

**N.-E. Nörlund. — Leçons sur les séries  
d'interpolation rédigées par René Lagrange  
(Collection E. Borel). — 1 vol. gr. in-8° de viii-  
236 pages. Prix: 56 fr. Gauthier-Villars et Cie.  
Paris, 1926.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$n$  variables comme dans le cas d'une seule, suffit à imposer des polynomes à propriétés intégrales orthogonales.

Et voici, sans formules, c'est-à-dire très imparfaitement, une impression d'ensemble sur un livre magnifique né du désir d'étendre les propriétés du joyau analytique constitué par la série hypergéométrique ordinaire; il a fallu, chemin faisant, refondre et généraliser celles, non moins élégantes, du potentiel newtonien. Et, comme les savants auteurs le font remarquer, c'est surtout l'Ecole française qui a pris la plus grande part à l'érection du merveilleux monument.

A. BUHL (Toulouse)

R. FERRIER. — **Quelques idées sur l'Electrodynamique.** Théories nouvelles sur l'Oscillateur de Planck et le Mouvement autonome. Préface de M. Paul Painlevé. — 1 fascicule in-8° de 48 pages. A. Blanchard. Paris 1927.

M. Paul Painlevé, dans la préface de ce fascicule, nous rappelle que l'histoire des développements fondamentaux de l'électrodynamique répond, très en raccourci, au schème:

Faraday,	{	Ampère, Maxwell, Lorentz, Einstein et les relativistes, Helmholtz.
----------	---	--

Ceci est une croix dont la majorité des théoriciens a parcouru la branche horizontale. La branche verticale, beaucoup moins développée est cependant susceptible de prolongement et c'est dans cette direction que travaillerait M. Raoul Ferrier. Sa théorie est une théorie de structure; l'éther est un substratum sans position mais où l'on peut considérer des configurations déterminées elles-mêmes par des distances. Nous avons déjà, en géométrie, des systèmes fondés sur cette seule notion de distance; il n'est évidemment pas impossible d'imaginer des systèmes mécaniques bâtis de même, tels d'ailleurs ceux d'Einstein avec des  $ds^2$  et des rayons de gravitation tenant lieu de masses. Les conceptions atomiques ou corpusculaires sont alors une nécessité de raison; ce qu'il y a de saisissable dans l'espace physique est naturellement ponctuel et, par suite, discontinu. Le continu, l'éther, au fond, sont amorphes; ce n'est pas en eux qu'il faut chercher des images représentatives. Vraiment, il semble bien que ceci puisse s'accorder avec d'autres conceptions, d'autant plus, qu'en passant par Maxwell, l'auteur côtoie Lorentz et sa fameuse transformation qu'il propose de compléter par un système analogue qu'il dit *préquantique* comme entraînant des *points critiques*. Tout ceci est audacieux, mais est d'une analyse simple. Avec M. Painlevé, nous proposons, sans jugement préconçu, d'attendre des résultats contrôlables. Et il serait à souhaiter que tous les ingénieurs qui se mêlent de physique théorique montrent un talent analogue à celui de M. Ferrier.

A. BUHL (Toulouse).

N.-E. NÖRLUND. — **Leçons sur les séries d'interpolation** rédigées par René Lagrange (Collection E. Borel). — 1 vol. gr. in-8° de VIII-236 pages. Prix: 56 fr. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1926.

La Collection de Monographies publiée sous la direction de M. Emile Borel vient encore de s'enrichir d'une véritable merveille. Qu'on ne se

trompe pas, d'après le titre de l'ouvrage, comme j'ai commencé par le faire, en pensant à des méthodes d'interpolation signées de noms illustres mais représentant un ordre d'idées assez spécial. Pour M. Nörlund l'interpolation est un point de départ avec lequel il semble qu'on puisse atteindre toutes les parties de la Théorie des fonctions et ce avec les ressources les plus générales telles celles des variables complexes et des procédés de Cauchy.

C'est d'abord la formule d'interpolation de Newton qui entre en lice. Elle est rendue extrêmement symétrique par des notations appropriées et l'intégrale de Cauchy intervient tout de suite quand à l'expression du *reste*; la généralité est déjà telle qu'on peut alors apercevoir les séries de Gauss, Stirling, Bessel. La série de Stirling est une série de polynômes dont chacun est décomposé en facteurs; elle est propre à la représentation de fonctions entières qui sont alors de croissance minima. Pour aller plus loin, il faut invoquer les recherches de M. J. Hadamard sur la série de Taylor; on peut adjoindre, à toute série de Stirling, une intégrale introduite par Laplace en Calcul des probabilités; la fonction hypergéométrique fournit alors des exemples remarquables et l'on est sur la voie d'une expression majorant la  $F(z)$  à représenter. Ceci n'empêche pas M. Nörlund de déclarer que la série de Stirling est d'application restreinte et que la série de Newton va nous donner mieux. C'est naturellement l'élémentaire formule d'interpolation de Newton qui donne naissance à la série et celle-ci s'applique à toute fonction holomorphe à l'infini, le développement subsistant d'ailleurs dans de nombreux cas où l'infini est un point singulier. Il y a aussi d'importants rapprochements à faire avec les théories de Dirichlet, notamment quant aux demi-plans de convergence; notons aussi que la série de Newton peut représenter zéro sans disparaître identiquement, qu'elle ne converge pas absolument partout où elle converge ce qui entraîne la recherche d'intéressantes transformations permettant d'obtenir la convergence absolue.

