

# MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN CONSTANTS

Autor(en): **Toscano, Letterio**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-22605>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Réciproquement si

$$(n - 1)! + 1 = nP ,$$

le nombre  $n$  est premier et l'on a aussi démontré le *théorème de Wilson*.

Ce théorème fut attribué à WILSON par WARING, mais on le doit à LAGRANGE.

Messine, 24 décembre 1928.

---

MOUVEMENT D'UN POINT DONT L'ACCÉLÉRATION  
EST PARALLÈLE A UNE DROITE OU A UN PLAN  
CONSTANTS

PAR

Letterio TOSCANO (à Messine).

---

Dans mon travail *Moto di un punto sollecitato da una forza la cui linea d'azione incontra una retta fissa*, sous presse dans le *Giornale di Matematiche*, nous traitons de manière complète et en appliquant la méthode vectorielle, un problème traité déjà par CERRUTI, DAINELLI, CESARO, GEBBIA, avec méthodes diverses qui conduisent à des calculs compliqués.

M. U. DAINELLI, dans un autre travail, *Sul movimento per una linea qualunque* (*Giornale di Matematiche*, vol. 18, 1880, pp. 271, 300), considère le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à une droite ou à un plan constants; et ici nous reprenons le même problème pour le traiter par la méthode vectorielle.

1. — Mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante.

Soit P le point mobile et  $a$  un vecteur unitaire suivant la direction constante

L'équation caractéristique de notre mouvement est

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \wedge \mathbf{a} = 0 ,$$

dont suit: *Le mouvement d'un point dont l'accélération a une direction constante est plan.*

En dénotant avec  $\nu$  la grandeur de  $\frac{dP}{dt}$ , on a

$$\nu \sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a}) = k = \text{const}$$

et de là

$$\nu = \frac{k}{\sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} ,$$

ce qui donne: *La vitesse est en raison inverse du sinus de l'angle que la tangente à la trajectoire forme avec le vecteur constant.*

Pour déduire l'accélération, nous rappelons que

$$\frac{d^2 P}{dt^2} = \frac{d\nu}{dt} \mathbf{t} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} ,$$

où  $\mathbf{t}$ ,  $\mathbf{n}$  sont vecteurs unitaires suivant la tangente et la normale à la trajectoire en P, et de là

$$\frac{d\nu}{dt} \mathbf{t} \wedge \mathbf{a} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{d\nu}{dt} \frac{\mathbf{k}}{\nu} + \frac{\nu^2}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a} = 0$$

$$\frac{d\nu}{dt} \mathbf{k} = - \frac{\nu^3}{\rho} \mathbf{n} \wedge \mathbf{a}$$

$$\frac{d\nu}{dt} = - \frac{\nu^3 \sin(\mathbf{n} \wedge \mathbf{a})}{\rho k} .$$

En outre,

$$\frac{\nu^2}{\rho} = \frac{k^2}{\rho \sin^2(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})}$$

ainsi que

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} \sqrt{2 - [\cos^2(\mathbf{n} \wedge \mathbf{a}) + \cos^2(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})]} ,$$

$$\text{acc.} = \frac{k^2}{\rho \sin^3(\mathbf{v} \wedge \mathbf{a})} .$$

Alors nous concluons que *l'accélération est en raison inverse du rayon de courbure et du cube du sinus de l'angle que la direction de la tangente forme avec le vecteur constant.*

Mais il est bien d'observer que dans ces considérations, afin que la vitesse ne soit pas nulle ou doit avoir  $\sin(\mathbf{t} \wedge \mathbf{a}) \neq 0$  et, de là, la trajectoire ne doit pas admettre des tangentes parallèles à la direction constante de l'accélération.

2. — Mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant.

Soit P le point mobile et  $\mathbf{N}$  un vecteur unitaire perpendiculaire au plan constant  $P_f$ . L'équation caractéristique du mouvement est

$$\frac{d^2 P}{dt^2} \times \mathbf{N} = 0$$

d'où

$$v = \frac{c}{\cos(P_n, \wedge P_f)},$$

si  $P_n$  est le plan perpendiculaire à la trajectoire et  $\cos(P_n, \wedge P_f) \neq 0$ .

Pour l'accélération on a

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{v^3}{\rho} \mathbf{n} \times \mathbf{N}$$

en outre,

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{c^2}{\rho \cos^2(P_n, \wedge P_f)}$$

et de là

$$\text{acc.} = \frac{c^2 \sin(P_0, \wedge P_f)}{\rho \cos^3(P_n, \wedge P_f)},$$

si  $P_0$  est le plan osculateur et si  $P_b$  est perpendiculaire à  $n$ .

Aussi: *Dans le mouvement d'un point dont l'accélération est parallèle à un plan constant, la vitesse est en raison inverse du cosinus de l'angle que le plan constant forme avec le plan normal à la trajectoire au point considéré.*

*L'accélération est en raison inverse du cube du cosinus de l'angle dit plus haut, au rayon de courbure et en raison directe du sinus de l'angle que le plan osculateur à la trajectoire au point considéré forme avec le plan constant.*