Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1929)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: D. Hilbert und W. Ackermann. — Grundzüge der theoretischen Logik. — Un vol. in-8° de viii-120 p.; RM. 8,80. Julius Springer, Berlin, 1928.

Autor: Wavre, Rolin

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Chapitre I: Représentation du point, de la droite et du plan. — Chap. II: Rabattements; changements de plan; rotations. — Chap. III: Angles et distances. — Chap. IV: Le cercle. — Chap. V: La sphère. — Chap. VI: Surfaces topographiques.

Les figures, bien faites, sont toutes dans le texte. Pas d'album, pas de planches séparées; or ceci est excellent pour un premier ouvrage de Géométrie descriptive. On ne donne pas aux élèves l'impression d'une science spéciale ayant besoin d'être exposée autrement que les autres disciplines constituant les Mathématiques élémentaires. On peut espérer de l'exposition de M. Haag une meilleure compréhension de tracés, qui ont aussi une note d'art, ainsi qu'un développement de la faculté de voir dans l'espace l'objet étudié en épure.

Tome VII: *Cosmographie.* — Un volume in-8° de 124 pages et 84 figures. Prix: 15 francs.

Ce septième volume termine le Cours. Il est plus que suffisant pour le Baccalauréat et il est visible que l'auteur, en maints endroits, a laissé se développer l'attrait naturel du sujet. Reproduisons la table:

Chapitre I: La sphère céleste. — Chap. II: La Terre. — Chap. III: Le Soleil. — Chap. IV: La mesure du temps. — Chap. V: Orbite du Soleil. — Chap. VI: Les planètes. — Chap. VII: Les étoiles. — Chap. VIII: La lune.

Ainsi, dans l'étude de la Terre et des cartes, nous examinons les projections orthographique et stéréographique, la Carte d'Etat-Major, les projections de Ptolémée, de Lambert, de Flamsteed, de Mercator. Le mouvement du Soleil est détaillé avec grand soin. Des incompréhensions extraordinaires se produisent souvent ici chez des élèves qui considérant, par exemple, le point γ et son symétrique γ' déclarent que ce sont là les points *vernaux*. La mesure du temps ne va point sans une teinte de philosophie. La loi de Newton est classiquement magnifiée. Einstein a une petite note élogieuse au bas de la page 94. Il mérite mieux. J'aurais aimé un beau paragraphe qui pouvait être écrit dans l'excellent style de tous les autres. Cela viendra. Et beaucoup plus avec. Bravo pour Le Verrier et sa découverte de Neptune.

L'univers stellaire est parcouru par années de lumière. Les principales révolutions lunaires sont définies aussi bien qu'on pouvait le faire, dans un livre élémentaire, étant données les singulières difficultés du sujet.

Vraiment ce Cours complet de Mathématiques élémentaires, en sept volumes, se termine dans de belles conditions.

H. F.

D. Hilbert und W. Ackermann. — **Grundzüge der theoretischen Logik.** — Un vol. in-8° de viii-120 p.; RM. 8,80. Julius Springer, Berlin, 1928.

Ce livre fait partie de la collection Springer « Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen » B. XXVII. C'est une rédaction très soignée faite par M. A. Ackermann des leçons sur la logique mathématique que M. Hilbert fit à Göttingen au cours des années 1917-1922. Cet ouvrage doit être considéré comme une introduction à un autre livre que M. Hilbert se propose de publier en collaboration avec M. P. Bernays sur le sujet si important et si actuel, depuis les travaux de

M. Brouwer, des fondements logiques des mathématiques. Nombreux sont les mathématiciens et philosophes qui attendent impatiemment cet ouvrage où M. Hilbert exposera le résultat de ces profondes réflexions.

Le présent livre, court et clair, a en lui-même un grand intérêt. On y reconnaît partout la main des mathématiciens de profession et je crois que dans la ligne ouverte par Boole, Jevons, Peirce, Couturat, le calcul des propositions et celui des classes n'ont jamais été traités avec autant de profondeur algébrique. La sagacité de l'école de Göttingue y apparaît dans la manière nouvelle et vraiment satisfaisante d'exposer une matière déjà ancienne.

Le premier chapitre traite de la logique des propositions « Aussagenkalkül »; on y remarquera une interversion heureuse des sommes et produits de la logique ordinaire des propositions et une introduction fructueuse d'une forme normale canonique à laquelle peut se réduire toute formule de ce calcul spécial.

Le second chapitre traite du sujet parallèle de la logique des classes « Klassenkalkül » et de la logique aristotélicienne qui en dérive.

Le troisième chapitre « Der engere Functionenkalkül » a trait à ce que l'on appelle logique des relations et logique des fonctions propositionnelles et enfin, le dernier chapitre « Der erweitere Funktionenkalkül » est une logique des relations où les propositions et relations logiques peuvent être prises pour arguments ou variables.

Mais on sait qu'en procédant ainsi, sans réserve, on aboutirait à des paradoxes, il faut restreindre dans une certaine mesure le champ des relations qu'on serait, semble-t-il, en droit d'envisager; en tout cas faut-il procéder avec précaution. On connaît, en effet, l'antinomie de l'ensemble de tous les ensembles...

