LES MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) [1]

ALLEMAGNE

Par le Dr W. Lietzmann (Directeur de l'Ecole réale supérieure de Gœttingue).

I. Organisation scolaire générale.

Depuis la rédaction des rapports allemands destinés à la Commission internationale [2] de l'enseignement mathématique, l'organisation scolaire allemande a subi quelques changements qu'il faut connaître, pour pouvoir juger de l'état actuel de l'enseignement mathématique. Les discussions sur les questions d'enseignement qui surgirent, en Allemagne comme en d'autres pays, vers la fin de la guerre mondiale, et conduisirent aprés la Révolution à d'orageux démêlés, prirent un cours plus paisible lorsqu'une « Conférence scolaire du Reich » eut, en 1920, réuni pour un échange de vues méthodique un Parlement pédagogique d'environ 600 participants. Les discussions portèrent essentiellement sur la formation des maîtres, la structure de l'école et la méthode d'enseignement dite « école active ». Le Reich, qui avait pris l'initiative de la législation par l'établissement d'une « Grundschule » (école fondamentale) de quatre ans, obligatoire pour tous les enfants, ne tarda pas à abandonner aux différents « pays » le reste de l'organisation. Chaque pays fit ainsi, plus ou moins, ses réformes particulières. Le présent rapport se proposant uniquement de donner

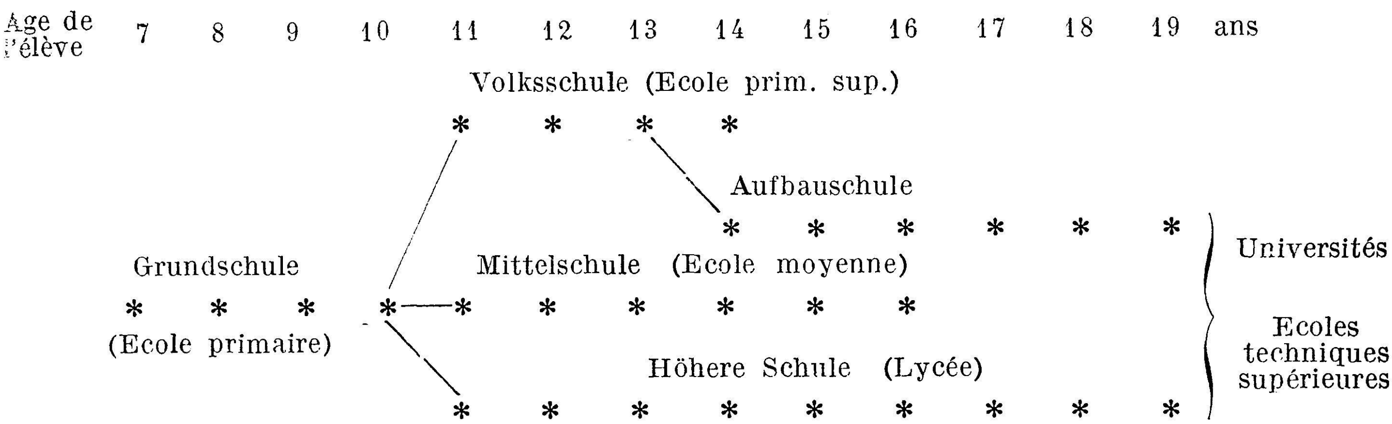
---

[1] Pour la première partie, voir l'*Ens. math.*, 28e année, 1er fascicule, 1929, p. 5-27. Elle comprend la France, l'Italie et la Suisse.

[2] Elle est désignée dans les pays de langue allemande par les initiales IMUK (Internationale mathematische Unterrichts-Kommission). — *N. d. l. R.*

une vue d'ensemble, il suffira d'indiquer quelle fut la nouvelle organisation dans le plus grand des pays, la Prusse, et de préciser quelques divergences.

Le schéma suivant renseigne sur la structure générale de l'école en Prusse:



La *Grundschule* (école de base ou école primaire ou fondamentale), est obligatoire pour tous les enfants; elle comprend quatre ans. En sortant de la quatrième classe, les élèves entrent soit dans la *Volksschule* (école primaire supérieure, plus exactement école populaire) qui, au point de vue du local et de la direction, est unie à la « Grundschule », soit dans une *Mittelschule* (école moyenne) de six ans, soit enfin dans une *höhere Schule* (lycée) dite « grundständig », c'est-à-dire faisant suite à la « Grundschule », et qui comprend neuf ans. La « Mittelschule » prépare à toutes sortes de professions, comporte une langue étrangère obligatoire, pousse les mathématiques à peu près aussi loin que les six premières années de la « höhere Schule » et permet à l'occasion à quelques bons élèves le passage dans les « höhere Schulen ». Ces dernières conduisent à la maturité, qui donne droit à la fréquentation des universités et des hautes écoles, techniques ou autres, en neuf ans, donc en treize ans à partir du début de la « Grundschule ». Des élèves bien doués de la « Volksschule » (école primaire supérieure) peuvent, après la septième année, atteindre le même but dans un cours de six ans dit *Aufbauschule* (école de superstructure ou complémentaire).

La « Mittelschule » n'existe qu'en Prusse et dans quelques Etats du Nord de l'Allemagne. Les « Aufbauschulen » ne sont pas encore organisées dans quelques Etats du Sud, par exemple la Bavière.

Les « höhere Schulen » ou lycées comportaient avant la guerre trois types: « Gymnasien » (avec latin, grec et une langue étrangère moderne), « Realgymnasien » (avec latin et deux langues étrangères modernes) et « Oberrealschulen » (avec deux langues étrangères modernes). Des variétés existaient sous la forme des « Reformgymnasien » et « Reformrealgymnasien », qui poursuivaient le même but que les établissements correspondants, mais remplaçaient, comme langue de début, le latin par une langue étrangère moderne. Peu après la guerre surgit en Prusse, puis dans quelques autres pays, un quatrième type, la « Deutsche Oberschule », qui ressemble à l'Oberrealschule, mais restreint la seconde langue étrangère et met au premier plan non pas, comme l'Oberrealschule, les mathématiques et les sciences naturelles, mais l'allemand et l'histoire. Dans les « Aufbauschulen » de six ans, les types gymnase et gymnase réal font défaut: seules existent les « Deutsche Oberschulen » et les « Oberrealschulen ».

L'enseignement des jeunes filles — la coéducation n'existe en Allemagne qu'à titre exceptionnel — présente les quatre mêmes types d'établissements secondaires, malgré de petites divergences; pourtant le type « gymnase » est rare.

La formation des maîtres des établissements secondaires est restée ce qu'elle était: examen de maturité, études d'au moins quatre ans dans une Université — ou, pour les mathématiciens, dans une Ecole technique supérieure — examen d'Etat scientifique, formation pratique de deux ans — d'une seule année dans bien des pays — portant tant sur la pédagogie générale que sur l'enseignement de la branche particulière, et donnée en général dans un « séminaire » annexé au lycée, examen pédagogique. Les nominations se font ensuite d'après l'offre et la demande. Les maîtres des écoles primaires et moyennes étaient formés autrefois, après fréquentation des Ecoles primaires, dans un « Lehrerseminar » (école normale) de six ans. Ces dernières sont aujourd'hui supprimés en Prusse et dans quelques autres Etats, elles subsistent par contre en Bavière. On exige aujourd'hui des futurs instituteurs la maturité et une formation pratique et théorique de deux ans dans une Académie pédagogique (la Prusse en possède actuellement dix) ou des instituts annexés à la Haute Ecole (par exemple en Saxe), ou enfin directement à l'Université (par exemple en Thuringe et Hesse).

II. Programme de l'enseignement mathématique.

L'établissement des programmes d'étude étant affaire des différents pays, on ne peut donner d'indications générales sur les matières enseignées au cours de mathématiques: la diversité est trop grande, surtout si l'on tient compte encore des différentes variétés qui existent dans des écoles appartenant à la même catégorie. Mieux encore, la Prusse a récemment adopté le système de ne plus donner de programmes obligatoires, mais seulement des « directives », d'après lesquelles les différents établissements composent eux-mêmes leurs programmes. Malgré tout, et précisément en mathématiques, les divergences ne sont pas si grandes que l'on ne puisse indiquer quelques exigences communes.

On ne peut, de même, donner d'indications générales en ce qui concerne le nombre d'heures consacré aux mathématiques; il oscille (il s'agit, en général, d'« heures académiques » de 45 minutes) entre trois et six par semaine, dans un ensemble de 30 à 36 heures hebdomadaires d'enseignement.

La *Grundschule* se propose la pratique, orale et écrite, des quatre opérations fondamentales avec les nombres entiers.

La *Volksschule* pousse jusqu'au calcul des fractions et à la solution de problèmes pratiques du ménage, de l'économie publique ou privée (par exemple règle de trois, règle d'intérêt). En Géométrie (« Raumlehre »), on traite sous une forme intuitive les faits les plus importants, utiles dans la vie pratique ou dans les métiers les plus simples, de la planimétrie et de la stéréométrie; enseignement où des calculs de surfaces et de volumes et des méthodes empruntées au dessin (à l'occasion de la projection horizontale et projection verticale) se prêtent une aide réciproque.

