7. — Nature des courbes C lorsque k égale 1.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Un cas particulier vaut d'être signalé; c'est celui où les deux crochets seraient nuls. Alors le cercle δ serait tangent à Oy en O; pour D confondu avec Ox, Γ se réduirait au point O et la relation $\overline{MO}^2 = K\,\overline{MD}^2$ montre que $\mathcal{C}$ est une hyperbole réduite à ses asymptotes. On laissera de côté ce cas limite dans la suite.

7. — Nature des courbes $\mathcal{C}$ lorsque k égale 1.

Pour éviter des complications de rédaction, on a supposé $k \neq 1$ depuis le § 5; pourtant l'étude des courbes $\mathcal{C}$ paraboliques peut être faite par les procédés des deux paragraphes précédents, seulement la lettre Γ désignera maintenant l'axe radical du faisceau H, γ. Il suffira donc de montrer que la marche de l'étude pour $k = 1$ pourrait être parallèle à celle de l'étude déjà faite.

La relation (1) donne pour tout point M_1 du plan

$$\mathcal{P}(M_1,\ \gamma) - \mathcal{P}(M_1,\ H) + 2\,\overline{\omega H}\cdot\overline{M_1\Gamma} = 0\ ,$$

ce qui s'écrit encore:

$$\mathcal{P}(M_1,\ \gamma) - \overline{M_1 d}^2 = \overline{M_1 D}^2 - 2\,\overline{\omega H}\cdot\overline{M_1\Gamma}\ .$$

Or $\mathcal{C}$ est le lieu des points M_1 pour lequel le premier membre est nul, *donc* $\mathcal{C}$ *est aussi le lieu des points* M_1 *tels que l'on ait:*

$$\overline{M_1 D}^2 - 2\,\overline{\omega H}\cdot\overline{M_1\Gamma} = 0\ ; \tag{17}$$

ou si l'on veut:

$$\sin\psi\cdot\overline{M_1 D}^2 - 2\,\overline{\omega d_0}\cdot\overline{M_1\Gamma} = 0\ , \tag{17'}$$

ψ étant l'angle de Γ et de ωx.

Réciproquement, on déduira de l'équation (17) des cercles focaux ayant leurs centres sur ωx; γ est l'un d'eux. Les relations entre la série des droites Γ et celle des cercles focaux sont les mêmes que précédemment, seulement la relation (14) s'est simplifiée; devenue

$$\overline{\omega\omega_1} = \overline{dd_1} \tag{14'}$$

elle exprime la propriété déjà énoncée: la sous-normale est constante.

Quant au fait que deux droites Γ et Γ_1 se coupent sur la médiatrice de HH_1, c'est une propriété bien connue des diamètres de la parabole.

Pour démontrer que *nos courbes $\mathcal{C}$ sont effectivement des paraboles*, on pourrait procéder comme au paragraphe précédent, on ne rencontrerait que des simplifications; mais il suffira de noter qu'en prenant D confondue avec ωx, auquel cas la tangente au point M de $\mathcal{C}$ situé sur ωx est perpendiculaire à ωx, nous avons l'équation de $\mathcal{C}$ en coordonnées rectangulaires par la formule (17'); ωd est le paramètre de notre parabole.

8. — Les deux familles de cercles focaux des coniques a centre.

J'ai maintenant achevé ce que je m'étais proposé de faire quant à la théorie générale. Sans doute cette étude pourrait être, comme toute étude, poussée plus loin, mais je me bornerai à donner encore quelques indications que les professeurs pourraient utiliser pour la construction d'exercices. A cet égard, la caractérisation des familles de cercles focaux est essentielle. Elle peut être faite de bien des manières; j'indique de nouvelles formes de cette caractérisation dans le cas des coniques à centre.

Reprenons la relation, qui nous a servi dans le § 5, entre les puissances d'un point M par rapport à γ, Γ et H, et prenons pour M le point ω; nous avons:

$$-r^2 + (k-1)\left[\overline{\omega\Omega}^2 - R^2\right] - k\overline{\omega H}^2 = 0 ,$$

ou

$$-r^2 - (k-1)R^2 + \overline{\omega\Omega}^2\left[k - 1 - \frac{k}{K^2}\right] = 0 .$$

Simplifions en multipliant par $\frac{-k}{k-1} = -K$, on a:

$$Kr^2 + kR^2 - \overline{\omega\Omega}^2 = 0 . \qquad (18)$$

Cette relation, qui aurait permis une recherche facile des foyers, s'écrit, en supposant que ωx soit l'axe focal, en conservant