

**J. Delsarte. — Les Groupes de Transformations linéaires dans l'Espace de Hilbert (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LVII). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

G. EVANS. — **Stabilité et Dynamique de la Production dans l'Economie Politique** (Mémorial des Sciences mathématiques, dirigé par Henri Villat; fasc. LVI). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Le sujet n'est pas aussi nouveau que certains pourraient le croire. Il commence au moins avec Cournot (Paris, 1838). Il a été remis franchement en lumière par Pareto (Lausanne, 1896) et maintenant s'apparente tout naturellement au Calcul des Variations et aux Equations intégrales. J'ai personnellement le souvenir d'un opuscule publié, sur la question, par Laurent, Examineur à l'Ecole Polytechnique, vers 1900, et c'est par là que j'en ai commencé l'étude. Cet opuscule n'a pas laissé de trace dans la bibliographie faite ici, par M. Evans, et, sans doute, cela ne s'imposait guère mais, de toutes façons, il s'agit de quelque chose de mathématique qui, à différentes époques, a tenté des mathématiciens.

Il est bien certain que la seule existence de la monnaie crée une arithmétique qui se précise, chez les commerçants, sous forme de comptabilité. Pourquoi ne préciserait-on pas, au delà, jusqu'à créer une algèbre, une analyse, une statique et une dynamique économiques. Les économistes acceptent, assez volontiers, l'idée; les mathématiciens d'aujourd'hui, sans nier le bien-fondé de celle-ci, sont peut-être plus tièdes, comme s'ils ne voyaient là qu'un intérêt médiocre. Or, M. Evans se propose précisément de montrer qu'il n'y a rien à craindre de ce côté; l'intérêt est grand, apparenté aux méthodes fonctionnelles, aussi grand que celui de la Biologie mathématique de M. Volterra. L'un des points les plus saillants est une théorie dimensionnelle due originellement à Jevons qui la bâtit d'une manière assez fantaisiste, perdant de vue « dans l'analyse mathématique de la valeur, la valeur de l'analyse mathématique » mais sans nuire cependant à la conception fondamentale. La citation entre guillemets prouve que M. Evans s'exprime parfois en humoriste critiquant, tout le premier, l'introduction de l'algorithme analytique là où il n'a que faire; il redevient d'ailleurs très sérieux dès que le sujet l'exige vraiment. Les paradoxes sont assez nombreux tels celui de la concurrence et de la coopération, thèmes fort distincts, opposés même mais en lesquels cependant tout concurrent et tout coopérateur recherchent un maximum de profits individuels. Il faut également être en garde contre des généralisations mathématiques qui ne généralisent aucune idée économique. Les *crises* sont d'une analyse fort simple; se produisant si naturellement, en théorie, il serait extraordinaire qu'elles n'aient jamais lieu en fait. Ici la théorie devient consolatoire.

A. BUHL (Toulouse).

J. DELSARTE. — **Les Groupes de Transformations linéaires dans l'Espace de Hilbert** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LVII). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

On sait que tout groupe de Lie admet un groupe *linéaire* correspondant, de *structure* identique. C'est de là que viennent les *représentations* de groupes quelconques par des *matrices*. Or l'esprit de généralisation le plus abstrait comme les nécessités de la Mécanique quantique portent à étendre tout ceci, pour une infinité de variables, en des matrices à une infinité

d'éléments. M. Jean Delsarte représente ici l'esprit de généralisation abstrait.

Il s'agit de *fonctionnelles* linéaires pour lesquelles la notion de structure ci-dessus se conserve ou ne se conserve pas mais pour lesquelles, en revanche, apparaissent des considérations intégrales, généralement invariantes, créant, par exemple, des *distances* généralisées avec lesquelles le langage géométrique devient possible, d'où perception logique d'un « espace » qui est celui de Hilbert. Les considérations intégrales en jeu sont forcément à entendre au sens de Lebesgue; la continuité est *forte* ou *faible*. Les dénombrements paramétriques se compliquent aussi de données variant d'une manière continue, d'où l'introduction de nombres transfinis. Sur un tel terrain doivent évidemment naître les équations intégrales à la Fredholm ou à la Volterra.

Une très grande importance s'attache au groupe invariant une forme quadratique fonctionnelle puis à ceux invariant une forme grassmannienne généralisation de la forme dite ordinairement à multiplication extérieure. La structure des groupes obtenus peut être étudiée par le jeu d'un crochet  $[\alpha \beta]$  généralisé; elle s'apparente aux questions structurales concernant les *noyaux*. Mais il y a de grosses difficultés à conserver, avec ces nouveaux crochets, les problèmes à la Killing si bien illustrés par les admirables travaux de jeunesse de M. Elie Cartan. La Thèse de ce grand géomètre est d'ailleurs placée en tête de l'index bibliographique du fascicule; dans cet index, outre les noms déjà cités, relevons ceux de MM. Fréchet, Goursat, Hilb, Paul Lévy, Marty, Plancherel, Riesz, Schmidt, Toeplitz, Vitali, Weil.

Le sujet n'abonde guère en formules compliquées; c'est essentiellement une théorie structurale, une théorie d'espaces de groupes où toute l'importance appartient aux éléments de transformation, non aux éléments transformés. Les rotations fonctionnelles de M. Delsarte donnaient à cet auteur toute l'autorité nécessaire pour entreprendre une exposition délicate et à analogies souvent illusoire.

A. BUHL (Toulouse).

TH. DE DONDER. — **Application de la Gravifique Einsteinienne à l'Electrodynamique des Corps en mouvement** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LVIII). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

On entendait fréquemment dire, il y a quelques années, que la Gravifique avait besoin d'être refondue. M. De Donder s'est toujours élevé contre cette manière de voir et continue à prouver qu'avec les points de départ admis il y a plus de quinze ans, toutes les questions actuelles peuvent être atteintes et même étendues. La Thermodynamique et la Mécanique ondulatoire sont englobées. On peut bâtir un Calcul tensoriel abstrait ce qui n'est pas la méthode ici employée; les préoccupations physiques d'autrefois restent en évidence et la terminologie en fait abondamment foi.

Les progrès, les incomparables méthodes d'extension modernes jouent sur ces points de départ et c'est pourquoi nous trouvons, dans le texte du sympathique auteur, tant de choses (équations de Maxwell, force de Lorentz, effet Joule, vecteur de Poynting, vecteur de Max Abraham, Mécanique de Dirac,...) dites *généralisées*.

Le présent fascicule est le quatrième publié par M. Th. De Donder dans le *Mémorial des Sciences mathématiques*. Il forme, avec les trois précé-