La *höhere Schule* (la *Mittelschule* correspond à peu près, au point de vue des mathématiques, aux six premières années de la *höhere Schule*) commence dans les trois premières années (degré inférieur) par les opérations fondamentales avec les nombres entiers et fractionnaires en insistant sur les applications dans le calcul civil et commercial. Dans l'Arithmétique des trois années suivantes (degré moyen) qui unit les sept opérations (c'est-à-dire, outre l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, l'élévation à une puissance, l'extraction d'une racine, le calcul des logarithmes) dans le domaine des nombres réels à la théorie des équations du premier et du second degré, la notion de fonction et la représentation graphique jouent aujourd'hui un rôle prépondérant. Dans le degré supérieur, c'est-à-dire dans les trois dernières années, la notion de nombre est élargie jusqu'au nombre complexe inclusivement (donc à peu près jusqu'au *théorème de Moivre*), on traite les séries arithmétiques et géométriques, avec leur application au calcul d'intérêt et calcul des rentes, quelquefois en outre le calcul des assurances. L'analyse combinatoire et le calcul des probabilités sont récemment en recul marqué. Ici aussi, d'ailleurs, la notion de fonction est au premier plan et on y parvient par des méthodes infinitésimales. Les « Realanstalten » introduisent le calcul différentiel, parfois aussi le calcul intégral, des fonctions rationnelles entières et trigonométriques, dès la première année du degré supérieur, pour que l'enseignement de la Mécanique, par exemple, puisse en tirer profit à temps. La Théorie des équations (pour la résolution on préfère de plus en plus à la *formule de Cardan* des procédés d'approximation comme la *regula falsi* ou la méthode de Newton) est tout entière sous le signe de la recherche des zéros de fonctions entières. La discussion des fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, de quelques fonctions algébriques et des plus importantes parmi les fonctions transcendantes (fonctions trigonométriques, circulaires, exponentielles et logarithmiques) y fait suite. En calcul intégral on s'en tient le plus souvent aux intégrations les plus simples, pourtant quelques « Oberrealschulen » du Sud de l'Allemagne, entre autres, vont ici comme en général en calcul infinitésimal, sensiblement plus loin. Les « Realanstalten » traitent presque toujours les séries de puissances les plus simples, pour fournir un moyen pratique de calcul des fonctions algébriques et transcendantes étudiées.

L'enseignement de la Géométrie comporte, à côté de la planimétrie, de la stéréométrie et de la trigonométrie plane, qui sont, au moins dans leurs parties élémentaires, achevées dès le cours moyen, la trigonométrie sphérique avec ses applications les plus simples à la géographie et à la cosmographie, la géométrie analytique du plan (très rarement celle de l'espace) et, dans les « Oberrealschulen », une géométrie synthétique des sections coniques à la façon d'Apollonius (propriétés des foyers, sphères de Dandelin) et de Desargues (procédés de perspective, théorème de Pascal). La représentation de figures de l'espace par la projection cotée, la double projection horizontale et verticale, l'axonométrie, la perspective centrale, la théorie des cartes, accompagnent l'enseignement géométrique dès le degré moyen.

III. Généralités sur la méthode d'enseignement.

Les programmes des écoles allemandes ont de tout temps attribué une grande importance à l'adjonction de « remarques méthodiques »; dans les « directives » prussiennes de 1925, ces remarques deviennent en somme l'objet principal. En cette matière le mot d'ordre est aujourd'hui: *école active*. Ce mot n'est pas toujours entendu de la même façon. Le point essentiel, c'est que l'élève doit s'assimiler les matières d'enseignement par un travail personnel; la notion suppose donc une productivité de l'esprit, d'autres veulent en outre la « spontanéité ».

Au point de vue méthodique, ce principe a pour conséquences qu'une présentation dogmatique sous forme de conférence du maître est honnie, que même la méthode question-réponse (la méthode heuristique ou de redécouverte), avec direction fortement suggestive du maître, est en recul, et qu'on préconise plutôt, comme forme de l'enseignement, la conversation entre maître et élèves, chez les fanatiques du principe le pur discours des élèves entre eux, correspondant à un effacement presque complet du maître. Les maîtres de mathématiques prennent une part importante aux discussions pour et contre l'école active; tous semblent d'accord sur le principe, mais des divergences subsistent quant à la réalisation pratique.

Le fait d'exiger de l'élève une activité intellectuelle personnelle a pour conséquence une forte prédominance, dans l'enseignement mathématique, des problèmes et devoirs. Si, autrefois, les recueils de problèmes d'arithmétique s'en tenaient à certaines matières traditionnelles telles que les équations numériques ou enveloppées dans un texte, les recueils géométriques à des problèmes de construction, on insiste, aujourd'hui, sur des problèmes qui développent le programme d'enseignement et permettent ensuite de l'appliquer. Il faut donc noter un grand progrès dans la diversité des problèmes posés. Une telle méthode doit, naturellement, tenir le plus grand compte du développement psychique de l'élève: en conséquence, on ne passe que progressivement de la méthode intuitive, plus ou moins empirique (dessins, modèles), à la méthode proprement logique et déductive. La matière mathématique doit, en particulier dans ses applications, être une proche réalité et, loin d'apparaître enveloppée sous des « revêtements » artificiels, être prise dans l'ambiance normale de chaque âge.

Ceci touche à un second point important sur lequel insistent constamment les « directives »: la *concentration*. La diversité des branches qui attire l'élève dans les directions les plus variées doit être atténuée par la création de « chemins de traverse ». Non seulement les problèmes mathématiques doivent prendre leur matière par exemple dans la physique, la géographie, etc., mais même entre des branches aussi hétérogènes que les mathématiques et les langues il doit exister des traits d'union: dans les gymnases, on doit utiliser comme « sources » des extraits d'Euclide, d'Archimède, etc., dans les gymnases réaux, peut-être Descartes, l'enseignement dans la langue maternelle doit tenir compte également des œuvres mathématiques et vice-versa les mathématiques doivent prendre garde aux capacités d'expression de la langue allemande.

Les directives recommandent tout particulièrement qu'on insiste sur les « valeurs culturelles ». Cela signifie, en mathématiques, qu'on doit tenir compte davantage du développement historique et, d'autre part, établir la liaison avec la philosophie. On pourra, pour ce dernier objet, faire appel non seulement à la logique et à la philosophie des sciences, mais aussi à la psychologie et, surtout dans l'étude des fondements des mathématiques, à la théorie de la connaissance. L'importance attribuée à l'histoire des mathématiques poursuit le même résultat. On ne se contentera pas, dans cette étude historique, de citer des noms et des dates, mais on suivra l'histoire des problèmes, si possible en se référant aux sources.

On se demandera peut-être comment — avec un nombre d'heures limité — il sera possible d'atteindre un objectif aussi haut placé. L'idée suggérée par les « directives » de choisir quelques problèmes et de les traiter à fond, en laissant complètement de côté d'autres domaines, sera difficilement réalisable, précisément en mathématiques, au moins là où il faut poser des fondements pour toute la suite. Une autre issue se présente. C'est à quelques dizaines d'années que remontent déjà les efforts pour constituer avec moins de rigidité le degré supérieur du lycée, en laissant aux élèves quelque liberté dans le choix des branches. Le système, réalisé surtout à Lübeck,

« du noyau et des cours » (*Kern und Kurse*), ne rend obligatoire pour tous les élèves que deux tiers à peu près des heures hebdomadaires, les élèves choisissant, pour le reste, librement leurs branches. Surtout en Saxe est répandue une autre organisation, la formation par groupes; le degré supérieur se scinde en deux divisions, dont l'une met au premier plan les langues et l'histoire, l'autre les mathématiques et les sciences naturelles. En Prusse, cette forme de libre organisation était aussi, avant que parussent les « directives », très répandue; les « directives » la remplacèrent par l'institution dans tous les établissements, suivant leur grandeur, de six à douze heures réservées à des « communautés de travail libre ». Lorsqu'une école organise une communauté de travail mathématique, ce sont naturellement surtout les élèves intéressés par les mathématiques qui y entreront librement. Les sujets d'étude varient chaque semestre. Une bonne partie des sujets dont l'étude était indiquée plus haut comme désirable peut être ici particulièrement poussée. Mais on a cultivé aussi, dans ces « communautés de travail », des domaines mathématiques spéciaux, tels que la monographie, la statistique mathématique, les mathématiques et l'art, les sophismes et erreurs mathématiques, les jeux mathématiques, etc.

IV. Quelques questions spéciales de la didactique mathématique.

Il est impossible, dans ce bref rapport, de traiter dans le détail des différents problèmes de didactique mathématique qui se présentent dans l'enseignement des diverses parties du programme; il me suffira d'en choisir quelques-uns.

Dans l'enseignement du *calcul* (l'arithmétique) dans les classes inférieures, on prépare d'aussi loin que possible le futur emploi des lettres, en exprimant par exemple par des symboles littéraux des lois générales du calcul (loi de commutation dans l'addition et la multiplication, calcul des fractions, règle d'intérêt).

Réciproquement, l'enseignement ultérieur de l'*arithmétique* prend à cœur, jusque dans la dernière classe, le calcul numérique. On pratique maintenant partout le calcul abrégé, en évaluant autant que possible l'exactitude qu'on peut atteindre. Une rigueur excessive et inconciliable avec les données primitives est honnie. Dans les calculs logarithmiques on se contente de quatre décimales. On emploie, en outre, d'une façon générale la règle à calcul (l'étude de son emploi incombe d'ailleurs surtout à l'enseignement pratique de la physique). Dans l'extension de la notion de nombre du nombre naturel (positif entier) au nombre complexe, on adopte généralement la loi de permanence énoncée par Hankel; une introduction sous forme d'axiomes ou même un aperçu des notions les plus simples de la théorie des ensembles n'est donné, à l'occasion, que dans les dernières classes ou dans les communautés de travail. Une introduction rigoureuse du nombre irrationnel par le procédé de coupure de Dedekind est sans doute rare elle aussi, et réservée aux années supérieures. Pourtant, le nombre des voix augmente, qui réclament une préparation précoce à la notion de suite et de limite (racine carrée, π, série géométrique).

