci donnant si aisément des résultats d'intégrations simples ou multiples que la théorie imaginaire et les lacets ne donneraient qu'à un calculateur beaucoup plus exercé. Suit, en cinq pages, un premier mais excellent aperçu sur le Calcul des variations. Le changement de variables dans les intégrales multiples est l'occasion de revenir élégamment sur la multiplication des jacobiens et de terminer le Premier Livre par les formules de Green, de Stokes et d'Ostrogradsky. Vingt-cinq exercices des mieux choisis sont ici placés; pour y parvenir il n'aura fallu que 135 pages d'étude et cependant les élèves qui les résoudreont auront déjà le sentiment de pouvoir aller loin.

La Théorie des Fonctions analytiques débute par des exemples de fonctions uniformes ou multiformes construites par des symboles élémentaires, tels ceux des fonctions circulaires directes ou inverses, et suivies par continuité le long de chemins remarquables. Puis vient le rôle fondamental de la série de Taylor et l'intégration résiduelle toujours exposée avec intérêt et ingéniosité. Aux cas de multiformité correspondent des idées sommaires sur la périodicité des intégrales elliptiques et hyperelliptiques. Un appendice situe la question du prolongement analytique et montre ce qui, dans la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables, peut être considéré

comme l'analogie de ce qui a été précédemment exposé dans le cas de la variable unique.

Le volume se termine sur une nouvelle collection de 19 exercices tous empruntés cette fois à des textes d'examens; c'est un parfait instrument de travail pour qui hésiterait devant un gros Traité d'Analyse tant à cause de son prix que de la crainte de s'y perdre.

A. BUHL (Toulouse).

A. SAINTE-LAGUË. — **Les Réseaux** (ou Graphes). (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XVIII). — 1 fascicule grand in-8° de 64 pages. Prix: 16 fr. 80 net. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1926.

Ceci est, par excellence, de la Géométrie de situation attrayante, délicate et devenue fort savante. Les jeux lui ont donné naissance en grande partie mais la Nature se joue aussi de juxtapositions de toutes sortes souvent très mystérieuses et impossibles à dénombrer pratiquement, même dans les cas où il est évident que le dénombrement ne peut conduire qu'à un nombre fini. La structure des cristaux, la composition de la molécule, l'arrangement des symboles ou des indices dans les formules chimiques ordinaires ou stéréochimiques aussi bien que dans les formules de la pure algèbre, voilà de quoi tenter l'esprit mathématique le plus esthétique.

Les *réseaux* ou *graphes* peuvent d'abord être considérés comme ayant une existence naturelle dans les cartes géographiques (auxquelles se joint déjà le redoutable problème du coloriage par un nombre minimum de couleurs), dans les voyages combinés où il n'est pas permis de passer deux fois sur le même fragment d'itinéraire (figures d'un seul trait), etc.

Mais ceci serait encore d'une portée assez restreinte si une infinité de problèmes topologiques, qu'on peut se poser dans l'espace ordinaire et même dans l'hyperespace, ne pouvaient se ramener, en fin de compte, à la considération de certains graphes. Ceux-ci ont un long catalogue de singularités, leurs diverses particularités donnent aussi une terminologie très étendue. La théorie fait apparaître de l'inconnu, peut-être même de l'inconnaissable sous les apparences les plus simples, par exemple dans la question du repliement sur un seul timbre d'une bande de n timbres-poste; on ne peut dire actuellement de combien de manières ce repliement est possible!

L'intérêt d'œuvres aussi étendues que, par exemple, celle d'Edouard Lucas est condensé ici de la manière la plus heureuse. Bien des résultats sont dus à M. Sainte-Laguë lui-même et personne, à coup sûr, n'était mieux qualifié pour écrire ce fascicule. Parmi les auteurs mentionnés, on relève nombre de noms d'amateurs qui, sans grande préparation, n'ont guère cultivé que l'amusement mathématique facile à aborder, au moins en apparence, mais on trouve aussi Cayley, Clifford, Cremona, Euler, Hadamard, Halphen, Hermite, Kronecker, Petersen, Poincaré, Sylvester, Tait,... que je ne citerai que dans cet ordre ou plutôt ce désordre alphabétique. Les dieux régissant l'Univers, suivant la conception hellène, ont dû aussi certainement et forcément penser en réseaux.

A. BUHL (Toulouse).

R. LAGRANGE. — **Calcul différentiel absolu** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XIX). — 1 fascicule gr. in-8° de 40 pages. Prix: 16 fr. 80 net. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1926.

À côté de la double édition italienne et anglaise, plus volumineuse et due à M. T. Levi-Civita, c'est-à-dire à l'un des créateurs même du Calcul diffé-