

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Louis de Broglie. — La Mécanique ondulatoire des Systèmes de corpuscules (Collection de Physique mathématique. Direction Emile Borel et Marcel Brillouin. Fascicule V). — Un volume gr. in-8° de vi-224 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1939.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

vicissitudes internes, celles-ci, dans les circonstances analysables, ayant toujours quelque chose de la double périodicité.

L'auteur situe ses recherches parmi celles de la Théorie de la Relativité où interviennent des transformations, à la fois temporelles et spatiales, portant sur des équations aux dérivées partielles fondamentales. Puis, parmi les théories statistiques à ondes de probabilité. Enfin, parmi les questions de topologie, de connexion simple ou multiple, quand il s'agit d'un vase en mouvement complètement empli, vase où certains mouvements sont astreints à des conditions de connexion, c'est-à-dire à des nombres jouant un rôle *quantique*. Voilà à quoi, aujourd'hui, on parvient de toutes parts. Tout est nombre, oui, mais sous la dictature d'armatures numériques spéciales.

Un des premiers résultats, à caractère tout à fait frappant, est celui où l'ellipsoïde d'inertie, au lieu de rouler sur un plan, roule sur une développable. Puis vient un théorème de Sylvester qui, composant une certaine rotation avec un mouvement à la Poinsot, obtient un nouveau mouvement à la Poinsot. Les équations d'Euler admettent des généralisations que des substitutions linéaires laissent invariantes. Il y a là une sorte d'automorphisme interprétable, après coup, par fonctions elliptiques. Le calcul matriciel laisse également une intéressante empreinte. Jolies symétries quand l'axe des mouvements internes est axe principal d'inertie. Ici M. Volterra semble reprendre avec enthousiasme de nombreux résultats, dus à M. Silvio Ena, lesquels datent d'une trentaine d'années. De tels développements ont été probablement sous-estimés, il y a trente ans. Ce n'est que maintenant, avec l'habitude des espaces généralisés et des circonstances quantiques qu'on restitue toute leur valeur à ces travaux annonciateurs.

La Leçon terminale assemble, toujours très élégamment, coordonnées cycliques et paramètres. Les fonctions elliptiques s'imposent encore absolument et pourraient, à la rigueur, être définies, en nombre de leurs manifestations formelles, comme correspondant à de certains mouvements cycliques. Et cependant, nous ne terminons pas en des abstractions analytiques mais avec des considérations sur les mouvements des pôles terrestres. Une Note bibliographique suffit à nous montrer que, depuis longtemps, M. Volterra a pensé à cette contribution apportée à la Physique du Globe.

Belles Leçons où l'esthétique maintient partout ses droits.

A. BUHL (Toulouse).

LOUIS DE BROGLIE. — **La Mécanique ondulatoire des Systèmes de corpuscules** (Collection de Physique mathématique. Direction Emile Borel et Marcel Brillouin. Fascicule V). — Un volume gr. in-8° de vi-224 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1939.

Jolie mise au point où l'on retrouve l'essentiel d'ouvrages réputés d'une lecture difficile (tels ceux de Weyl) mais sans les préliminaires relatifs aux espaces hilbertiens. Ici, notre grand créateur national en matière de Mécanique ondulatoire, part des résultats classiques de la Mécanique rationnelle, notamment des équations de Lagrange et de Hamilton, du théorème de Jacobi et des analogies optiques qui conduisent intuitivement au Principe de la moindre action. Et c'est alors, tout de suite, l'espace de configuration avec la relation $E = kv$ qui, dès le chapitre suivant, va devenir $E = hv$, formule magique de la Théorie quantique.

L'équation fondamentale de la Mécanique ondulatoire est ici celle qui se déduit du ds^2 en ne contenant qu'une dérivée partielle *du premier ordre* en t . Celle qui contiendrait une dérivée du second ordre, par rapport à la même variable, aurait, sans doute, l'avantage d'être une généralisation de l'équation de D'Alembert mais, justement à cause de cela, elle impliquerait l'extension de tous les principes relativistes. Belle tentative ! Seulement, le plus simple n'est pas de commencer par là. Sachons gré à M. Louis de Broglie de nous faire étudier d'abord l'équation la plus maniable. La liaison avec l'équation de Jacobi serait immédiate si h tendait vers zéro. C'est la valeur finie de h qui oblige à recourir à la Mécanique ondulatoire.

La méthode des opérateurs n'attend pas pour triompher. Il existe une manière automatique d'écrire l'équation d'ondes en partant de l'expression hamiltonienne de l'énergie. Pour celui qui sait, la chose est banale depuis longtemps mais on a plaisir à la voir répétée dans un ouvrage qui vient de paraître. Cette belle simplicité fait partie des choses qui ont tenu solidement.

Viennent les principes : *de localisation* (ou des interférences), *de décomposition* (ou principe de Born).