La notion de fonction et la représentation graphique sont maintenant utilisées à fond. Ici encore l'enseignement du calcul, avec des appels à l'intuition géométrique, prépare le terrain et l'on déduit de l'étude de fonctions empiriques certaines propriétés générales des fonctions. Le calcul des proportions se réduit presque complètement à l'étude de la fonction linéaire $y = ax$. Les fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, les fonctions algébriques simples et, parmi les fonctions transcendantes, les fonctions trigonométriques, circulaires, exponentielle et logarithmique sont discutées numériquement et graphiquement.

Sur les méthodes à pratiquer en calcul infinitésimal (calcul différentiel, calcul intégral, séries infinies) se sont élevées ces dernières années, en Allemagne, de vives discussions, auxquelles prirent part aussi bien les mathématiciens des universités que ceux des lycées. Tout en admettant, comme point de départ, l'intuition géométrique et physique des fonctions, on exige pourtant, en général, quelque rigueur dans l'introduction analytique et, lorsque cette dernière dépasse le cadre de l'enseignement secondaire (par exemple pour la différentiation des séries de puissances, les discussions du terme complémentaire), l'indication expresse que la démonstration est incomplète. Ce stratagème n'offre, dans son principe, rien de nouveau: de tout temps on a, dans les lycées allemands, admis le théorème fondamental de l'algèbre, sans en donner la démonstration.

Les « directives » prussiennes proposent, comme innovation, de faire appel aux fonctions de variables complexes. Lorsqu'on donne suite à cette invitation, on se contente sans doute de l'étude de la fonction linéaire entière et linéaire fractionnaire d'une variable complexe (pour éviter la notion de surface de Riemann) et on utilise cette introduction pour donner un aperçu des transformations les plus simples. D'autres atteignent le même résultat sans aborder le domaine complexe en s'appuyant sur le programme d'Erlangen de Klein. Ceci aussi contribue — comme la représentation graphique des fonctions réelles — à rendre plus intuitives l'arithmétique par la géométrie.

En *géométrie*, on a conservé l'introduction propédeutique — qui a fait ses preuves — pour les classes de début. Plus tard encore, on établit expressément un programme de mesurage et de dessin pour toutes les classes. Ces mesurages pratiques doivent non seulement servir de base à des calculs de surfaces et de volumes, ils accompagnent aussi, sous forme d'arpentage sans trigonométrie, la planimétrie, particulièrement la théorie de la similitude et, plus tard, sous forme d'arpentage et de nivellement la trigonométrie plane et la géométrie analytique. La trigonométrie sphérique est enseignée partout, bien qu'on s'en tienne, dans les gymnases, aux théorèmes essentiels, pour donner à tous des notions de géographie et de cosmographie mathématiques qui doivent reposer, elles encore, autant que possible, sur des mesurages personnels (théodolite, instrument universel).

La planimétrie et la stéréométrie ne sont pas enseignées à des périodes différentes, mais en fonction l'une de l'autre, de telle sorte que la théorie des surfaces et de la similitude, par exemple, soit immédiatement suivie des chapitres correspondants de la géométrie dans l'espace.

Cette « fusion » s'obtient surtout par le dessin de figures de l'espace. Déjà dans les classes moyennes les directives prussiennes demandent la représentation de figures simples de l'espace d'après la méthode de la « projection unique » (Eintafelmethode) proposée par M. le Prof. Scheffers, de l'Ecole technique supérieure de Charlottenbourg. Il s'agit du procédé de la projection cotée, sauf que les cotes en chiffres sont remplacés par des segments placés à côté. En passant par l'axonométrie verticale et oblique, on en vient ensuite à la représentation par projections horizontale et verticale. Celle-ci est complétée dans la mesure du possible par la perspective centrale et la cartographie. Dans la trigonométrie sphérique, de même, et ses applications à l'astronomie mathématique, on complète volontiers aujourd'hui les méthodes de pur calcul par celles qui font appel à des constructions géométriques.

Le souci des méthodes géométriques trouve, au moins dans les établissements réaux, un objet rémunérateur dans la théorie des coniques. L'étude simultanée des conceptions planimétrique et stéréométrique des coniques — la liaison entre la définition planimétrique et la définition stéréométrique s'établit au moyen des sphères de Dandelin — permet, par la mise en évidence des propriétés des foyers, à la vieille méthode déductive d'Euclide d'entrer en lice. Puis vient la conception perspective de Desargues, où les théorèmes de Pascal et de Brianchon ont une position centrale, mais où le contact s'établit, aussi, avec la géométrie descriptive. Enfin, la géométrie analytique initie à une nouvelle et troisième conception. La génération projective des coniques, qui comptait autrefois quelques amateurs parmi les professeurs de mathématiques allemands, a presque disparu aujourd'hui des établissements secondaires.

Le profane s'étonnera peut-être de la grande étendue de ce programme mathématique. Mais, d'une part, il faut noter que la terminaison de la « höhere Schule » allemande ne correspond pas à la terminaison de la *high school* des Etats-Unis, mais comprend encore à peu près les deux premières années de leur *College*. D'autre part, deux causes exercent une influence modératrice sur cette abondance de matières: il serait faux de croire que tous les domaines sont étudiés obligatoirement et dans toute leur étendue dans toutes les écoles; tantôt ceci, tantôt cela reste hors de cause, un peu plus dans les gymnases, un peu moins dans les écoles réales. Ensuite: la tendance à sortir les différentes parties des mathématiques de leur position isolée, à les fondre en un tout, a pour conséquence qu'un groupe d'idées sert de support à un autre, au lieu de comporter une rupture avec lui, comme c'est le cas lorsqu'on les étudie séparément, que ce soit parallèlement ou successivement.

Pour terminer, une remarque encore: l'état actuel de l'enseignement mathématique en Allemagne est un développement continu de la réforme de l'enseignement mathématique inaugurée en 1905, sous la direction de Félix Klein, par les «propositions de Meran» élaborées par une commission pédagogique de l'Association allemande pour l'avancement des sciences. Le travail de la sous-commission allemande de la Commission internationale de l'enseignement mathématique a activé le mouvement. Les « programmes de Meran revus » mis sur pied en 1917, sur le désir du ministère prussien, publiés en 1922, ont résumé les efforts réformateurs des années intermédiaires. Les directives prussiennes et — en partie avant, en partie après — les programmes des autres Etats ont, en union organique avec ces propositions, malgré quelques adjonctions de détail, donné un caractère obligatoire aux projets.

V. Bibliographie.

Dans l'indication de la littérature, la limitation à un petit nombre d'ouvrages s'impose naturellement. Je nommerai d'abord les deux revues qui servent en Allemagne à l'enseignement mathématique, en particulier à celui des établissements secondaires:

Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Leipzig, B. G. Teubner, dirigée par H. Schotten, W. Lietzmann et W. Hillers.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften, Berlin, O. Salle, dirigés par G. Wolff.

Sur l'organisation générale de l'enseignement mathématique, les programmes, les méthodes, la bibliographie, consulter:

W. Lietzmann, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, I. Band, 2. Aufl. 1926, Leipzig, Quelle und Meyer.

Pour les matières d'enseignement mathématique et leur enseignement méthodique, se renseigner dans:

W. Lietzmann, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, II. Bd., 2. Aufl. 1923 und Bd. III 1924, Leipzig, Quelle und Meyer.

De la longue liste de manuels modernes d'enseignement mathématique qui traitent (parfois en plusieurs volumes et souvent dans des éditions différentes suivant les catégories d'écoles) toutes les matières enseignées dans les établissements secondaires, je n'extrairai que quelques noms:

Lietzmann-Zühlke (Leipzig, Teubner), Schülke-Dreetz (Teubner), Götting-Behrendsen-Harnack (Leipzig, Teubner), Heinrich Müller (Leipzig, Teubner), Mannheimer-Zeisberg (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), Zacharias-Ebner (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), Malsch (Leipzig, Quelle und Meyer), Reidt-Wolff-Kerst (Berlin, Grote), Frank (Münster-Coppenrath), Lötzbeyger (Dresden, Ehlermann), Heinrich-Grünholz (Bamberg, Buchner).

Ajoutons pour terminer quelques indications bibliographiques sur des questions spéciales d'enseignement. Des domaines particuliers sont étudiés, tantôt du point de vue historique, tantôt en eux-mêmes, dans les fascicules fréquemment utilisés dans les écoles de la *Mathematisch-Physikalische Bibliothek*, éditée par W. Lietzmann et A. Witting (actuellement environ 75 fascicules, Leipzig, Teubner) et la nouvelle *Mathematisch-naturwissenschaftlich-technische Bücherei* éditée par G. Wolff et E. Wasserloos (actuellement environ 20 fascicules, Berlin, Salle).

Pour la philosophie de l'enseignement mathématique, je nommerai:

W. Lietzmann, *Erkenntnislehre im mathematischen Unterricht der Oberklassen*, Charlottenburg, Mundus-Verlag, 1921.

W. Lietzmann, *Aufbau und Grundlage der Mathematik*, Teubner, 1924.

L'enseignement de l'histoire est donnée dans de nombreux fascicules des deux collections citées ci-dessus; les manuels aussi ajoutent récemment des remarques historiques, et contiennent les problèmes les plus variés extraits d'anciennes œuvres originales. Voir aussi:

W. Lietzmann, *Ueberblick über die Geschichte der Elementarmathematik* (Leipzig, Teubner, 2. Aufl. 1928). Le maître se référera surtout à la 2me édition, en 7 vol., de J. Tropfke, *Geschichte der Elementarmathematik* (Berlin, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1921 sqq.)

