D. E. Rutherford. — Modular Invariants. (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 27). — Un vol. in-8° de vii-84 pages. Prix: 6s. net. Cambridge University Press. Londres, 1932.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

des « Réflexions sur l'exposition des Principes de la Mécanique rationnelle » publiées dans *L'Enseignement mathématique* en 1901.

Clifford, Lobatschewsky, Hertz interviennent. Quand nous avons publié cela, nous devions joliment faire l'effet d'une Revue d'avant-garde. La signification, dans le passé et dans l'avenir, des équations dynamiques, est envisagée dans un Mémoire de Mécanique ondulatoire qui date de 1929 et va, de Fermat et Maupertuis, à Schrödinger.

L'électrostatique est imprègnée de Poisson, Maxwell, Mascart. Les inversions d'intégrales définies y sont nombreuses. Les formules stokiennes interviennent en Optique et dès 1887, ce qui fait même l'effet d'une véritable curiosité. Ondes et corpuscules sont considérés depuis une dizaine d'années. L'équilibre élastique est traité par des méthodes parfaitement symétriques. Le potentiel est discuté d'après Poincaré et avec M. Levi-Civita. La Relativité intervient dès 1921; on y reprend le Calcul différentiel absolu et on y discute des interprétations diverses de la transformation de Lorentz. En 1925, M. Maggi a peut-être été un peu trop émotionné par l'expérience de D. C. Miller au Mont Wilson. Certes, la conscience et l'habileté de l'expérimentateur ne pouvaient faire l'ombre d'un doute, mais les théories einsteiniennes ont précisément révélé l'extrême complexité d'un monde physique que le dix-neuvième siècle avait projeté d'enfermer en un petit nombre de principes. Combien nombreux sont les *effets*, généralement décorés du nom du premier observateur, qui semblent se jouer des généralités. Voilà qui remet en mémoire une Note, de M. E. Carvallo, publiée aux *Comptes rendus* du 7 novembre 1932 et intitulée: C'est l'effet Esclangon qui fut observé, par M. Miller, au Mont Wilson. Ceci n'empèche pas, page 341, quelques aperçus fort intéressants sur le *deviating vector* de Stokes. Les variétés qui terminent sont pleines de symbolisme moderne; la valeur de l'auteur est partout et un heureux rassemblement de thèmes différents la fait admirablement ressortir.

A. Buhl (Toulouse).

D. E. Rutherford. — **Modular Invariants.** (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 27). — Un vol. in-8° de VII-84 pages. Prix: 6*s*. net. Cambridge University Press. Londres, 1932.

Thème ardu, de qualité supérieure pour qui est de force à apprécier cette qualité. Il semble d'ailleurs que cette remarque puisse être faite pour tout ce qui paraît dans ces *Cambridge Tracts.* Il s'agit ici de groupes linéaires dans leurs rapports avec la Théorie des Nombres et le sujet m'a tout de suite fait penser à un article de M. G. A. Miller, *Introduction à la Théorie des congruences au moyen de la Théorie des groupes*, que j'ai eu l'honneur de traduire de l'anglais et que *L'Enseignement mathématique* a publié en 1930. Seulement, nous sommes ici dans un domaine beaucoup plus formulé, toujours très d'accord avec les préoccupations de la Mécanique ondulatoire, encore qu'il n'en soit pas du tout question explicitement. Mais c'est le domaine matriciel, le domaine des opérateurs se rapportant à des transformations linéaires, les décomposant ou les engendrant. Et le sujet a des faces nouvelles exigeant de nouveaux symboles. Il y a des formes polaires aux dérivées partielles ou, tout simplement, des *polaires modulaires* qui, à part des complications d'indices, rappellent les formes polaires de la géométrie analytique. Tel est l'opérateur modulaire d'Aronhold conduisant, en particulier, aux transvectants modulaires. De même qu'il y a des opérateurs élémentaires, de nature différentielle, qui transmuttent une fonction en *zéro*, il y en a qui remplacent une telle égalité par une congruence. Et tout ceci est très anglo-américain, les dames mêmes s'en mêlant comme le prouvent les recherches de Miss Hazlett et de Miss Sanderson. L'origine de ces préoccupations remonte à Galois et même à Fermat, ce qui fait grandement regretter que ces illustres arithméticiens français n'aient pas été suivis, avec les méthodes précédentes, par des contemporains compatriotes. Les auteurs modernes qui triomphent ici sont Hurwitz, Dickson, Glenn, Williams, Feldstein, Nœther et quelques autres. Leurs travaux sont surtout disséminés dans les périodiques anglais et américains. Espérons que la mise au point de M. Rutherford élargira quelque peu un champ d'action qui paraît susciter partout le même intérêt. A. Buhl (Toulouse).

C. Carathéodory. — **Conformal Representation.** (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 28). — Un vol. in-8° de VIII-106 pages. Prix: 6*s*. 6*d*. net. Cambridge University Press. Londres, 1932.

Ceci est beaucoup plus facile, bien que nous soyons toujours dans les groupes, mais comment pourrait-il en être autrement dès qu'il s'agit de transformations ou de représentations. Le premier groupe étudié est celui de Mœbius avec y fonction homographique de x lorsque x est complexe. C'est le point de vue des groupes fuchsiens et analogues qui conduit immédiatement aux angles et aux distances définis à l'aide d'un logarithme de rapport anharmonique. L'auteur ne se gêne pas plus que Poincaré (dont les *Œuvres*, t. II, sont mises à contribution) pour décerner le nom de *droites* aux arcs circulaires coupant orthogonalement le cercle fondamental.

Après des transformations classiques, changeant des aires simples en d'autres, nous arrivons aux recherches de Schwarz et de Harnack, non sans passer par le théorème de Liouville sur la constance d'une fonction entière bornée. Le lemme de Schwarz est une certaine invariance, d'une distance non-euclidienne, par une transformation de Mœbius. Il est complété par un théorème de Pick où il est question de mouvement non-euclidien. Suivent des considérations dues à Erhard Schmidt que l'ouvrage de M. Carathéodory publie pour la première fois. Parmi les extensions du lemme de Schwarz, se trouve un théorème de M. Julia où n'interviennent que d'ingénieuses considérations circulaires.

Les théorèmes fondamentaux de la représentation conforme conduisent aux familles normales de fonctions bornées, aux théorèmes d'existence quant à la solution de certains problèmes variationnels, aux familles normales de fonctions analytiques. On peut construire des familles normales composées de fonctions qui transforment des domaines simples en des cercles. La transformation des frontières, des multifurcations, est particulièrement délicate. Elle mérite particulièrement d'être étudiée dans le cas des courbes de Jordan.

Outre les auteurs déjà cités, nous retrouvons ici Darboux, E. Picard, Weyl, Montel (familles normales), Hilbert, Kœbe, Lindelöf, Lichtenstein. On sent, derrière le sujet, tout un passé physique, mais les opérateurs du tract précédent, de M. Rutherford, dans le même ordre d'idées, ont sans doute, pour eux, le présent et l'avenir. A. Buhl (Toulouse).