

**Paul Appell. — Sur la décomposition d'une  
Fonction méromorphe en éléments simples  
(Mémorial des Sciences mathématiques dirigé  
par Henri Villat; fasc. XXXVI). — Un fascicule  
gr. in-8° de 38 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-  
Villars & Cie. Paris, 1929.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

*extérieure* à la Géométrie alors qu'une théorie *universelle* doit englober la Géométrie.

Quoiqu'il en soit, les difficultés, les contradictions nous sont signalées ici par M. Lecornu lui-même. Des efforts magnifiques ont été faits pour surmonter celles-ci. Elles ont occupé d'illustres savants. Revenir sur elles est une besogne qui peut toujours être des plus fécondes. Et puis il y a un point de vue pratique d'une prodigieuse importance.

A. BUHL (Toulouse).

Paul APPELL. — **Sur la décomposition d'une Fonction méromorphe en éléments simples** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXXVI). — Un fascicule gr. in-8° de 38 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>. Paris, 1929.

M. P. Appell nous présente ici une œuvre d'une harmonie et d'une fraîcheur délicieuses. C'est un retour vers des idées de jeunesse qui d'ailleurs furent aussi celles de Poincaré. Depuis, la Théorie des fonctions méromorphes, comme nous le disons à quelques pages d'ici, en analysant le livre de M. Rolf Nevanlinna, a fait beaucoup de progrès, quant aux propriétés les plus générales possibles concernant les singularités, mais non sans quelque oubli de propriétés exactes particulièrement esthétiques qu'on trouve liées à la double périodicité ou à l'automorphisme. Et, de plus, le théorème général de Mittag-Leffler, sur la décomposition en éléments, n'a-t-il pas été suggéré par la décomposition analogue qui se produisait à propos des fonctions elliptiques les plus simples.

Ici l'exposition s'élève du simple au complexe avec le plus net esprit de méthode. Elle part des fractions rationnelles  $R(x)$  puis des fonctions  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $e^{ix} R(x)$ ,  $e^{ix} R(\sin x, \cos x)$ . Dans chaque cas, il y a un élément simple. C'est du pur Hermite et l'idée paraît tout de suite si féconde qu'on est porté, dès que l'on conçoit de nouvelles fonctions, à rechercher quel est leur élément simple. Peut-être Hermite a-t-il pensé à l'un des cas simples précédents après avoir décomposé des expressions plus compliquées mais c'est là un fait scientifique, des plus courants, qui n'empêche point d'admirer après coup un enchaînement tel que celui que M. Appell nous présente.

Les fonctions elliptiques proprement dites, ou de première espèce, admettent l'élément simple  $Z$  qui, isolé, n'est pas doublement périodique; un cas analogue est fréquent et a été l'objet d'une classification due à Poincaré.

Pour les fonctions de seconde espèce, ou fonctions à multiplicateurs constants, l'élément simple se construit aisément à l'aide de la fonction  $H$ . Pour les fonctions de troisième espèce, ou fonctions à multiplicateurs exponentiels, l'élément simple est une certaine série à la fois exponentielle et trigonométrique en cotangentes.

Si  $F(x, y) = 0$  est une équation algébrique, une fonction rationnelle  $R(x, y)$  peut être décomposée en éléments simples; ceci exige l'emploi d'intégrales abéliennes. Ceci s'étend aussi, sur la surface de Riemann, aux fonctions à multiplicateurs et conduit d'autre part aux fonctions automorphes et aux éléments simples constitués par les fonctions zêtafuchsiennes de Poincaré.

Enfin, dans le même ordre d'idées, on peut considérer et décomposer des fonctions harmoniques de variables réelles admettant un, deux ou trois groupes de périodes.

On voit l'immense intérêt de ces synthèses. Presque tout ce qui se trouve dans le présent fascicule a déjà été publié ou tout au moins indiqué de manière quelque peu didactique, par l'illustre et sympathique auteur, soit dans ses *Fonctions elliptiques* (publiées avec E. Lacour et R. Garnier), soit dans sa *Théorie des Fonctions algébriques et de leurs intégrales* (publiée avec E. Goursat) soit dans sa *Mécanique rationnelle*. Mais il est doublement précieux d'avoir maintenant, à peine en quarante pages, cette brillante synthèse du problème de la décomposition. Et tout le monde sait que M. Appell est à la retraite administrativement parlant. On pourrait souhaiter des productions de ce genre à nombre de collègues encore en activité.

A. BUHL (Toulouse).

G. CERF. — **Transformations de contact et Problème de Pfaff** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXXVII). — Un fascicule gr. in-8° de 58 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>. Paris, 1929.

Ce fascicule illustre avec élégance les *Leçons sur le Problème de Pfaff* de M. E. Goursat, les *Leçons sur les Invariants intégraux* de M. E. Cartan et le Tome II des *Transformationsgruppen* de Sophus Lie, pour ne citer que trois ouvrages de toute première importance. Au fond, ce sont les méthodes de Pfaff et de Grassmann qui triomphent avec les multiplications et les dérivations extérieures. Cela revient d'ailleurs, comme le remarque M. Cerf, aux Formules stokiennes et à tout ce qui peut servir de base à la Gravifique; bref l'œuvre est dans l'immense courant synthétique qui emporte aujourd'hui la Géométrie et la Physique géométrisée. Au point de vue logique tout cela aurait pu exister sans Einstein; c'était en puissance dans Pfaff, Grassmann, Riemann, Lie. Au point de vue réel, il a fallu un Einstein pour animer des constructions théoriques qui semblaient mortes à beaucoup d'excellents esprits.

On sait qu'une transformation T, en  $x, z, p; X, Z, P$ , est dite *de contact* quand, avec

$$\omega = dz - p_i dx_i, \quad \Omega = dZ - P_i dX_i$$

on a  $\Omega = \rho\omega$ . Réduire cette dernière équation à des formes canoniques et déterminer toutes les T c'est considérer un cas particulier des nombreux problèmes, traités par M. Cartan, en lesquels les inconnues sont des formes de Pfaff et qui peuvent, par exemple, donner naissance aux groupes finis ou infinis. Rappelons aussi que les intégrales multiples portant sur des formes de Pfaff conduisent, en particulier, aux équations de l'électromagnétisme. Vraiment les synthèses tiennent ici du prodige et avec un appareil analytique au fond très minime. Le calcul des formes de Pfaff conduit encore aux parenthèses de Poisson (liées aux équations canoniques) et à des généralisations très vastes de ces parenthèses. Suit la théorie des groupes de fonctions. Enfin les transformations de contact peuvent être *prolongées* de manière à conserver des contacts d'ordres de plus en plus élevés.