Quant aux domaines spéciaux, je ne citerai que deux ouvrages: Le guide utilisé d'une façon générale pour l'enseignement de l'« Eintafelprojektion » est:

G. Scheffers und W. Kramer, *Leitfaden der darstellenden und räumlichen Geometrie* (Leipzig, Quelle und Meyer, I. Bd. 1924, II. Bd. 1925). Voir aussi les fascicules de Balser et Kramer dans la *Math. Phys. Bibl.*

Les applications techniques sont envisagées dans M. Hauptmann, *Technische Aufgaben zur Mathematik* (Leipzig, Teubner). Voir aussi le fascicule de Rothe dans la *Math. phys. Bibl.* Pour l'emploi de la règle à calcul dans l'enseignement, je peux citer: A. Rohrberg, *Der Rechenstab im Unterricht* (München, Oldenbourg, 1929).

ANGLETERRE

Par G. St. L. CARSON [1] (Londres).

Introduction. — Un bon nombre de faits nouveaux sont à signaler en Angleterre depuis 1910 et sont dus à une systématisation croissante de l'enseignement public. Aussi, pour donner une idée d'ensemble de ce qui s'est passé, est-il nécessaire de définir, tout au moins à grands traits, les principaux caractères de cette systématisation qui ont affecté l'enseignement des mathématiques. Jusqu'ici ils s'appliquent presque uniquement aux écoles secondaires subventionnées par l'Etat, c'est-à-dire aux écoles qui reçoivent leurs élèves à onze ou douze ans et les gardent jusqu'à seize ans au moins; mais comme on le verra plus loin, un autre problème d'un genre différent se pose, dont l'urgence va croissant rapidement.

Nous envisagerons ces changements tour à tour, en les précisant autant que possible avant de formuler les problèmes qui se posent à l'heure présente.

I. PREMIER FAIT NOUVEAU IMPORTANT.

Admission des élèves. — Le premier changement dans les écoles secondaires est celui qui concerne l'admission des élèves. Les demandes d'entrée étant devenues beaucoup plus nombreuses que les disponibilités, les écoles ont pu imposer leurs propres conditions d'admission qui sont généralement au nombre de deux. La première est de ne pas dépasser un certain âge, qui était d'abord treize ans, mais qui tend à devenir partout douze ans; la seconde, c'est de posséder un bagage raisonnable, mais indispensable en langue anglaise et en arithmétique. En conséquence, les classes sont plus homogènes aussi bien pour l'âge que pour les connaissances des élèves, et l'on peut organiser pour l'école dans son ensemble un cours minimum et défini d'enseignement mathématique, état de choses qui autrefois n'existait pas, et qui n'est pas encore adopté partout.

II. DEUXIÈME FAIT NOUVEAU.

Durée de la scolarité. — Il est maintenant reconnu que l'enseignement secondaire serait inefficace s'il ne durait pas au moins pendant

[1] Ce rapport a été écrit avec le consentement du Board of Education par M. G. St. L. Carson, Inspecteur des Ecoles de S. M. et Inspecteur du Personnel pour les Mathématiques. Il doit être bien entendu que les opinions exprimées lui appartiennent en propre et n'engagent en rien le Board of Education. (N. de la Rédaction.)

quatre ou cinq ans; en conséquence des élèves de plus en plus nombreux ont une tendance à rester à l'école à peu près jusqu'à seize ans. Il est vrai que cette durée de scolarité n'est pas toujours volontaire et on exige souvent des parents un engagement dans ce sens; mais c'est un fait de première importance pour l'enseignement et de grand profit pour les écoles. Le type d'élève, autrefois courant, qui fréquentait une école secondaire pendant un an, ou deux ans au plus, pour « polir » son éducation devient maintenant presque inconnu.

Même abstraction faite des bons élèves, dont il sera question plus loin, qui prolongent leur séjour à l'école pour des études supérieures, une école secondaire peut être considérée comme recevant ses élèves, avec un minimum déterminé de connaissances, à l'âge de onze ou douze ans et les gardant quatre ou cinq ans. Il en résulte que les classes sont, moins qu'autrefois, subdivisées en groupes et qu'il n'y a plus de section d'élèves considérés comme désespérés. Il en résulte aussi que les professeurs ont dû organiser l'enseignement gradué d'une école entière, conformément à un programme mathématique commun et défini. D'où un progrès frappant dans la qualité de l'enseignement, les professeurs pouvant employer des méthodes d'exposition plus nombreuses au lieu de s'en tenir aux procédés traditionnels en négligeant les élèves qui ne réussissent pas. Les professeurs ont appris ces méthodes nouvelles, soit d'après leur propre expérience, soit dans les réunions de la Mathematical Association, soit en fréquentant les cours de pédagogie mathématique. Le plus grand mérite de ce progrès revient aux professeurs eux-mêmes, mais en le faisant, ils ont surtout obéi à la nécessité créée par l'action administrative et législative.

III. Troisième fait nouveau.

Premier examen. — Avant de donner des exemples, il convient encore de signaler la création d'un « *Premier examen* », sanction du cours normal d'une école secondaire. Certains examens existaient déjà, plus ou moins adaptés à ce but, ils ont été méthodiquement modifiés pour y répondre tout à fait, et ils sont maintenant subis, non plus par des élèves choisis, mais par tous les élèves des classes. Cette innovation est encore sujet à controverses, mais pour les mathématiques, les corps d'examinateurs, avec la collaboration des professeurs, ont précisé des épreuves qui sont adoptées à peu près par tous, sauf pour les mauvais élèves, plus nombreux chez les jeunes filles, qu'on dit incapables d'apprendre les mathématiques. C'est un fait important, car les programmes et les questions d'examen correspondent ainsi au niveau de la grande majorité des élèves; et comme on le verra bientôt, sur certains points ces programmes sont évidemment en progrès.

Programme d'études normal minimum. — Envisageons maintenant le programme normal minimum: il comprend l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et dans presque tous les cas des éléments de trigonométrie; ce sont les matières du Premier Examen, la trigonométrie étant dans certains établissements facultative et même inexistante. L'arithmétique comprend les logarithmes; l'algèbre comprend la représentation graphique des fonctions, mais ne dépasse pas les équations du second degré et les progressions. La géométrie comprend généralement les six premiers livres d'Euclide, la trigonométrie se borne aux formules et aux identités les plus simples.

Il reste à considérer les progrès de l'enseignement et l'amélioration des résultats. Nous examinerons successivement les diverses parties des programmes:

Arithmétique. — Le seul changement marqué est l'introduction des logarithmes, généralement à la deuxième ou troisième année du cours, pour presque tous les élèves et non plus seulement pour l'élite. Ceci est dû en partie à la demande des professeurs de sciences; mais on y serait probablement arrivé tôt ou tard, en raison du désir des professeurs de mathématiques de donner à leurs élèves plus de facilité pour traiter des problèmes de types divers. Quoi qu'il en soit, c'est du bon travail, qui a donné aux élèves de nouvelles possibilités, et par suite a augmenté leur intérêt.

Technique de l'enseignement. — Dans la technique de l'enseignement de l'arithmétique, il n'y a pas eu de changement bien marqué: il est probable qu'il ne faut pas en attendre. Mais on trouve plus d'esprit critique chez les professeurs, comme le montre leur exposition de la multiplication et de la division des nombres décimaux. Pendant quelques années la méthode, dite de standardisation, a été très recommandée et par suite très employée; mais la tendance qui prévaut de plus en plus aujourd'hui chez les maîtres consiste à juger cette méthode et toutes autres analogues par eux-mêmes et d'après leur propre expérience.

Résultats en Arithmétique. — Les efforts des professeurs ont certainement eu pour résultat de donner aux élèves plus de connaissances en les intéressant plus. Des problèmes qui auraient été autrefois considérés comme difficiles, paraissent maintenant faciles, et cela est dû au progrès de l'enseignement. Mais beaucoup de professeurs et d'autres pensent que la vitesse et la précision dans les opérations simples ne sont pas encore ce qu'elles devraient être; on recherche de plus en plus des améliorations dans ce sens.

Algèbre. — Il y a eu peu de changement dans les programmes qui comportent les mêmes sujets traditionnels. Néanmoins, il est intéressant de constater que la tentative, commencée il y a environ vingt-cinq ans, pour limiter les opérations formelles aux fractions ayant des termes simples pour dénominateurs, a échoué, probablement en raison de l'opposition tacite des professeurs eux-mêmes. A tort ou à raison, on a, semble-t-il, le sentiment que le programme actuel représente le minimum de ce qu'il est nécessaire de connaître. Beaucoup de professeurs, des meilleurs, n'ont pas toujours été de cet avis; il en est, sans doute, encore qui ne le pensent pas; cependant beaucoup sont aujourd'hui convaincus par l'expérience qu'un programme plus restreint ne serait qu'un outil sans grande utilité.

Technique de l'enseignement et résultats. — Pour la technique de l'enseignement il semble qu'il y ait peu de changement, sauf le progrès pédagogique personnel des professeurs. A part l'admission tacite d'un programme minimum et le perfectionnement général de la pédagogie, l'algèbre ne semble pas en progrès. En vérité, elle aurait besoin d'un débouché comparable à celui que les logarithmes ont apporté à l'arithmétique. Malgré la valeur de l'outil, les élèves n'en ont tiré jusqu'ici qu'un maigre parti.