A la page 92 on voit à merveille pourquoi et comment les paradoxes classiques sont apparus. Pour les éviter on est obligé de restreindre la formation des fonctions de fonction logique ou plus exactement de les classer en types séparés. C'est la théorie des types de Russel que MM. Hilbert et Ackermann nomment « Stufenkalkül ». Elle permet en principe d'éviter les paradoxes mais elle est trop restreinte et elle interdirait certaines opérations, cependant nécessaires pour traduire logiquement les démarches les plus fondamentales de la théorie des ensembles de nombre réels (coupure de Dedekind, borne supérieure, ...).

Il faut donc s'accorder un certain droit, consigné dans un axiome « axiome der Reduzierbarkeit » ou axiome de réductibilité de la théorie de Russel qui permet, en quelque sorte, de passer dans certains cas d'un degré ou type à l'autre.

Mais, comme le montre M. Hilbert, cet axiome n'est pas à l'abri de toute critique, il peut même conduire à une contradiction. Pour scruter la nature logique des raisonnements de l'analyse moderne il faut d'autres méthodes, qui conservent l'idée fondamentale des types, et qui soient plus puissantes. Cette nouvelle manière de fonder logiquement l'analyse et la théorie des ensembles a déjà été exposée dans quelques articles par M. Hilbert et P. Bernays; c'est elle qui fera l'objet d'une partie du second volume.

A propos des types ou des classifications prédicatives et des paradoxes, on sait l'importance de la critique de Poincaré; je regrette que le nom de Poincaré ne figure à aucune page du présent livre.

Dans cette brève analyse j'ai omis volontairement un sujet très important

abordé à plusieurs pages 29-34, 65-82, c'est celui des trois conditions qu'un corps d'axiome doit satisfaire: l'absence de contradiction « Widerspruchlosigkeit », l'indépendance « Unabhängigkeit » et le caractère complet « Vollständigkeit ».

Ces trois conditions ont un sens précis dans le calcul des propositions et des classes, on peut démontrer qu'elles sont réalisées. On admirera à ce propos la substitution très habile de nombre à la place des formules et valeurs logiques. Ces conditions ne sont plus satisfaites dans le calcul des relations et elles se ramènent d'ailleurs à un seul et même problème dont on parle beaucoup ces temps-ci: l'*Entscheidungsproblem*. Il consiste à déterminer si une relation logique est une identité, c'est-à-dire reste vraie quels que soient les êtres représentés par les arguments, ex.: A ou non-A ou s'il existe des êtres qui y satisfont et quels sont ces derniers. Ces deux aspects de la question concernent l'« Allgemeingültigkeit » et l'« Erfüllbarkeit ». Ce problème est central et la question de savoir si une proposition donnée peut être déduite d'axiomes donnés s'y ramène. Il est clair que la logique symbolique est l'instrument approprié au traitement axiomatique des questions fondamentales de la théorie des nombres et des ensembles comme de la géométrie.

Il faut espérer que ce livre si bien fait, si suggestif et en même temps si profond contribuera à faire adopter ses notations et sa terminologie par la plupart de ceux qui s'occupent de la logique mathématique, car elles évoluent chaque jour, à moins qu'on ne s'en tienne au formulaire de Peano. Ce serait déjà un gros point d'acquis.

Rolin WAVRE (Genève).

L. BERZOLARI, G. VIVIANTI e D. GIGLI. — **Enciclopedia delle Matematiche Elementari.** — Vol. 1, Première partie. — Un vol. in-8° de 450 pages, avec 19 figures, 68 l. Ulrico Hoepli, Milan, 1930.

L'initiative d'une encyclopédie des mathématiques élémentaires est due au géomètre italien R. Bonola. Son projet reçut l'approbation de la Section lombarde de la Société « Mathesis » et fut transmis à une commission présidée par M. L. Berzolari et comprenant en outre quatre autres membres de la Section lombarde au nombre desquels figurait le regretté Bonola, enlevé prématurément à la science le 16 mai 1911.

Le but de cette encyclopédie est de présenter sous une forme concise et dans leurs éléments essentiels les principales théories des mathématiques élémentaires et de leurs applications. L'ouvrage comprendra trois volumes: I. Analyse; II. Géométrie; III. Applications des mathématiques. Histoire des mathématiques. Questions didactiques. Il est publié sous la direction de MM. L. Berzolari, C. Vivanti et D. Gigli, avec la collaboration de nombreux professeurs de l'enseignement secondaire et supérieur.

Voici la liste des monographies qui ont été réunies dans la première partie du Tome I:

I. Logique, par A. Padoa, Gênes. — II. Arithmétique générale, par D. Gigli, Pavie. — III. Arithmétique pratique, par E. Bortolotti (Bologne) et D. Gigli, Pavie. — IV. Théorie des nombres, Analyse indéterminée, par M. Cipolla, Palerme. — V. Progressions, par A. Finzi, Naples. — VI. Logarithmes, par A. Finzi, Naples. — VII. Calcul mécanique, par G. Tacchella, Gênes.