Le premier donne une *probabilité* de localisation dans un élément de volume de l'espace de configuration dont il convient d'abord d'exprimer la continuité. Le second correspond à l'orthogonalisation des fonctions d'ondes et à la notion arithmétique des E_i ou valeurs propres pouvant figurer dans l'équation d'ondes. Suivent les considérations intégrales hermitiques, les matrices qualifiées de même, leurs constances possibles, ce à quoi correspondent déjà des « intégrales premières » des problèmes considérés. Ce n'est pas évidemment la même chose que pour les intégrales premières des équations différentielles classiques mais il nous suffit qu'il y ait une correspondance entre les deux notions et M. Louis de Broglie ne pouvait la présenter avec plus d'habileté. D'ailleurs il y a des « cas purs » où la correspondance tend vers l'analogie parfaite. Il faut noter aussi que A est intégrale première si, Ψ étant une solution de l'équation d'ondes, $A(\Psi)$ en est une autre solution. Ceci est en harmonie avec maintes constructions de la Théorie des groupes et montre bien le caractère matriciel, opératoire de A . L'opération, la transformation sont choses essentielles à dégager. Quant à savoir ce qu'est le substratum physique que l'on transforme, quelle est la matière sur laquelle on opère, nous laissons cela aux métaphysiciens si toutefois ils veulent d'une chose qui ne peut être qu'indéfiniment décevante.

La Théorie du centre de gravité a pu être étendue, en Mécanique ondulatoire, grâce à des efforts dus, en grande partie, à M. Jean-Louis Destouches. Par suite, le Théorème de Koenig s'étend aussi. Mais quant à séparer le mouvement du centre de gravité G et le mouvement autour de G , il n'y faut point compter en général ; et il faudrait y compter moins encore dans une Mécanique ondulatoire relativiste. Raison de plus pour étudier spécialement le cas prérelativiste.

Tout ceci représente à peu près la moitié de ce beau volume. Nous sommes forcés d'être plus brefs pour le reste. Voici, par exemple, des problèmes à équations ondulatoires réduites. Si réduites que soient celles-ci, elles débordent aisément l'espace ordinaire et montrent la nécessité d'employer l'espace de configuration. Pour les trajectoires dans la chambre de Wilson, nous retrouvons des incertitudes à la Heisenberg.

Et nous arrivons aux perturbations avec deux méthodes, l'une de Schrödinger et Born, l'autre de Dirac. Elles n'auraient été désavouées,

ni l'une ni l'autre, par Henri Poincaré. C'est de la perturbation planétaire avec les difficultés souvent causées par de petits dénominateurs.

Nous étudions aussi les systèmes à particules identiques, donc permutable. Des « canaux » AM et BN pouvant empiéter l'un sur l'autre il n'est pas sûr que ce soit A qui arrive en M, ni B en N. Il y a des *permutations* qui sont des constantes du mouvement. Quant aux « spins », nous pourrions renvoyer aux spineurs de M. Elie Cartan (ce volume, p. 236); ce sont des éléments géométriques décomposant les rotations. La Mécanique classique les a ignorés. Certaines duplicités spectrales forcent à les reconnaître. Nombreux sont ainsi les points sur lesquels le classicisme géométrico-analytique est sans prise et pour lesquels de simples examens de spectres ont exigé du nouveau.

Je répète que l'ouvrage évoque des réminiscences mais, de toute évidence, à propos de ce qui doit durer. Pour le néophyte, il sera d'une valeur inestimable. L'initié y trouvera les plus solides appuis pour persévérer commodément dans l'étude d'une science admirable. A. BUHL (Toulouse).

Jules GÉHENIAU. — **Mécanique ondulatoire de l'Electron et du Photon** (La Chimie mathématique. Centre de Recherche fondé par Th. DE DONDER. Volume III)...Préface de M. Louis de Broglie. — Un volume gr. in-8° de VIII-142 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Si jamais volume s'est placé, à propos, à la suite d'un autre, c'est bien celui-là. M. Louis de Broglie le sait mieux que personne et a écrit une Préface, absolument charmante, soulignant la présente œuvre comme celle d'un collaborateur. Il s'agit, cette fois, de Mécanique ondulatoire *relativiste*; l'équation de Schrödinger généralise celle de D'Alembert laquelle est facile à rattacher aux conceptions maxwelliennes. En tout ceci, comment ne pas apercevoir tout de suite l'influence capitale de M. Théophile De Donder. Non seulement ce dernier s'est révélé jadis comme l'un des meilleurs disciples d'Albert Einstein mais, depuis un quart de siècle, il a passé en revue toutes les équations phénoménales, issues des théories les plus diverses, pour les faire rentrer dans le cadre gravifique. La Mécanique ondulatoire peut y être rattachée. Et c'est tout naturel dès qu'il s'agit de domaines *mesurables*, de science *métrique*. Les Théories einsteiniennes sont une géniale et générale synthèse du mesurable. Parfois la notion de mesure se dérobe brusquement, ou prend une allure équivoque, mais alors l'esprit gravifique repère les domaines en difficulté, par exemple ceux des champs photoniques. Nous aboutissons comme à une surthéorie de domaines ultrasinguliers dans lesquels il est absolument vain de chercher à se payer d'images vulgaires. Et cependant ces domaines correspondent à des cas gravifiques limites.

Pour la théorie du photon, il est toujours possible de lier des densités de valeur moyenne aux tenseurs correspondants d'origine maxwellienne. C'est là une chose particulièrement frappante. Et quand on pense qu'encore à l'heure actuelle, il y a des gens qui cherchent à ruiner les conceptions de Maxwell! Il faudrait, pour cela, ruiner les bases mêmes du Calcul différentiel absolu.

Signalons encore l'association, avec rivalité, du « momentor » et du spin. Nous sommes dans des mondes d'opérateurs. Or, il semble que l'on puisse dire des opérateurs ce que l'on disait autrefois à propos de l'impénétrabilité de la matière. Ils ne peuvent pas toujours se compénétrer. Là où l'un entre en