Géométrie. — Il y a eu en géométrie des changements importants, non dans les programmes, mais dans l'enseignement et dans les résultats; ils sont démontrés indirectement, mais incontestablement par leurs effets. Il y a trente ans, de nombreux élèves trouvaient que la géométrie était bien au-dessus de leur intelligence; il y a quinze ans, leur nombre avait beaucoup diminué, mais était encore important; il est maintenant relativement petit; en d'autres termes il y a peu d'élèves qui restent maintenant totalement ignorants de cette science. Il est plus facile de signaler ces faits que d'en donner les causes. L'une d'elles tient probablement à l'adoption unanime des mêmes axiomes des déplacements et du parallélisme; une autre à l'utilisation du dessin et des procédés de mesure, comme bases des premiers raisonnements. Mais il est possible que ces causes aient peu compté devant les progrès de l'enseignement lui-même, qui paraissent avoir été plus importants en géométrie que dans les autres matières. A vrai dire, l'enseignement de la géométrie a été l'objet de plus d'études; étant donné que ces minutieuses études et les expériences se poursuivent sans arrêt, on peut conclure que les professeurs eux-mêmes ne sont pas encore satisfaits. Une publication récente de la Mathematical Association a indiqué des changements radicaux, y compris une exposition et un usage nouveau des axiomes du déplacement et du parallélisme. Quel que soit le mérite de ces suggestions, l'intérêt qu'elles ont éveillé et les discussions qu'elles ont provoquées ne peuvent manquer d'être bienfaisantes.

Signe des Temps. — C'est une chose assez digne de remarque que, bien que les questions de géométrie soient en honneur en Angleterre depuis au moins trente ans, on n'ait pas apporté de changement au contenu du programme-type et que, sauf tout récemment, on n'en ait suggéré aucun. Il est vrai qu'il a fallu longtemps pour obtenir une exposition convenable des premiers éléments; et en fait il y a peut-être là encore place pour des améliorations. Le corps enseignant pense cependant qu'il y a encore à faire. C'est ainsi qu'on entend souvent les maîtres se plaindre de ce que de trop rares élèves peuvent aborder des problèmes faciles [1] avec quelque chance de succès. D'après de nombreux indices les prochaines modifications se feront sans doute dans le sens d'une extension des programmes, les connaissances actuelles apparaissant insuffisantes pour donner une véritable connaissance géométrique. L'enseignement de la géométrie descriptive gagne du terrain assez lentement; l'étude d'autres courbes que le cercle n'est plus regardée comme entièrement impossible, ainsi que cela aurait été le cas, il y a quinze ans. En un mot, le corps enseignant est peut-être en train de décider, inconsciemment, qu'il faut perdre moins de temps à l'étude des axiomes, et que l'enseignement doit s'étendre sur un champ plus vaste.

Trigonométrie. — On a déjà indiqué le caractère pratique et numérique de la trigonométrie. Il faut ajouter que cette question n'est pas regardée comme un luxe réservé aux meilleurs élèves, mais destinée à tous ou presque tous; l'expérience a montré que, grâce à elle, beaucoup d'élèves, garçons et jeunes filles, se sont intéressés aux mathématiques et les ont comprises. Si le sujet avait été traité selon la méthode abstraite traditionnelle, avec sa floraison habituelle d'identités et d'équations, l'expérience aurait assurément échoué, car il n'aurait pas fourni ce lien entre le nombre et l'espace qui intéresse les enfants.

Causes de progrès. — En ce qui concerne les études secondaires, la période que nous considérons a donc été caractérisée par des efforts silencieux et un progrès important des méthodes d'enseignement et par trois progrès principaux: l'usage des logarithmes, l'usage de la trigonométrie et le refus tacite des professeurs de diminuer le programme d'algèbre. On pourrait croire. et sans doute on croit habituellement que ces trois progrès sont dus à des ordres d'en haut, par exemple des corps d'examinateurs. Rien n'est plus éloigné de la vérité. La vérité est que les logarithmes et la trigonométrie ont pénétré dans les écoles avant de figurer dans les programmes d'examen, les corps d'examinateurs n'ont interrogé sur ces sujets qu'à la demande des écoles et ils auraient tout aussi bien admis une réduction du programme d'algèbre. On peut donc conclure en toute impartialité que

---

[1] The Teaching of Geometry in Schools. Rapport de la British Association, 1926.

depuis 1910 les professeurs de mathématiques ont fait un premier pas vers la constitution d'une association organisée ayant sa propre volonté. C'est un changement encore plus important que les détails particuliers que nous avons signalés et qui sont d'ailleurs dus aux efforts de la Mathematical Association et de ses régionales.

Le Calcul différentiel. — Pour l'avenir, on a déjà signalé la persistance des progrès de l'enseignement de la géométrie, mais le phénomène le plus important est l'emploi du calcul différentiel. Il en est au point où se trouvait la trigonométrie il y a quinze ans. On l'envisage pour des élèves moyens; un petit nombre croissant d'écoles l'ont introduit avec succès, en dehors de toute exigence d'examen. Le programme comprend au moins la différentiation et l'intégration des polynomes. Sans aucun doute l'histoire se répètera; dans quelques années d'ici les éléments de ce calcul trouveront place dans le Premier Examen pour tous les élèves. Il y a déjà un début de réalisation: dans la plupart de ces examens existe une épreuve facultative (que choisissent très peu de candidats) appelée « Mathématiques supplémentaires », et qui comprend des compléments d'algèbre, de la trigonométrie théorique et un peu de géométrie analytique; sur le désir des écoles elles-mêmes, des éléments de calcul différentiel peuvent être substitués à tout ou partie de ce programme.

C'est dans le calcul différentiel seul que l'algèbre formelle enseignée aujourd'hui trouvera son véritable développement, comme le pensent les quelques écoles qui ont abordé ce sujet avec les élèves moyens. En fait, il semble déjà probable que le calcul différentiel fera corps avec l'algèbre dans les écoles secondaires, comme il le fait dans l'étude de l'analyse moderne; c'est du moins la conclusion vers laquelle tend, toute restreinte qu'elle soit, l'expérience de l'Angleterre.

IV. Progrès des Etudes supérieures.

Deuxième examen. — Si nous revenons aux écoles secondaires elles-mêmes, nous devons y signaler une autre modification. En 1917, le Board of Education a pris l'initiative d'encourager systématiquement les études supérieures pour les meilleurs élèves restant à l'école pendant au moins deux ans après le Premier examen ou la « Matriculation ». Depuis longtemps de nombreuses écoles avaient entrepris ces études, les élèves allant généralement ensuite à l'Université; mais pour des raisons surtout financières, beaucoup ne pouvaient pas les suivre, bien qu'ils en fussent également désireux et dignes. L'encouragement donné a porté ses fruits; en mathématiques, comme dans la plupart des autres sujets, ces études supérieures ont pris beaucoup plus d'importance. Normalement les élèves choisissent deux ou trois sujets principaux, les mathématiques naturellement, puis la physique ou la chimie, et quelquefois toutes deux; un examen correspondant, nommé Deuxième examen, a été institué.

En mathématiques son programme est encore quelque peu obscur, ce qui est naturel, si l'on tient compte de l'époque récente de sa création. Les écoles ont dû faire d'abord pour le mieux et ont souvent choisi les mathématiques pures, et non la mécanique; cette séparation est probablement imputable au fait que de nombreuses Universités anglaises regardent les mathématiques pures et les mathématiques appliquées comme deux sujets distincts, dont le choix est laissé aux étudiants. Quand les conditions du Second examen le permettent (il y a huit corps indépendants d'examinateurs qui ont chacun leur propre règlement) cette distinction tend à persister, malgré la possibilité de combiner des parties plus restreintes des mathématiques pures et des mathématiques appliquées en un même programme. Cette combinaison serait facilitée si la mécanique faisait partie du programme normal des mathématiques, mais cela est encore rare, et autant qu'on en peut juger à présent, il est probable qu'elle sera devancée par le calcul différentiel. Il est donc probable que les programmes des études supérieures se développeront indépendamment à mesure que l'enseignement à ce niveau se mettra au point.

Il est inutile de donner les programmes des cours supérieurs. Ils représentent plus ou moins ce que de bons élèves peuvent accomplir en deux années lorsqu'ils étudient les mathématiques comme l'un des deux ou trois sujets principaux auxquels ils donnent la plus grande partie de leur temps. Ils comprennent naturellement des parties importantes des principales branches des mathématiques. Le seul fait à signaler ici, c'est le grand nombre d'élèves qui suivent actuellement ces cours, et avec profit; il est encore trop tôt pour en donner les résultats complets.

V. Dernier fait nouveau important.

Accroissement du travail des bons élèves. — Il reste à signaler un dernier fait nouveau, petit d'apparence, mais gros de conséquences. Des élèves bien doués pour les mathématiques, naturellement assez rares, ne trouvent pas ce qui leur convient dans un cours où plusieurs disciplines sont étudiées en même temps que les mathématiques. Il leur faut un enseignement plus intensif, et ils le méritent; on l'a reconnu et on a pris des mesures pour répondre à ce besoin. Il n'y a donc pas à craindre que les aptitudes particulières soient négligées dans l'organisation de l'enseignement supérieur dont on vient de parler; cette sauvegarde est même une preuve de plus de l'activité des professeurs de mathématiques.

VI. Résumé.

Progrès général. — Bien que ce rapport ait été limité aux écoles secondaires subventionnées par l'Etat, il ne faut pas considérer que dans les autres écoles secondaires, et notamment dans les « Public Schools », il n'a pas été fait de progrès semblables. C'est tout le contraire. Le progrès a été le même partout, mais il a été plus facile à décrire comme nous l'avons fait, puisque, comme il a été dit au début, il résultait en grande partie de l'organisation de l'enseignement public.

