Karl Menger. — Kurventheorie, herausgegeben unter Mitarbeit von Georg Nöbeling. (Mengentheoretische Geometrie in Einzeldarstellungen, herausgegeben von Dr. Karl Menger, Wien. Band II). — Un vol. gr. in-8° de vi-376 pages. Prix: broché, RM. 22; relié, RM...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Remarques analogues pour le système triplement orthogonal des trois quadriques homofocales.

Sur les systèmes ponctuels réguliers (Ch. II), sur les *grilles*, naissent non seulement des figures mais des considérations de mensurabilité utiles en Théorie des Nombres ou quant à l'évaluation de certaines séries. Un lemme de Minkowski est ici particulièrement à sa place. Il y a des grilles spatiales donnant lieu à de curieux assemblages de sphères, puis à des constructions polyédrales et à des emplissements spatiaux par *paquets* qui, pris isolément, sont fort irréguliers. De là à passer aux cristaux et aux symétries groupales, il n'y a qu'un pas.

Les configurations (Ch. III) liées aux noms de Brianchon, Pascal, Desargues, demandent, pour être traitées complètement, une théorie logique assez ardue. Elles prennent aussi un aspect très intuitif, de par une perspective de croquis à intentions spatiales négligées dans un examen plan. La configuration de Reye, qui comprend 12 points et 12 plans remarquables, s'aperçoit très simplement en lui donnant d'abord la symétrie du cube; ses propriétés projectives font le reste. Les assemblages cellulaires polyédraux donnent lieu à une sorte de géométrie énumérative.

La Géométrie différentielle (Ch. IV) possède de jolis croquis concernant, par exemple, les lignes de courbure de l'ellipsoïde. La configuration des surfaces fait concevoir des *selles*, à trois dépressions, superflues pour un cavalier humain mais utilisables pour des singes qui tiendraient à y placer aussi leur queue. La courbure de Gauss est nulle en des points, dits paraboliques, dont les lieux ont été tracés jusque sur l'admirable visage de l'Apollon du Belvédère. L'hélicoïde réglé, le caténoïde ont été réalisés par lames liquides photographiées ensuite. Suivent onze propriétés concernant la courbure et le caractère extrémal de la sphère. Les géométries non-euclidiennes deviennent tangibles sur les surfaces à courbure totale constante. Le Problème de Plateau serait, paraît-il, résolu par J. Douglas (*Trans. Amer. math. Society*, vol. 33, 1931).

La Cinématique (Ch. V) est surtout relative aux roulettes. Les mouvements spatiaux sont illustrés par la photographie d'un engrenage hyperboloïdal à hyperboloïdes évidents.

La Topologie (Ch. VI) nous offre un véritable musée tératologique de singularités superficielles, surtout avec les surfaces unilatères dont certaines peuvent être fermées. Elle comprend aussi les problèmes de coloriage relatifs aux cartes.

A vrai dire, beaucoup de ces choses sont loin d'être nouvelles mais aucun ouvrage ne les avait aussi élégamment rassemblées. Et certainement celui-ci a l'allure de l'œuvre d'art. A. Buhl (Toulouse).

Karl Menger. — **Kurventheorie,** herausgegeben unter Mitarbeit von Georg Nöbeling. (Mengentheoretische Geometrie in Einzeldarstellungen, herausgegeben von Dr. Karl Menger, Wien. Band II). — Un vol. gr. in-8° de vi-376 pages. Prix: broché, RM. 22; relié, RM. 24. B. G. Teubner. Leipzig et Berlin, 1932.

Encore une opposition à faire entre la géométrie visible et intuitive de l'ouvrage précédent et la géométrie de celui-ci qui est loin de se fier à l'apparence et à l'intuition. La liste des auteurs cités, en laquelle on relève les noms d'Alexandroff, Baire, Borel, Brouwer, Cantor, Fréchet, Hahn, Hausdorff, Janizewski, Kuratowski, Lebesgue, Mazurkiewicz, Sierpinski, Urysohn, Whyburn, Young, renseigne tout de suite sur le caractère de l'exposé. Toutefois, il est quelque peu étonnant de ne pas trouver trace ici du nom et des travaux de M. Georges Bouligand qui, en France, est bien le savant qui a le plus fait pour élargir les bases de la Géométrie infinitésimale. Essayons de concilier les choses en disant que les points de vue ne sont peut-être pas tout à fait les mêmes et que M. Menger n'a sans doute pas eu besoin des conceptions propres à M. Bouligand, mais il n'en est pas moins vrai que, devant surtout signaler le livre de M. Menger à des lecteurs français ou de langue française, il me semble que je ne puis mieux faire qu'en m'adressant tout d'abord à ceux qui se sont intéressés à une *Introduction à la Géométrie infinitésimale directe* dont *L'Enseignement mathématique* a récemment rendu compte (ce tome, p. 132).

Les courbes de M. Menger, on le sait maintenant, ne sont pas celles que l'on crée d'un geste, la main étant simplement munie d'un crayon ou d'un morceau de craie; il ne recourt jamais à la figure. Il lui faut d'abord étudier les questions de dénombrement, donc les ensembles, puis l'apparition de la notion complexe de continu. Et, dans le continu, toujours par voie logique, il recherchera les ensembles d'éléments qui paraîtront mériter ce nom de « courbe » sur lequel les géomètres d'autrefois s'appuyaient comme sur une notion première.

Un ensemble qui est image topologique d'une courbe doit aussi être une courbe. Les courbes de Cantor, nulle part denses par rapport au plan qui les contient, sont parmi celles ici définies. La comparaison de la courbe et du segment entraîne rapidement celle de la courbe et du polygone. Un point terminal (Endpunkt) est du premier ordre, un point ordinaire est du second ordre; au-delà apparaît le point de ramification (Verzweigungspunkt). Il y a des points de courbe qui sont dits *fortement* ou *faiblement* irrationnels suivant que leur irrationnalité est limite d'opérations irrationnelles ou rationnelles. Ces procédés constructifs pourront certainement être variés mais on aura sans doute de la peine à les généraliser encore.

A signaler aussi l'apparition du lemme des « n-Beine ». C'est quelque chose comme la notion d'ordre discernable dans un voisinage ponctuel unique. Les *graphes* admettent un ordre d'enchaînement. Les questions de connexion apparaissent ensuite. Les discontinuités dans la distribution des singularités permettent l'existence de courbes régulières d'où l'on descend ensuite aux courbes rationnelles. L'usage d'un continu cyclique, défini par des cercles topologiques, qui équivaut à l'usage de courbes souches (Baumkurven) d'où l'on peut aller à la courbe universelle, fait précisément penser à nouveau aux cônes de révolution, à propriétés contingentes, de M. Bouligand. L'œuvre de ce dernier et l'œuvre de M. Menger ne peuvent se nuire en rien. Elles doivent, au contraire, engendrer des comparaisons hautement suggestives montrant qu'il y a encore une grande indétermination dans le choix des instruments qui approchent le point, le segment, la courbe, ..., dans un esprit de généralisation. L'idée d'approche, de voisinage, aura probablement toujours quelque chose de subjectif. Là encore, la difficulté est d'analyser le domaine du très petit indéfiniment décroissant sans idées formelles empruntées à l'échelle vulgaire. Ce n'est jamais absolument possible. La seule terminologie (Bein, Baum, ...) suffit à le prouver, mais l'art constructif des définitions n'en joue pas moins d'une façon supérieurement intéressante.

A. Buhl (Toulouse).