Moyennant une inégalité de nature exponentielle, une  $F(z)$  holomorphe dans un demi-plan admet un développement en série de Newton valable également dans un demi-plan. Les séries hypergéométriques, qui donnaient déjà des séries de Stirling, donnent des séries de Newton plus élégantes encore.

Passons aux séries de *facultés*. C'est, comme plus haut, l'occasion de remonter jusqu'à Laplace qui emploie déjà le terme. La comparaison est d'ailleurs facile avec les séries de Newton et il y a toujours un théorème fondamental entre une  $F(z)$  développable en série de facultés et une intégrale donnée par Laplace.

Les expressions limites employées sont en rapport avec la fonction  $\Gamma$  puis avec les fonctions à croissance angulaire employées par divers géomètres, notamment par M. Mittag-Leffler, dans la théorie du prolongement analytique. M. Borel avait d'ailleurs appuyé sur quelque chose d'analogue sa méthode de sommabilité exponentielle. Si nous ajoutons que les séries de facultés se prêtent aux diverses opérations analytiques, sinon aussi facilement que les séries entières du moins en vertu de règles qui peuvent être précisées et le sont effectivement par M. Nörlund, nous aurons bien montré l'extrême généralité de l'exposé. L'idée essentielle est simple: partir des formules élémentaires et *finies* de l'interpolation pour leur substituer des séries infinies. Or cette idée, comme nous l'indiquions en commençant, atteint bien toutes les subtilités de la théorie des fonctions.

M. Nörlund a tenu à commencer sa préface en disant beaucoup de bien

de son rédacteur M. René Lagrange. Ne soyons pas moins juste et reconnaissons que le jeune et brillant maître de conférences de l'Université de Lille qui a déjà montré tant de compétences en d'autres domaines, comme par exemple le Calcul différentiel absolu, n'en a pas montré moins en celui-ci.

A. BUHL (Toulouse).

J. HADAMARD. — **Cours d'Analyse** professé à l'Ecole Polytechnique. Tome I Second fascicule. — 1 fasc. gr. in-8° de xxxii-288pages. J. Hermann Paris, 1927.

Nous avons rendu compte l'an dernier (p. 142) du premier fascicule de 336 pages; le second complète le Tome I d'un Cours qui soutient plus que dignement la comparaison avec ceux de Jordan et de Humbert. Nous prenons maintenant le volume complet au début des Applications géométriques du Calcul différentiel, à la théorie du contact suivie immédiatement de celle des enveloppes.

L'idée de caractéristique  $y$  est développée dans toute sa généralité et conduit à l'arête de rebroussement non considérée comme un privilège des surfaces développables. Suivent les élégantes théories des congruences et surtout des transformations de contact présentées brièvement sous les formes les plus connues. Dans l'étude des courbes et des surfaces, l'auteur a introduit, réduite au strict nécessaire, la notion de trièdre mobile si savamment maniée par Gaston Darboux. Il en est résulté une grande homogénéité et un facile emploi des coordonnées curvilignes. Les lignes asymptotiques, les lignes de courbure sont richement illustrées par toutes les surfaces se prêtant aisément à la détermination de ces lignes (surface réglées, hélicoïdes, etc.). La représentation des surfaces les unes sur les autres commence par une étude rigoureuse de l'applicabilité sur le plan. Le  $ds^2$  général en  $u$  et  $v$  ne peut pas se mettre sous la forme  $dx^2 + dy^2$ ; il n'est pas *euclidien* ce qui n'empêche pas la surface d'exister dans l'espace euclidien à trois dimensions. Excellente leçon pour ceux qui croient encore que le non-euclidien est irréel. Ces pages attachantes se terminent avec les cartes géographiques et les représentations conformes.

Passons aux Applications géométriques des intégrales multiples. Après l'aire gauche dont la définition, quoiqu'on fasse, n'est pas exempte de difficulté, nous abordons les fameuses transformations d'intégrales multiples, les formules d'Ostrogradsky, de Riemann, de Stokes, l'attention étant attirée sur le cas des domaines à plusieurs frontières. De même une notation différentielle due à Méray oriente les aires ainsi que leurs contours; elle fait tomber immédiatement bien des ambiguïtés et on peut s'étonner avec M. Hadamard, qu'elle ne soit pas plus connue. Il semble aussi que la multiplication *extérieure* des différentielles, défendue à l'heure actuelle surtout par MM. Goursat et Cartan puisse rendre les mêmes services. C'était également le cas de parler des indices de Gauss relatifs aux contours à boucles enchevêtrées; M. Hadamard l'a fait avec concision. Suit une magnifique application: la formule d'Ossian Bonnet et le théorème de Gauss sur la somme des angles et la courbure totale d'un polygone géodésique. Nouvelle ouverture, des plus importantes, sur la géométrie non-euclidienne. La formule de Stokes est ramenée à la formule de Riemann par l'usage des coordonnées curvilignes  $u$  et  $v$ . Un chapitre spécial interprète, dans les