Ecoles centrales. — Jusqu'à ces dernières années on avait peu enseigné de mathématiques en Angleterre dans les écoles non secondaires (le terme secondaire désignant toute école gardant normalement ses élèves jusqu'à seize ans). Il y a néanmoins un grand nombre d'élèves, garçons et jeunes filles, dans les écoles élémentaires publiques, gratuites ou subventionnées par l'Etat, qui ne sont ni capables ni désireux de passer dans une école secondaire, mais que la loi oblige à rester à l'école jusqu'à quatorze ans au moins. Beaucoup d'entre eux y recevaient un enseignement plus ou moins convenable de langue française, de mathématiques et de sciences. Dans certains des districts les plus étendus on a rassemblé les adolescents en des « écoles centrales » où ils reçoivent un enseignement pendant trois ou quatre ans jusqu'à l'âge de quinze ans.

Ainsi s'est posé un nouveau problème, celui de pourvoir à partir de onze ans aux besoins d'élèves, garçons et jeunes filles, qui ne manquent pas de connaissances ni d'aptitudes, mais qui ne suivent pas les cours d'une école secondaire, peut-être parce que leurs parents ne désirent pas qu'ils restent à l'école jusqu'à seize ans et pensent que l'éducation ne les mènerait pas à une situation plus lucrative. Il ne faut pas croire que ces élèves soient nécessairement moins doués que ceux qui entrent dans une école secondaire; sans doute c'est le cas pour beaucoup, mais cependant dans les grandes villes c'est souvent la volonté seule des parents qui empêche des élèves véritablement doués de faire des études secondaires.

Ecoles modernes. — On a voulu répondre à cet état de fait en créant un nouveau type d'école pour lequel on a suggéré le terme d'Ecole moderne. Ceux qui seront chargés de ces écoles seront contraints d'établir un programme nouveau, et c'est là pour les professeurs de mathématiques un problème pressant. Que peut-on et que doit-on enseigner à des élèves dans une période de deux ou trois ans pour leur permettre de gagner leur vie à quinze ans ? Comme il est naturel, beaucoup de ceux qui ont déjà envisagé ce problème, par exemple dans les Ecoles centrales, ont eu recours à l'expédient facile qui consiste à enseigner le plus possible du programme des écoles secondaires. Mais cela doit nécessairement mener à un échec intellectuel, car élèves et professeurs n'ont ainsi affaire qu'à un sujet tronqué et incomplet.

Conséquences des Etudes supérieures en mathématiques. — Nous avons employé le mot « incomplet » non pas à la légère, mais avec une intention précise. On a déjà parlé du développement des études supérieures dans les écoles secondaires. Mais on a remis volontairement à plus tard de mentionner l'une de leurs conséquences les plus importantes. La réaction sur les études et l'enseignement dans l'ensemble de l'école, et non seulement dans les grandes classes a été très grande. En mathématiques au moins le professeur ne peut être vraiment compétent que s'il a une connaissance du sujet beaucoup plus grande que celle du programme qu'il enseigne. Par exemple les connaissances des propriétés des fonctions, et des notions du calcul différentiel sont indispensables pour traiter d'une façon complète les courbes, quelque élémentaire que soit leur étude. Dans la plupart des écoles secondaires les études mathématiques sont maintenant dirigées par des professeurs qui eux mêmes, parfois en collaboration avec des collègues, poursuivent des études supérieures de diverses sortes. L'enseignement élémentaire est devenu ainsi plus savant et c'est à cela qu'est due une grande partie du progrès dans l'enseignement que nous avons signalé, du moins pour les mathématiques. Une école secondaire où n'existent pas ces études supérieures ne peut plus être regardée comme complète, et son enseignement mathématique ne peut pas donner son plein rendement.

Problèmes actuels. — Il ne peut pas y avoir le même stimulant ni la même inspiration dans une école centrale ou une école moderne, parce que la vie scolaire se termine trop tôt. C'est aux mathématiciens eux mêmes à trouver la solution convenable qui doit être presque inévitablement dans la liaison intime entre les principes et l'étude théorique des mathématiques d'une part et d'autre part les questions que posent les sciences, l'industrie, le commerce et la vie sociale. Il semble qu'il n'y ait pas de raison pour que les élèves de cet âge, garçons et filles, n'acquièrent pas la capacité et l'habitude de penser mathématiquement en toute occasion appropriée; à coup sûr certains professeurs se rendent compte que c'est le besoin le plus pressant des écoles modernes et ils tentent d'y faire face. Nous pensons à ce propos à la méthode connue sous le nom de Mathématiques pratiques, qui a tant fait, il y a trente ans, pour l'enseignement en Angleterre. Mais pour les élèves de cet âge la systématisation et l'accroissement des programmes seraient regardés comme nécessaires par la plupart des professeurs de cette discipline.

Il est évident que le problème n'est pas de solution facile, ne serait ce que par la nécessité de briser assez complètement avec la tradition. Les professeurs de la génération actuelle, handicapés par leurs traditions, n'arriveront peut-être pas à trouver le début d'une solution; mais ils ont certainement conscience du besoin qui s'impose et les discussions et les expériences des quelques années qui vont venir constitueront sans doute un chapitre intéressant dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques.

HOLLANDE

Par le Dr D. J. E. Schrek (Utrecht)

Introduction.

L'idée de la sous-commission américaine de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique d'étudier les changements survenus dans l'enseignement mathématique des divers pays depuis 1910 a été des plus heureuses. En effet, des modifications plus ou moins importantes ont eu lieu presque partout. Je tâcherai d'esquisser en quelques pages l'état actuel en Hollande, ce qui est d'autant plus urgent que le rapport de la sous-commission hollandaise [1] est aujourd'hui tout à fait suranné. Il en est de même de quelques publications américaines en tant qu'elles concernent la Hollande. Une description plus récente a été insérée dans la revue américaine Mathematics Teacher [2].

I. Organisation générale de l'enseignement.

Afin de se rendre compte du rôle des mathématiques dans l'enseignement des Pays-Bas, on fera bien d'étudier d'abord un peu les différents types d'écoles de ce pays. L'*enseignement primaire*, destiné aux enfants de 6 à 12 ans et obligatoire, se donne aux « Lagere Scholen » (écoles primaires), qui ont 6 ou 7 classes. Parfois, une série de trois ou quatre classes supplémentaires est attachée à une école primaire, l'ensemble constituant une école primaire supérieure, où les mathématiques et les langues vivantes sont enseignées. Ces écoles, dont la fréquentation n'est pas obligatoire, sont elles aussi considérées comme élémentaires.

---

[1] *Rapport sur l'Enseignement mathématique dans les Pays-Bas*, publié par la sous-commission nationale de la C. I. de l'E. M. Delft. Waltman. 1911.

[2] D. J. E. Schrek, The teaching of secondary mathematics in Holland. *Mathematics Teacher*, vol. XIX (1926), pp. 329-342.

Les *écoles secondaires* comprennent deux types principaux assez différents: les gymnases et les écoles nommées « Hoogere Burgerscholen », ordinairement indiquées comme « H.B.S. ». Ce nom, qui signifie littéralement: « école supérieure à l'usage des citoyens », date de 1863, l'an où le Ministre THORBECKE créa l'enseignement secondaire moderne des Pays-Bas.

Les gymnases (cours de six années) sont les établissements de l'enseignement classique, les langues classiques y jouant un rôle important. Les deux classes supérieures sont divisées en deux sections, la section A, où les études gréco-latines et historiques prédominent et la section B, où prévalent les sciences exactes et naturelles. Le H.B.S. a ordinairement un cours de cinq années, l'enseignement y est moderne et ne comprend ni le latin, ni le grec. D'autre part, les langues vivantes et les sciences exactes et naturelles y sont sérieusement étudiées. Les H.B.S. d'un cours de trois années, autrefois nombreux dans les petites villes de province, ont été transformées pour la plupart en établissements complets et ne se trouvent actuellement que dans quelques grandes villes. Dans ce cas, on les a souvent complétées en y attachant des classes supplémentaires, où les sciences commerciales sont enseignées. C'est de ces écoles qu'un type nouveau de H.B.S a pris son origine, la H.B.S. A. ou H.B.S. « littéraire-économique », type récent et pas encore tout à fait stable. Ces écoles aussi ont un cours de cinq années, comme la H.B.S.B., le type ancien, la H.B.S. « mathématique de THORBECKE. Les H.B.S. A et B existent soit séparées, soit combinées dans un même établissement.

Il faut remarquer qu'une école avec latin et sans grec, que l'on pourrait comparer au Realgymnasium en Allemagne ou à la section A des lycées et collèges français, n'existe pas en Hollande jusqu'ici. En général, les écoles sont coéducatives, toutefois, il existe des écoles réservées aux jeunes filles.

Quant au but que se propose l'enseignement, celui des gymnases est et a toujours été la préparation aux universités et académies. Les H.B.S., au contraire, étaient au début, d'après les paroles du fondateur THORBECKE lui-même, destinées à tous ceux qui, ayant parcouru l'école primaire, veulent acquérir les connaissances plus étendues et la culture générale qu'exigent les divers emplois de la société. Cet enseignement moderne cependant a prouvé être aussi une bonne préparation aux études techniques, scientifiques et médicales, de sorte que le diplôme de fin d'études de la H.B.S. autorise le porteur à se présenter aux examens universitaires correspondants.

