Les équations à trois variables (Ch. V) utilisent surtout les solutions exponentielles à la Cauchy et les intégrales définies y attachées. L'emploi des coordonnées polaires (Ch. VI) introduit les fonctions sphériques et nombre d'opérateurs de dérivation nouveaux, tels celui de Hobson. Des fonctions d'onde homogènes conduisent, avec Stieltjes, à une équation *harmonique* étudiée par Euler et Poisson.

Les coordonnées cylindriques ou semi-polaires (Ch. VII), ellipsoïdales (Ch. VIII), paraboloïdales (Ch. IX), toroïdales (Ch. X) conduisent à un large usage d'intégrales définies des plus élégantes, de fonctions Γ et de toutes les transcendantes dont le prototype est la série hypergéométrique.

Le problème de la diffraction d'ondes planes (Ch. XI), par une arête parallèle aux fronts ou aux surfaces de phase constante, relève encore, d'après les travaux de Sommerfeld, de méthodes analytiques exactes. Et si les équations non linéaires (Ch. XII) sont des moins maniables, elles ne sont pas cependant dépourvues de propriétés exactes pouvant être rattachées, par exemple, à celles de l'équation de Riccati. Les surfaces minima riches non seulement, en propriétés exactes mais en questions non résolues, telles l'éternel problème de Plateau, sont encore là pour inciter les chercheurs à la découverte profonde, difficile et cependant élégante.

En résumé l'ouvrage, ainsi trop brièvement parcouru, est au-dessus de tout éloge. Il s'imposait pour peindre surtout le domaine *exact* à une époque où des équations de toute première importance cependant, comme l'équation de Schrödinger, ne vont pas sans quelques compromis. Il faut sans doute faire sa part au vague accompagnant nécessairement les théories probabilitaires, aux domaines corpusculaires où, comme le dit M. Louis de Broglie, les phénomènes ne peuvent se décrire qu'à demi mais, avant d'en prendre complètement son parti, on pourrait, sans danger. conseiller d'ultimes méditations à tirer du beau livre de M. Bateman.

A. Buhl (Toulouse).

H. W. Turnbull and A. C. Aitken. — **An Introduction to the Theory of Canonical Matrices.** Un volume relié gr. in-8° de XIV-192 pages. Prix: 17s. 6d. net. Blackie & Son limited. London and Glascow, 1932.

« Ce livre contient une exposition systématique de la théorie générale des matrices, théorie dont l'intérêt a été récemment très stimulé du fait de son introduction, avec grand succès, par Heisenberg et Dirac en la mécanique des quanta. »

Ceci est la traduction d'une phrase lue sur une couverture volante adjointe au volume et ces quelques mots m'ont d'abord donné l'idée d'une théorie des matrices exposée, une fois de plus, en vue de fins appartenant à la Physique théorique. Or il n'en est rien. Heisenberg et Dirac sont à peine cités dans le livre même. Au contraire Cayley, Cauchy, Sylvester, Hermite y sont grandement à l'honneur.

Il est à peine besoin de dire que cet état de choses ne me paraît mériter rien d'autre qu'une très bienveillante approbation. Noyer les matrices dans les théories ondulatoires et quantiques serait aussi inadmissible que de noyer les espaces de Riemann dans les théories d'Einstein. Et puis les matrices sont de véritables joyaux déjà quelque peu anciens. Il serait souverainement injuste de croire que leurs innombrables propriétés, toutes plus esthétiques les unes que les autres, n'ont été mises en valeur que sur le terrain physique.

Quiconque manquerait d'enthousiasme purement algébrique pourait en acquérir facilement en se fiant à la présente *Introduction.*

On sait que les matrices sont des tableaux de coefficients définissant des substitutions linéaires et homogènes. La non commutativité des produits matriciels n'est rien d'autre que la non commutativité de ces substitutions. Si l'on n'a pas, en général, $BA = AB$ ceci n'empêche pas que l'on doit pouvoir écrire $BA = AC$ avec charge de déterminer C. Or ceci donne $B = ACA^{-1}$ et ce résultat si simple est l'un des premiers aspects du problème de la canonisation. Il engendre, plus généralement, $f(B) = Af(C)A^{-1}$, f étant, par exemple un « polynome matriciel » en attendant que cet f prenne, par passage à la limite, des significations fonctionnelles plus complexes. Et maintenant toute une magnifique algèbre peut se dérouler; elle sera *associative*, *distributive*, non *commutative* mais la perte de la commutativité lui donnera l'aspect général d'une géométrie à laquelle on enlève un postulat.

A ce propos, il faut justement mentionner qu'avant de faire leurs preuves en physique, les matrices avaient brillé sur le terrain géométrique. Les réductions de formes quadratiques puis de formes à indéterminées conjuguées suffiraient à prouver l'assertion. Les deux auteurs anglais n'y manquent pas.

La notion de réduction canonique s'étend très élégamment aux matrices associées en faisceaux (pencils). La considération de ces faisceaux remonte à Weierstrass qui jugea prudent d'exclure des cas singuliers cependant facilement traités ensuite par Kronecker.

Il y a des équations matricielles comme, par exemple, $AX = XA$ et celles-ci offrent même un chemin pour parvenir à l'algèbre de Dirac. Les extrêma des formes quadratiques, les vibrations d'un système autour d'une position d'équilibre, les théories statistiques et la méthode des moindres carrés relevaient des méthodes matricielles bien avant que celles-ci n'aient été utilisées, avec éclat, sur le terrain des quanta et des ondes.

Revenons donc du côté des principes matriciels eux-mêmes; les applications ne s'en trouveront que mieux. Le bel et très commode ouvrage de MM. Turnbull et Aitken a, en outre, l'avantage de contenir beaucoup d'exercices et de renseignements historiques. C'est maintenant de la science aussi jolie que pratique.

A. Buhl (Toulouse).

B. L. van der Waerden. — **Die Gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik.** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXVI). — Un vol. gr. in-8° de VIII-157 pages. Prix: broché, RM. 9; relié, RM. 9, 90. Julius Springer, Berlin, 1932.

L'auteur de cette nouvelle et élégante exposition semble s'excuser, dans sa Préface, de nous l'offrir après la publication des ouvrages similaires dûs à M. H. Weyl et à M. E. Wigner, ouvrages analysés récemment ici-même. Nous croyons qu'on lui accordera très facilement l'excuse sollicitée. Comme nous le rappelions plus haut, à propos du livre de M. Bateman, l'équation de Schrödinger ne semble pas pouvoir se séparer de quelques compromis qui ont toujours plus ou moins accompagné son élaboration.

Plutôt que de la voir au travers de la géométrie unitaire, comme le fait M. Weyl, ou derrière l'analyse matricielle, ce qui est le point de vue de