

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES CERCLES FOCAUX DES CONIQUES
Autor: Lebesgue, Henri
Kapitel: 7. — Nature des courbes C lorsque k égale 1.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-28584>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Un cas particulier vaut d'être signalé; c'est celui où les deux crochets seraient nuls. Alors le cercle δ serait tangent à Oy en O ; pour D confondu avec Ox , Γ se réduirait au point O et la relation $\overline{MO}^2 = \overline{KM}D^2$ montre que \mathcal{C} est une hyperbole réduite à ses asymptotes. On laissera de côté ce cas limite dans la suite.

7. — NATURE DES COURBES \mathcal{C} LORSQUE k ÉGALE 1.

Pour éviter des complications de rédaction, on a supposé $k \neq 1$ depuis le § 5; pourtant l'étude des courbes \mathcal{C} paraboliques peut être faite par les procédés des deux paragraphes précédents, seulement la lettre Γ désignera maintenant l'axe radical du faisceau H, γ . Il suffira donc de montrer que la marche de l'étude pour $k = 1$ pourrait être parallèle à celle de l'étude déjà faite.

La relation (1) donne pour tout point M_1 du plan

$$\mathcal{P}(M_1, \gamma) - \mathcal{P}(M_1, H) + 2\overline{\omega H} \cdot \overline{M_1 \Gamma} = 0 ,$$

ce qui s'écrit encore:

$$\mathcal{P}(M_1, \gamma) - \overline{M_1 d}^2 = \overline{M_1 D}^2 - 2\overline{\omega H} \cdot \overline{M_1 \Gamma} .$$

Or \mathcal{C} est le lieu des points M_1 pour lequel le premier membre est nul, donc \mathcal{C} est aussi le lieu des points M_1 tels que l'on ait:

$$\overline{M_1 D}^2 - 2\overline{\omega H} \cdot \overline{M_1 \Gamma} = 0 ; \tag{17}$$

ou si l'on veut:

$$\sin \psi \cdot \overline{M_1 D}^2 - 2\overline{\omega d} \cdot \overline{M_1 \Gamma} = 0 , \tag{17'}$$

ψ étant l'angle de Γ et de ωx .

Réciproquement, on déduira de l'équation (17) des cercles focaux ayant leurs centres sur ωx ; γ est l'un d'eux. Les relations entre la série des droites Γ et celle des cercles focaux sont les mêmes que précédemment, seulement la relation (14) s'est simplifiée; devenue

$$\overline{\omega \omega_1} = \overline{d d_1} \tag{14'}$$

elle exprime la propriété déjà énoncée: la sous-normale est constante.

Quant au fait que deux droites Γ et Γ_1 se coupent sur la médiatrice de HH_1 , c'est une propriété bien connue des diamètres de la parabole.

Pour démontrer que nos courbes \mathcal{C} sont effectivement des paraboles, on pourrait procéder comme au paragraphe précédent, on ne rencontrerait que des simplifications; mais il suffira de noter qu'en prenant D confondue avec ωx , auquel cas la tangente au point M de \mathcal{C} situé sur ωx est perpendiculaire à ωx , nous avons l'équation de \mathcal{C} en coordonnées rectangulaires par la formule (17'); ωd est le paramètre de notre parabole.

8. — LES DEUX FAMILLES DE CERCLES FOCaux DES CONIQUES A CENTRE.

J'ai maintenant achevé ce que je m'étais proposé de faire quant à la théorie générale. Sans doute cette étude pourrait être, comme toute étude, poussée plus loin, mais je me bornerai à donner encore quelques indications que les professeurs pourraient utiliser pour la construction d'exercices. A cet égard, la caractérisation des familles de cercles focaux est essentielle. Elle peut être faite de bien des manières; j'indique de nouvelles formes de cette caractérisation dans le cas des coniques à centre.

Reprenons la relation, qui nous a servi dans le § 5, entre les puissances d'un point M par rapport à γ , Γ et H , et prenons pour M le point ω ; nous avons:

$$-r^2 + (k-1)[\overline{\omega\Omega}^2 - R^2] - k\overline{\omega H}^2 = 0,$$

ou

$$-r^2 - (k-1)R^2 + \overline{\omega\Omega}^2 \left[k-1 - \frac{k}{K^2} \right] = 0.$$

Simplifions en multipliant par $\frac{-k}{k-1} = -K$, on a:

$$Kr^2 + kR^2 - \overline{\omega\Omega}^2 = 0. \quad (18)$$

Cette relation, qui aurait permis une recherche facile des foyers, s'écrit, en supposant que ωx soit l'axe focal, en conservant