Celui qui étudie le système scolaire hollandais ne manquera pas d'y rencontrer le terme « lycée ». Qu'est-ce que c'est qu'un lycée ? Tout d'abord: le mot n'a ni la signification française, ni celle que les Allemands y ajoutent en désignant par lui une école secondaire pour jeunes filles. Le lycée hollandais n'est qu'une combinaison d'un gymnase et d'une H.B.S., les horaires étant modifiés de telle manière que les deux classes inférieures sont en commun. On pourrait donc les comparer aux Reformanstalten allemands. Remarquons encore que la loi *permet* seulement cette combinaison, mais ne la prescrit pas. En effet, une réorganisation définitive de l'enseignement secondaire en Hollande reste encore en plan.

La Hollande possède trois universités de l'Etat (à Leyde, Utrecht et Groningue), une université communale (à Amsterdam) et deux universités libres (une protestante à Amsterdam et une catholique romaine à Nimègue). En général, une université a cinq facultés (théologie, droit, lettres, médecine et sciences); en outre, quelques universités ont une sixième faculté (médecine vétérinaire à Utrecht, études commerciales à l'université communale d'Amsterdam), tandis qu'aux universités libres manquent les facultés de médecine et de sciences. L'académie technique est à Delft, celle d'agriculture et d'horticulture à Wageningen et, enfin, Rotterdam et Tilburg sont le siège d'une académie de commerce.

II. L'enseignement mathématique contemporain.

Dans ce deuxième chapitre je traiterai le sujet proprement dit de cet article, l'enseignement mathématique depuis 1910, en m'étendant un peu sur l'enseignement secondaire. Sur ce dernier, le but principal de ma contribution, un troisième chapitre entrera encore plus en détails.

1. *Enseignement primaire.* — D'après les renseignements, qu'on a bien voulu me donner, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (c'est-à-dire de l'arithmétique) n'a pas changé depuis 1910, ni au point de vue méthodologique, ni en matière. On ne peut mentionner que quelques modifications, d'ailleurs sans importance, dans l'examen final de l'école primaire supérieure.

2. *Enseignement secondaire.* — Beaucoup plus importants sont les changements survenus dans l'enseignement mathématique des écoles secondaires. Quant aux gymnases, jusqu'en 1919 l'Arrêté Royal de 1887 y était en vigueur; depuis un nouvel Arrêté a modifié les programmes. Afin de montrer plus clairement les différences je laisse suivre les programmes de 1887 et de 1919, l'un à côté de l'autre:

<table>
<tr><th>Cours ancien.</th><th>Cours actuel.</th></tr>
<tr><td>Arithmétique et algèbre: Dans les quatre classes inférieures, opérations sur les nombres et les expressions algébriques entiers et fractionnaires, divisibilité des nombres, le système métrique, proportions, équations du</td><td>Arithmétique et algèbre: Dans les quatre classes inférieures, opérations sur les nombres et les expressions algébriques entiers et fractionnaires, divisibilité des nombres, proportions, équations du premier degré</td></tr>
</table>

premier degré à une ou plusieurs inconnues, radicaux, exposants fractionnaires et négatifs. Dans les deux classes supérieures les équations du second degré et récapitulation des radicaux et des exposants fractionnaires et négatifs.

Géométrie : Dans les quatre classes inférieures la géométrie plane, dans les classes supérieures la géométrie dans l'espace.

En outre, dans chacune des classes supérieures de la section B il y aura trois heures supplémentaires, destinées à l'étude des progressions arithmétiques et géométriques, les logarithmes, *les équations indéterminées du premier degré*, la trigonométrie plane *et sphérique* et *les éléments de la théorie des coordonnées.* Récapitulation.

à une ou plusieurs inconnues, radicaux, exposants fractionnaires et négatifs, *la résolution d'équations simples du second degré*, *le calcul logarithmique*, *la représentation graphique.* Dans les deux classes supérieures une étude plus détaillée des équations du second degré, récapitulation de l'algèbre.

Géométrie : Dans les quatre classes inférieures la géométrie plane, ainsi que *les éléments les plus simples de la trigonométrie*, dans les classes supérieures la géométrie dans l'espace et récapitulation de la géométrie plane.

En outre, dans les classes supérieures de la section B il y aura des heures supplémentaires, destinées à l'étude des progressions arithmétiques et géométriques, les logarithmes, la trigonométrie plane, *la géométrie analytique jusqu'aux coniques inclusivement*, *les éléments du calcul infinitésimal.* Récapitulation et application.

Il faut remarquer que les professeurs ont le droit de traiter des questions hors de ces programmes, si les circonstances sont favorables. Ainsi, on enseignera, par exemple, la formule du binome, la résolution de l'équation du troisième degré, représentation géométrique des nombres complexes et la formule de Moivre, équations binomes, géométrie récente.

Quant aux H.B.S., le cas est différent. Au début, la matière n'était pas du tout indiquée dans les programmes officiels; elle n'était déterminée que par l'usage et par les exigences de l'examen final. C'était l'Arrêté Royal de 1920 qui le premier a prescrit les détails:

CLASSE I.

Arithmétique : Propriétés des opérations. Divisibilité. Plus Grand Commun Diviseur et Plus Petit Commun Multiple. Fractions ordinaires et décimales. Problèmes. Proportions.

Algèbre : Opérations sur les monomes et les polynomes. Identités remarquables. Décomposition en facteurs. Equations du premier degré à une inconnue.

Géométrie : Eléments, jusqu'aux lignes proportionnelles.

CLASSE II.

Arithmétique : Proportions (suite). Extraction de la racine carrée. Notions élémentaires sur les approximations.

Algèbre : Cas simples du P.G.C.D. et du P.P.C.M. Expressions fractionnaires. Equations du premier degré (suite); de même à plusieurs inconnues. Radicaux (le professeur ne traitera que les réductions, qui s'appliquent à la géométrie).

Géométrie: Jusqu'au cercle.

Classe III.

Arithmétique et algèbre: Exposants fractionnaires et négatifs. Logarithmes. Progressions. Intérêts composés. Equations du second degré (y compris quelques-unes de degré supérieur, qui s'y rapportent) à une et plusieurs inconnues. Représentation graphique.

Trigonométrie: Les fonctions trigonométriques d'un seul angle.

Géométrie: Suite et conclusion de la géométrie plane.

Classe IV.

Algèbre: Equations logarithmiques et exponentielles. Récapitulation.

Trigonométrie: Suite.

Géométrie: Géometrie dans l'espace jusqu'aux corps ronds. Introduction à la géométrie descriptive.

Classe V.

Algèbre: Récapitulation.

Trigonométrie: Suite. Quelques équations trigonométriques simples. Récapitulation.

Géométrie: Géometrie dans l'espace (suite). Géometrie descriptive jusqu'à la sphère. Récapitulation.

Les modifications les plus remarquables sont les suivantes: la géométrie plane n'est plus enseignée dans les classes supérieures et à l'examen final on ne posera pas de questions sur cette matière. En algèbre, on laissera de côté les équations indéterminées, ainsi que les équations trigonométriques compliquées. La représentation graphique sera enseignée, mais des indications plus précises manquent. Le professeur sera libre, comme aux gymnases, de traiter d'autres matières, s'il y a lieu, ce qui, en effet, se fait souvent.

3. *Enseignement universitaire.* — Quoiqu'une réforme assez radicale des études et des examens universitaires ait eu lieu en 1921, l'enseignement mathématique n'a pas subi de changements importants. Chaque professeur de faculté est nommé pour certaines branches, indiquées par la loi. Mais comme il lui est naturellement permis de concevoir ses leçons selon ses propres idées, il arrivera souvent, qu'un nouveau titulaire modifie l'enseignement de son prédécesseur. C'est ainsi que, par exemple, la théorie des nombres, l'étude des nombres irrationnels, la théorie des ensembles et l'histoire des mathématiques ont trouvé une place dans l'enseignement supérieur. A l'Académie technique de Delft, quelques changements ont eu lieu; au premier examen des futurs ingénieurs on n'exige plus des études aussi profondes qu'autrefois, particulièrement en ce qui concerne la géométrie analytique et la géométrie descriptive. Des exercices pratiques y ont été institués pour la géométrie analytique et l'analyse, comme ceux qui existaient déjà pour la géométrie descriptive. A l'Académie d'agriculture de

Wageningen, les mathématiques ont obtenu une place d'une certaine importance. Déjà en 1913 un professorat a été institué et, depuis 1918 (lorsque l'ancienne école d'agriculture fut transformée en Académie), le rôle des mathématiques a encore grandi. Pour tous les étudiants, l'étude des éléments de la géométrie analytique et de l'analyse sont obligatoires. A l'usage des candidats des cours spéciaux et facultatifs sur le calcul des probabilités et la statistique mathématique ont été institués. En outre, les futurs arpenteurs, dont la préparation se fait aussi à cette académie, doivent suivre des cours de géométrie analytique dans l'espace, géométrie descriptive, trigonométrie sphérique, méthode des moindres carrés, etc.

III. Influence des tendances modernes en Hollande. Manuels scolaires. Journaux. Groupements de professeurs.

Tout ce qui a été dit jusqu'ici ne donne pas encore une idée nette de l'état actuel de l'enseignement mathématique dans les Pays-Bas; la question se posera au lecteur: à quel degré les tendances nouvelles ont-elles influé sur cet enseignement ? En particulier, le mouvement réformiste qui, en environ 1900, prit en même temps naissance en France et en Allemagne, ce mouvement, qui rappellera à jamais le nom du célèbre Félix Klein, a-t-il profondément modifié notre enseignement mathématique ? L'œuvre de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique, fondée à Rome en 1908, sur la proposition du professeur D. E. Smith, a-t-elle été bien connue et étudiée en Hollande ?

