Zeta qu'après avoir dûment expliqué comment la question des nombres premiers conduit à cette fonction.

La question remonte à Euclide qui prouva que les nombres premiers formaient une suite illimitée. Elle intéressa Euler, Tchebychef à peu près en même temps que Riemann, puis la Vallée-Poussin, Hadamard, Littlewood. La comparaison entre $\pi(x)$, nombre des nombres premiers contenus dans les $x$ premiers entiers, et li $x$ est vraiment étonnante, encore qu'il ne s'agisse que d'un résultat approché. Quant à la fonction Zeta, elle peut apparaître très simplement après un théorème d'Euler bâti lui-même sur la propriété fonctionnelle $f(m)\, f(n) = f(mn)$. Elle admet une célèbre équation fonctionnelle dépendant d'un cosinus et de la fonction $\Gamma$. Il y a là des considérations à la Cauchy, des emplois de lacets, puis des recours à la théorie des fonctions entières qui ne semblent pas inférieurs à ce que donnent les plus modernes travaux concernant ces fonctions. De nombreuses transcendantes associées ont de curieuses représentations intégrales, notamment par intégrales définies qui deviennent ainsi comme des centres d'investigations analytiques profondes faites pour des raisons arithmétiques initiales qu'on ne perd jamais de vue. C'est dans un ordre d'idées analogue qu'interviennent les séries et les intégrales de Dirichlet.

Citons encore Landau, Bachmann, Maillet, Hardy, Riesz, H. Bohr, et comme auteurs de travaux tout-à-fait récents, R.-J. Backlund, Breusch, Cramer, Hoheisel, Ikehara, Karamata, Mordell, Pólya, Schnirelmann, Schur, Siegel, Wiener. C'est encore une liste qui n'est pas très française et cependant M. Jacques Hadamard avait magnifiquement ouvert le chemin.

A. Buhl (Toulouse).

Gaston Julia. — **Exercices d'Analyse.** Tome II. Fonctions analytiques. Développements en série. Résidus. Transformations analytiques. Représentation conforme. — Un vol. gr. in-8° de IV-344 pages et 86 figures. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1933.

Le tome premier de ces *Exercices* a déjà été analysé, ici-même, par M. Fehr (t. 27, 1928, p. 346). C'est toujours le même esprit, profond et original, apprenant beaucoup de choses, d'allure moderne, d'abord à propos de classiques énoncés de licence ou d'agrégation. Les questions plus ardues, professées dans les livres de M. Goursat et de M. Hadamard, élèvent bientôt le niveau. Les exercices ajoutés par M. Painlevé au *Recueil* de Tisserand, se trouvent eux-mêmes prolongés ainsi que bien des choses exposées sommairement par M. Emile Picard dans son prodigieux *Traité d'Analyse*. Telle est, par exemple, la conception des fonctions analytiques sur une surface, d'après Beltrami.

La représentation conforme, annoncée en dernier lieu parmi les sous-titres du volume, intervient élégamment dès les premières pages. Il s'agit même de ce que M. Carathéodory appelle « transformation de Möbius » dans sa *Conformal Representation* (voir plus haut). C'est l'homographie à variable imaginaire avec toutes ses belles conséquences non-euclidiennes. Je ne cite pas M. Carathéodory au hasard. Je crois que la comparaison des deux ouvrages serait des plus suggestives. Mais je crois aussi que des élèves français, qui jugeraient incommode ou trop onéreux de se documenter ainsi, trouveront auprès de M. Julia une érudition valant celle des meilleurs ouvrages étrangers. D'ailleurs, dans le chapitre suivant, M. Julia établit lui-même le contact avec les recherches dues à l'auteur de la *Conformal Representation.* Le lemme de Schwarz est repris, considérablement transformé et généralisé avec R. Nevanlinna et G. Hardy. Les limitations en module, sur frontières circulaires, conduisent au théorème des trois cercles de M. Hadamard. Des extensions aux moyennes superficielles sont possibles. Tout cela est profondément intéressant et original tout en devenant accessible à un bon candidat à la licence.

Les intégrales définies sont surtout calculées par la méthode des résidus, mais non sans comparaisons avec d'autres; les contours polaires sont bientôt compliqués de lacets à rôles cycliques. Les intégrales eulériennes interviennent *explicitement*, ce qu'il n'est pas inutile de souligner tant il est possible de faire de longs calculs, polaires ou cycliques, à propos d'intégrales dont le caractère eulérien, très simple, est cependant dissimulé.

Avec les transformations des domaines plans, nous nous élevons encore et considérablement vers les recherches de l'auteur sur l'itération des fractions rationnelles. Puis c'est le problème de Dirichlet avec Neumann, Schwarz, Poincaré, Picard. Là aussi, M. Julia peut faire intervenir de profonds travaux personnels et, d'une manière plus didactique, ses *Leçons sur la Représentation conforme* déjà publiées. Les problèmes font toujours image en élégantes figures. Les intégrales extrémantes complètent le tableau. Les nombreux clichés de l'ouvrage montrent, à eux seuls, que l'intuition géométrique n'est pas négligée. Elle joue même un rôle essentiel dans lequel il faut distinguer, en tout premier lieu, les propriétés circulaires. Le cercle est vraiment la courbe de prédilection dans la géométrie des concepts analytiques. C'est du moins l'opinion que M. Julia impose avec la plus remarquable des maîtrises. A. Buhl (Toulouse).

R. Wavre. — **Figures planétaires et Géodésie.** Préface de M. Jacques Hadamard. (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule XII). — Un vol. gr. in-8° de VIII-194 pages. Prix: 55 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1932.

Autre volume malaisé à présenter après une Préface de M. Jacques Hadamard. Il était encore beaucoup plus difficile à écrire après les *Figures d'équilibre* de Poincaré et le tome IV du *Traité de Mécanique* de Paul Appell. Cependant M. Wavre n'est nullement au-dessous d'un si grand sujet exigeant une connaissance approfondie de tout ce qui rapporte au potentiel newtonien (problème de Dirichlet, de Neumann, ...) et à la statique des fluides puis qui déborde ce cadre, de manière dynamique, pour raisons d'observation. On sait, en effet, que des corps célestes, tels le Soleil ou Jupiter, ne tournent pas tout d'un bloc autour de leur axe. Peut-être en est-il de même de la Terre, avec une légère *dérive* des continents. Ces phénomènes ont considérablement élargi le problème qui, d'autre part, n'est pas resté purement newtonien. Comme le dit excellemment M. Wavre, l'idée d'une attraction entre corps célestes n'est qu'une représentation d'un phénomène plus subtil que la Gravifique d'Einstein nous a révélé et M. Crudeli est parvenu à écrire les équations du champ créé par la Terre au point de vue de la Relativité généralisée. D'autre part, c'est dans la rotation des corps célestes, notamment dans la rotation terrestre, que la notion du temps trouve sa base la plus ordinaire et la plus solide. La question ici envisagée tend donc