A toutes ces questions, on ne peut, hélas, que répondre négativement. Toutes ces tendances n'ont pas attiré ici l'attention qu'elles méritaient. Certes, il y en avait parmi les professeurs hollandais, qui étaient au courant; je n'ai à mentionner que les noms de MM. Vaes et Cikot qui, en 1903, préconisaient l'introduction des éléments du calcul infinitésimal dans l'enseignement secondaire. Mais la résistance était très grande et les changements, que l'enseignement mathématique a subis, ont été accomplis en majeure partie indépendamment des pays étrangers et plus tard que là.

Considérons d'abord la *notion de fonction* et la *représentation graphique.* Au début, on n'a étudié que les fonctions linéaires et quadratiques, plus tard aussi d'autres fonctions, comme

$$y = \frac{1}{x}, \qquad y = \frac{1}{x^2}, \qquad y = \frac{ax + b}{cx + d}, \qquad y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e},$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f},$$

ainsi que les fonctions logarithmiques et exponentielles. Cela se rapporte surtout aux gymnases, où l'enseignement mathématique est en général plus moderne que dans les H.B.S.

Le *calcul infinitésimal* a été introduit aux gymnases par l'Arrêté Royal de 1919, seulement pour la section B. Cette branche des mathématiques n'appartenant pas aux études sur lesquelles s'étend l'examen final, le professeur est tout à fait libre dans ce qu'il veut traiter. Mais chaque professeur enseignera la notion de dérivée, sa signification géométrique, la dérivée de x^m (m entier et positif), d'une somme, d'un produit, d'un quotient, des fonctions trigonométriques et la recherche des maxima et minima. A l'H.B.S. ces études ne se font pas, sauf, peut-être, en mécanique, où les notions de vitesse et d'accélération sont éclaircies par des considérations infinitésimales.

La géométrie intuitive. — La méthode très répandue en Allemagne et en divers autres pays, de faire précéder l'étude strictement logique de la géométrie de considérations empiriques ou expérimentales n'est pas en vogue en Hollande. Ce ne sont que quelques professeurs qui la préconisent.

L'intérêt que prennent les professeurs hollandais à l'*histoire des mathématiques*, au contraire, est croissant de nos jours. A l'instar des auteurs allemands, les auteurs de livres scolaires en Hollande commencent à y insérer des notices historiques et biographiques, voire des spécimens et des extraits d'œuvres classiques.

En divers pays, on n'enseigne pas seulement les mathématiques pures, mais on a aussi égard aux *applications;* on est d'avis que les mathématiques ne sont pas seulement précieuses pour la formation de l'esprit, mais qu'elles ont aussi une grande valeur pratique et réelle. En Allemagne, par exemple, les élèves font des exercices simples d'arpentage; ils se servent de la règle à calcul. Autant que je sache, cela se fait nulle part en Hollande.

Il va de soi qu'une énumération, même succincte, des manuels scolaires hollandais, qui concernent les mathématiques, est impossible, tant leur nombre est grand. Le lecteur, désireux d'apprendre les titres des principaux, ainsi qu'une brève description, pourra consulter une liste dans l'ouvrage bien connu de W. Lietzmann [1]. Les manuels de Derksen et de Laive [2] sont encore fréquemment usités, ainsi que ceux de van Thijn [3]. Toute une série d'ouvrages a été publiée par P. Wijdenes [4]; ces ouvrages, actuellement fort répandus, ont les premiers introduit les notions de fonction et de représentation graphique dans l'enseignement scolaire. Un joli livre, évidemment écrit à l'instar de celui de T. Percy Nunn (the Teaching of Algebra) et

---

[1] W. Lietzmann, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, vol. I, pp. 334-339. Voir aussi: W. Lietzmann, Einige neuere mathematische Schulbücher aus Holland. *Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterricht*, vol. 56 (1925), pp. 47-49.

[2] Revus par Derksen et van den Heuvel Rijnders. Zutphen. Thieme éditeur.

[3] Groningue. Wolters éditeur.

[4] Groningue. Noordhoff éditeur.

constituant une introduction au calcul infinitésimal est: « Functies », par DROSTE et DE GROOT [1]. Mentionnons encore deux manuels récents et tout à fait modernes sur l'algèbre: YNTEMA, DREWES et BLOTEN, « Algebra » et DE GROOT et DE JONG, « Leerboek der Algebra », tous les deux parus chez Wolters à Groningue, ainsi que deux sur la géométrie plane, parus chez Noordhoff à Groningue: HAALMEYER, « Leerboek der Vlakke Meetkunde », et J. H. SCHOGT, « Beginselen der Vlakke Meetkunde ». Le dernier, quoi qu'il ait soulevé de graves objections, est une tentative remarquable; l'auteur se propose d'atteindre dans les démonstrations le plus grand degré possible de rigueur et d'exprimer tous les axiomes, sur lesquels il base ses raisonnements.

Parmi les sociétés mathématiques des Pays-Bas, il faut nommer en premier lieu la Société mathématique d'Amsterdam [2], qui représente, la Hollande dans le monde scientifique et publie quelques périodiques qui sont à juste titre renommés à l'étranger: le *Nieuw Archief voor Wiskunde*, qui contient des contributions en diverses langues, la *Revue semestrielle des Publications mathématiques* (en français) et les *Wiskundige Opgaven* (c'est-à-dire Problèmes mathématiques). Toutefois, la société ne faisant que peu d'attention à l'enseignement mathématique et aux questions de méthodologie, on trouve parmi ses membres assez peu de professeurs. Les professeurs de mathématiques aux gymnases ont un groupement à part [3]; de même leurs collègues aux H.B.S. ont leur union [4]. Les deux groupements collaborent à maints égards en organisant, par exemple, des réunions et des cours.

Les principaux journaux mathématiques de Hollande sont, à part ceux de la Société Mathématique d'Amsterdam, *Christiaan Huygens*, qui regarde les mathématiques supérieures et le *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde*, qui s'occupe aussi des mathématiques élémentaires. Une revue spéciale, d'abord parue comme *Bijvoegsel* (c'est-à-dire Supplément) du *Nieuw Tijdschrift*, actuellement journal indépendant sous le nom d'*Euclides*, est consacrée aux questions didactiques [5].

Cet article serait assez incomplet si je me bornerais à décrire l'état de notre enseignement tel qu'il est, sans faire mention d'une tentative spéciale à réorganiser l'enseignement mathématique aux H.B.S. Le programme de cet enseignement, en effet, n'est pas du tout moderne, les problèmes posés à l'examen final en font preuve chaque année et les professeurs progressistes eux-mêmes le regrettent. A la fin de 1925, une commission semi-officielle de quatre personnes a été instituée, chargée d'étudier l'enseignement mathématique aux H.B.S. et de faire des propositions, tendant à une réforme future. Cette commission,

---

[1] Groningue. Wolters éditeur.

[2] Secrétariat: D[r] P. J. L. DE CHATELEUX, Heerengracht 475, Amsterdam (C.).

[3] Secrétariat: M[lle] D[r] A. T. M. KRAMER, Anna van Saxenstraat 9, La Haye.

[4] Secrétariat: J. H. SCHOGT, Frans van Mierisstraat 112, Amsterdam (Z.).

[5] Editeur de tous les trois: Noordhoff à Groningue. Pour le secrétariat des rédactions s'adresser à M. P. WIJDENES, Jac. Obrechtstraat 88, Amsterdam (Z.).

ordinairement appelée la « Commission-*Beth* », d'après son président, le Dr H. J. E. Beth, a fait paraître quelques rapports importants [1]. Elle désire que les problèmes numériques compliqués, surtout ceux sur les équations logarithmiques et exponentielles, soient supprimés, que la notion de fonction soit le centre de l'enseignement de l'algèbre et que cet enseignement aboutisse aux éléments du calcul infinitésimal. Dans la géométrie plane, elle réclame un traitement élémentaire des sections coniques, suivant la méthode synthétique; plus tard, l'élève étudiera de nouveau dans l'espace ces courbes en appliquant les sphères de Dandelin. En ce qui concerne le cours introductif de géométrie intuitive, la commission ne s'exprime pas d'une façon très claire en recommandant « la méthode d'Euclide modérée ». En général, les modifications proposées par la Commission sont celles qu'a préconisées le mouvement réformiste; à plus forte raison, on est frappé par le fait que la Commission rejette les applications pratiques.

C'est aussi la préparation des futurs professeurs que la Commission-*Beth* a cru devoir étudier. Cette préparation se fait à l'université, mais la faculté est aussi acquise par des examens spéciaux, institués par l'Etat. Ces deux voies, qui aboutissent toutes les deux au professorat, ont leurs défauts particuliers; on peut en être d'accord tout en admettant le haut niveau des études universitaires en Hollande. C'est en particulier le Dr E. J. Dijksterhuis, le secrétaire de la Commission, professeur lui-même et savant de mérite, qui a étudié à fond cette question. Il réclame non seulement que l'université, observant l'emploi futur des professeurs, se charge d'une préparation didactique et qu'elle enseigne les mathématiques élémentaires « d'un point de vue plus élevé », comme l'a exprimé jadis Félix Klein, mais aussi qu'elle mette aux études une base philosophique et historique.

Utrecht (Hollande), août 1929.

---

[1] Ces rapports ont été insérés au vol. 2 (1925-1926) du Supplément du *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde* (voir plus haut), p. 81, 113 et 146; ils sont aussi séparément en vente chez l'éditeur, P. Noordhoff à Groningue. Pour plus de détails le lecteur pourra consulter: D. J. E. Schrek, Reformbestrebungen im mathematischen Unterricht an den holländischen Realanstalten. *Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterricht*, vol. 57 1926), pp. 361-364.